Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 38 (1909), No. 1, 125--128

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123481

Úlohy.

a) Z mathematiky.

Úloha 1.

Rovnostrannému trojúhelníku jest kružnice vepsána a připsána. Určiti poloměr kružnice dotýkající se strany trojúhelníka i obou oněch kružnic. Uč. *Fr. Jirsák.*

Úloha 2.

Kružnici vepsanou pravoúhlému trojúhelníku protínají kružnice sestrojené nad odvěsnami jakožto průměry v úhlech δ *a* ε. *Dokázati vztah*

$$\cos\delta \, . \cos\varepsilon = \cos 60^0.$$

Týž.

Úloha 3.

Kružnice připsané trojúhelníku ABC *o stranách* a, b, c *mějte středy* O_1, O_2, O_3. *Dokázati vztah*

$$\frac{a \, . \, b \, . \, c}{a_1 \, . \, b_1 \, . \, c_1} = \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2},$$

jsou-li a_1, b_1, c_1 *strany strojúhelníka* $O_1 O_2 O_3$. *Týž.*

Úloha 4.

Kosočtverec o straně s *a úhlu* σ *promítá se v kosočtverec podobný. Jaký úhel svírají jeho strany s průmětnou a jaká je odchylka jeho roviny od průmětny.* Prof. *R. Hruša.*

Úloha 5.

Kružnice opsané trojúhelníkům sestrojeným nad stranami libovolného pětiúhelníku prodloužením všech jeho stran protínají se kromě v jeho vrcholech ještě v pěti dalších bodech, o nichž jest dokázati, že leží vždy na kružnici. Dr. *P. Pecl.*

Úloha 6.

V kružnici o středu O a poloměru $OA = r$ *sestrojen jest středový úhel* $AOB = 60^0$; *kolmice z A na OB spuštěná budiž* v; *na přímku, vedenou bodem A stejnosměrně s OB naneseno pořadem* $AI = \frac{1}{2}v$, $AII = \frac{2}{3}v$, $AIII = \frac{4}{5}v$, $AIV = v$, $AV = r$, $AVI = r + \frac{v}{5}$, $AVII = \frac{5}{3}v$, $AVIII = r + v$. *Body I, II, III atd. spojeny s O udávají na kružnici body* 1, 2, 3 . . . 8 *tak, že* $A1 \doteq a_{21}$, $A2 \doteq a_{17}$, $A3 \doteq a_{15}$, $A4 \doteq a_{13}$, $A5 \doteq a_{12}$, $A6 \doteq a_{11}$, $A7 \doteq a_{10}$ *a* $A8 \doteq a_9$ (a_n *strana prav. n-úhelníka do kružnice vepsaného*). *Stanoviti chyby těchto přibližných konstrukcí na úhlech středových.* Prof. *J. Archleb.*

b) Z deskriptivní geometrie.

Úloha 1.

Nalézti geom. místo středů všech ellips s danou malou poloosou b, uložených na dané rotační ploše kuželové. Odvoditi z toho konstrukci roviny protínající danou rot. plochu kuželovou v dané ellipse. *L. Č.*

Úloha 2.

Sestrojiti plochu kulovou dotýkající se daných dvou různoběžek (nebo rovnoběžek) A a B a třetí přímky C s nimi mimoběžné v bodě c. Prof. *J. Archleb.*

Úloha 3.

Dána jest rotační plocha kuželová vrcholem v, osou vp a jedním bodem svým a; ustanoviti jinou rotační plochu kuželovou mající daný vrchol u, osu $\overline{uq}$ *a dotýkající se první plochy kuželové.* Kand. prof. *J. Kroupa.*

c) Z fysiky.

Úloha 1.

Žijeme v době, kdy tíseň existenční doléhá na všech stranách, i není divu, že všeho hledíme využitkovati, vše zpeněžiti. Jest známo vám, že Vltava byla učiněna splavnou až do Mělníka; tam zřízeno jest zdymadlo, jehož hladina k dolejší hladině řeky vykazuje spád 9 m. Tam protéká velké množství vody, jež dalo by se velmi dobře využitkovati. Až posavad jen částečně se tak stalo. Vodou žene se turbina uvádějící v pohyb dynamo, tímto napájejí se akkumulátory, jež v čas potřeby energii opět vydávají ženouce motory, jimiž vrata komory se zavírají. Tedy voda sama si tu práci obstarává. Abyste viděli, jak mnoho energie takováto řeka representuje, vypočítejte toto: Protéká-li řekou 20 m^3 za sekundu při spádu 9 m, kolik koňských sil to obnáší? Kolik žárovek 16tisvíčkových (110 Volt, 0,5 Ampère) by mohla řeka udržovati ve svícení? Připomínáme, že turbinou se dá zužitkovati 75% jí dodané energie, dynamem 90% energie. Jaký kapitál tu odtéká za den, čítáme-li za KW hodinu 40 h? Dr. *F. Pietsch.*

Úloha 2.

Zajisté jest Vám známo zařízení válce u parního stroje, do kterého pára z komory rozváděčem proudí. Záhy shledalo se, že možno výhodnější páry užíti, nenaplníme-li válec celý, nýbrž uzavřeme-li příchod páře dříve než píst dostoupí své krajní polohy. Jest otázka, jaké změny dozná effekt stroje, plní-li se pouze polovina válce. Pokuste se uvésti to do počtu pro tento případ a udejte v procentech bývalého effektu effekt stroje, u něhož pára při poloviční poloze pístu se uzavře. [Připomínáme, že páry přehřáté řídí se zákonem Boyle-Mariottovým (ovšem jen přibližně)]. V čem záleží oekonomie tohoto zařízení?

[Pokyn početní. Druhou polovinu válce si mysleme rozdělenu na 10 stejných objemových částí, v jichž rozsahu tlak považujeme za neproměnný.] *Týž.*

Úloha 3.

Hmotný bod m se pohybuje po ose x-ové s počát. rychlostí c, jsa retardován silou, úměrnou jeho abscisse x a koëfficientu k. Kde se zastaví? L. Štětka.

Úloha 4.

Těleso nepružné hmoty m dopadne s výše h na nepruž. desku hmoty μ, jež spočívá na vertikálném spirálovém péru; síla, jakou péro působí, je úměrna jeho depressi. Kde se těleso m zastaví? Týž.

Úloha 5.

Hmotný bod m se pohybuje ve směru osy x-ové s počáteční rychlostí c, jsa ve svém pohybu retardován silou, jejíž urychlení je v každém okamžiku úměrno jeho rychlosti a koefficientu k. Kde a kdy se bod m zastaví? Týž.

Úloha 6.

V rovině, kolmé na pevnou, dokonale pružnou rovinnou stěnu R, otáčí se kolem pevného koncového bodu A, od R o délku k vzdáleného, pevná, nehmotná tyč délky l, jejíž volný konec má vlastnosti koule dokonale pružné o hmotě m — rovnoměrně, s angulárnou rychlostí ω. Jaké napětí doznává tyč před, při a po nárazu na stěnu R? Týž.

Úloha 7.

Na vahách W_1 je vyvážena nádoba s vodou závažím K (na vzduchu), na vahách W_2 evakuovaná dutá koule závažím k (na vzduchu); jak se změní rovnováha na vahách W_1, vnoříme-li kouli pod vodu v nádobě a přidáme-li závaží k ke K? Týž.