

L. Šimek

Fyzikální metoda analýze křivek napětí a proudu

Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 63 (1934), No. 6, 188--195

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123463>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1934

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ČÁST FYSIKÁLNÍ

Fyzikální metoda analýse křivek napětí a proudu.

Prof. Ing. L. Šimek.

(Došlo 3. října 1933.)

Obsah: Autor pojednává o nové metodě pro jednoduché a rychlé určení amplitud a fází vyšších harmonických vícevlňných proudů. Popisuje aparaturu, způsob měření a na konec podává výsledky srovnávacího měření.

1. *Podklady metody.* Východiskem nové metody je známá metoda Houston-Kenellyho, jež se zakládá na následujícím matematickém poznatku:

Rozdělme libovolným bodem počínaje (obr. 1) úsečku obsahující  $n$  vln sinusovky na  $m$  sudých dílů a urče si součet ploch omezených dělicími pořadnicemi a sinusovkou, počítajíce pouze plochy s lichými indexy

$$S = s_1 + s_3 + s_5 + \dots$$

Pak o tomto součtu platí:

a) Není-li  $2n/m = p$  číslem celým, je  $S = 0$  pro libovolný počátek.

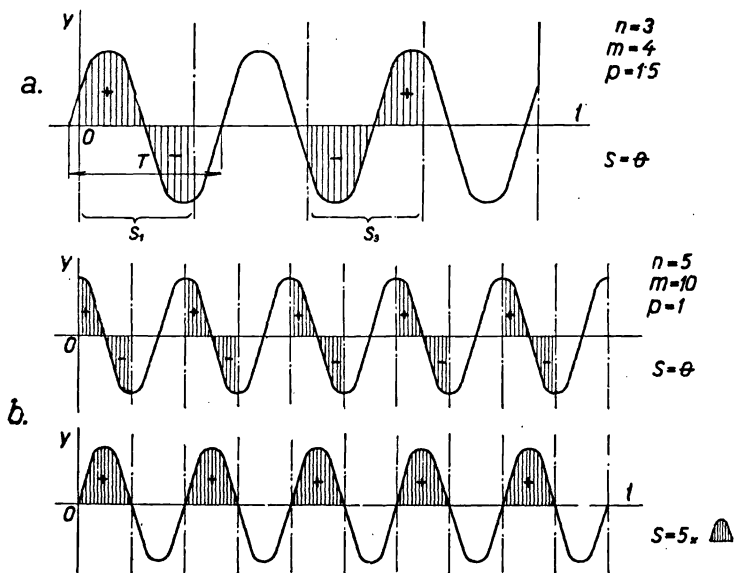
b) Je-li  $2n/m = p$  číslem celým, pak  $S = 0$  jen tehdy, procházejí-li dělicí pořadnice vrcholy sinusovky, kdežto procházejí-li nulovými body sinusovky, pak  $S = \frac{1}{2}m \times$  plocha jedné půlvlny. Když vícevlňný průběh rozložíme na jednotlivé harmonické a pro ně aplikujeme uvedený poznatek jednou pro zvolenou základní polohu, po druhé pro počátek pošinutý o úhel  $\frac{1}{4}\pi$ , při čemž postupně volíme za  $m = 2, 6, 10, 14, \dots$ , dostaneme řadu rovnic, které při známých hodnotách  $S$  umožňují vypočísti amplitudy  $\sin$  a  $\cos$  členů Fourierovy řady. To platí prozatím pro liché harmonické.

Vlastní analýse podle metody Houston-Kenellyho pak spočívá v postupném rozdělování jedné vlny vícevlňného průběhu na 2, 6, 10, 14, ... dílů (jen pro liché harmonické) jednou pro zvolený počátek, po druhé pro počátek pošinutý o  $\frac{1}{4}\pi$ , z planimetrování příslušných ploch a z výpočtu. Tento způsob je však zdoluhavý (planimetrování) a také nepřesný, jelikož vedle chyb vlastní metody objevují se ve výsledcích též chyby metod, kterých bylo při získání oscilogramu použito.

Navržená metoda nahrazuje planimetrování přímým měřením střední hodnoty uvažovaných ploch. Za tím účelem vede se proud

přes přerušovač propouštějí pouze vhodné úseky z analysovaného průběhu do měřícího přístroje s permanentním magnetem na př. deprezského, který, jak známo, ukazuje přesně střední hodnotu proudových úseků.

Pro střední hodnoty vícevlňného průběhu postupně přerušovaného v době jedné periody na  $m = 2, 4, 6, 8, \dots$  dílů, t. j. pro



Obr. 1.

všechny harmonické (bez stejnosměrného členu), možno vyvoditi aplikací matematické poučky z metody Houston-Kenellyho nebo souborným matematickým rozbořem (viz následující článek od Ing. Kneppa) následující rovnice:

1. Pro libovolně zvolený počátek

$$\left. \begin{aligned}
 y_{s1} &= \frac{1}{\pi} (a_1 + \frac{1}{3}a_3 + \frac{1}{5}a_5 + \frac{1}{7}a_7 + \frac{1}{9}a_9 + \dots) \\
 y_{s2} &= \frac{1}{\pi} (a_2 + \frac{1}{3}a_6 + \frac{1}{5}a_{10} + \dots) \\
 y_{s3} &= \frac{1}{\pi} (a_3 + \frac{1}{3}a_9 + \frac{1}{5}a_{15} + \dots) \\
 y_{s4} &= \frac{1}{\pi} (a_4 + \frac{1}{3}a_{12} + \frac{1}{5}a_{20} + \dots)
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 y_{s5} &= \frac{1}{\pi} (a_5 + \frac{1}{3}a_{15} + \frac{1}{5}a_{25} + \dots) \\
 y_{s6} &= \frac{1}{\pi} (a_6 + \frac{1}{3}a_{18} + \frac{1}{5}a_{30} + \dots) \\
 y_{s7} &= \frac{1}{\pi} (a_7 + \frac{1}{3}a_{21} + \frac{1}{5}a_{35} + \dots) \\
 y_{s8} &= \frac{1}{\pi} (a_8 + \frac{1}{3}a_{24} + \frac{1}{5}a_{40} + \dots) \\
 y_{s9} &= \frac{1}{\pi} (a_9 + \frac{1}{3}a_{27} + \frac{1}{5}a_{45} + \dots)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

atd.

2. Pro počátky pošinité vzhledem k zvolenému proti směru času o úhly  $\frac{1}{2}\pi$  v míře příslušné harmonické, t. j. když dělení

$$m = 2, 4, 6, 8, \dots$$

odpovídají korespondující úhly

$$\pi/m = \frac{1}{2}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{1}{6}\pi, \frac{1}{8}\pi, \dots$$

v míře základní harmonické

$$\begin{aligned}
 y'_{s1} &= \frac{1}{\pi} (b_1 - \frac{1}{3}b_3 + \frac{1}{5}b_5 - \frac{1}{7}b_7 + \frac{1}{9}b_9 - \dots) \\
 y'_{s2} &= \frac{1}{\pi} (b_2 - \frac{1}{3}b_6 + \frac{1}{5}b_{10} - \dots) \\
 y'_{s3} &= \frac{1}{\pi} (b_3 - \frac{1}{3}b_9 + \frac{1}{5}b_{15} - \dots) \\
 y'_{s4} &= \frac{1}{\pi} (b_4 - \frac{1}{3}b_{12} + \frac{1}{5}b_{20} - \dots) \\
 y'_{s5} &= \frac{1}{\pi} (b_5 - \frac{1}{3}b_{15} + \frac{1}{5}b_{25} - \dots) \\
 y'_{s6} &= \frac{1}{\pi} (b_6 - \frac{1}{3}b_{18} + \frac{1}{5}b_{30} - \dots) \\
 y'_{s7} &= \frac{1}{\pi} (b_7 - \frac{1}{3}b_{21} + \frac{1}{5}b_{35} - \dots) \\
 y'_{s8} &= \frac{1}{\pi} (b_8 - \frac{1}{3}b_{24} + \frac{1}{5}b_{40} - \dots) \\
 y'_{s9} &= \frac{1}{\pi} (b_9 - \frac{1}{3}b_{27} + \frac{1}{5}b_{45} - \dots)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

atd.

3. Pro jednotně pošinutý počátek proti směru času o úhel  $\frac{1}{2}\pi$  v míře základní harmonické dostáváme vhodné rovnice jen při dělení na  $m = 2, 6, 10, 14, \dots$  (t. j. pouze pro liché harmonické)

$$\left. \begin{aligned} y'_{s1} &= \frac{1}{\pi} (b_1 - \frac{1}{3}b_3 + \frac{1}{5}b_5 - \frac{1}{7}b_7 + \frac{1}{9}b_9 - \dots) \\ y'_{s3} &= -\frac{1}{\pi} (b_3 - \frac{1}{3}b_9 + \frac{1}{5}b_{15} - \dots) \\ y'_{s5} &= \frac{1}{\pi} (b_5 - \frac{1}{3}b_{15} + \frac{1}{5}b_{25} - \dots) \\ y'_{s7} &= -\frac{1}{\pi} (b_7 - \frac{1}{3}b_{21} + \frac{1}{5}b_{35} - \dots) \\ y'_{s9} &= \frac{1}{\pi} (b_9 - \frac{1}{3}b_{27} + \frac{1}{5}b_{45} - \dots) \end{aligned} \right\} \quad (2')$$

Při daných  $y_s, y'_s$  můžeme pak vypočísti  $a_k, b_k$  řešením rovnic (1), (2) resp. (2'). Přestáváme-li s členy pro devátou harmonickou pak bude

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \pi (y_{s1} - \frac{1}{3}y_{s3} - \frac{1}{5}y_{s5} - \frac{1}{7}y_{s7}) \\ a_2 &= \pi (y_{s2} - \frac{1}{3}y_{s6}) \\ a_3 &= \pi (y_{s3} - \frac{1}{3}y_{s9}) \\ a_4 &= \pi \cdot y_{s4} \\ a_5 &= \pi \cdot y_{s5} \\ a_6 &= \pi \cdot y_{s6} \\ a_7 &= \pi \cdot y_{s7} \\ a_8 &= \pi \cdot y_{s8} \\ a_9 &= \pi \cdot y_{s9} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \pi (y'_{s1} + \frac{1}{3}y'_{s3} - \frac{1}{5}y'_{s5} + \frac{1}{7}y'_{s7}) \\ b_2 &= \pi (y'_{s2} + \frac{1}{3}y'_{s6}) \\ b_3 &= \pi (y'_{s3} + \frac{1}{3}y'_{s9}) \\ b_4 &= \pi \cdot y'_{s4} \\ b_5 &= \pi \cdot y'_{s5} \\ b_6 &= \pi \cdot y'_{s6} \\ b_7 &= \pi \cdot y'_{s7} \\ b_8 &= \pi \cdot y'_{s8} \\ b_9 &= \pi \cdot y'_{s9} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

resp. když měříme při jednotném pošinutí o  $\frac{1}{2}\pi$

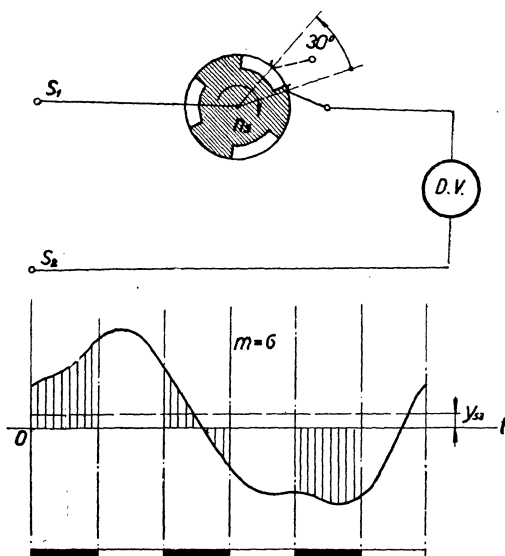
$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \pi (y'_{s1} - \frac{1}{3}y'_{s3} - \frac{1}{5}y'_{s5} - \frac{1}{7}y'_{s7} - \frac{1}{9}y'_{s9}) \\ b_3 &= -\pi (y'_{s3} - \frac{1}{3}y'_{s9}) \\ b_5 &= \pi \cdot y'_{s5} \\ b_7 &= -\pi \cdot y'_{s7} \\ b_9 &= \pi \cdot y'_{s9} \end{aligned} \right\} \quad (4')$$

Z hodnot  $a_k, b_k$  podle vzorců

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \arctg b_k/a_k$$

vypočteme amplitudy a fáze harmonických a pak analytický výraz průběhu ve formě Fourierovy řady bude dán

$$y = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin 2(\omega t + \varphi_2) + A_3 \sin 3(\omega t + \varphi_3) + \dots$$



Obr. 2.

2. *Popis nové metody.* Přerušovač nazvaný kontaktním přístrojem pozůstává z řady kontaktních válečků namontovaných na společné ose a postupně dělených na 2, 4, 6, ... stejných dílů. Lamely ob jeden jsou spojeny vodivě mezi sebou. Na válečky doléhá kartáček, který možno vhodnou úpravou kartáčkového držáku posouvatí ve směru osy s jednoho válečku na druhý a natáčetí kol této osy. Válečky se otáčejí synchronně s analysovaným průběhem.

Připojíme-li pak na svorky  $S_1, S_2$  (obr. 2), na kterých chceme měřiti průběh napětí přes kontaktní váleček mající na př. 3 lamely spolu vodivě spojeny ( $m = 6$ ), deprezský voltmetr, bude nám kontaktní váleček propouštět pouze čárkované impulsy, jejichž střední hodnotu  $y_{s3}$  ukáže přímo voltmetr. Natočením kartáčku proti směru točení (t. j. proti směru času) o úhel  $\alpha = 30^\circ$  v míře základní harmonické čteme druhou střední hodnotu  $y'_{s3}$ .

Pro úplné určení průběhu přestávající devátou harmonickou potřebujeme 9 kontaktních válečků majících 1, 2, 3, . . . , 9 vodivě spolu spojených lamel. Měření můžeme začít z libovolné polohy kartáčku a prostým jeho přesouváním na jednotlivé válečky určíme si devět hodnot  $y_s$ . Pak postupným natáčením kartáčkového držáku vzhledem k zvolené základní poloze o úhly  $45^\circ$ ,  $22^\circ 30'$ ,  $11^\circ 15'$ ,  $5^\circ 37,5'$  na válečcích 2, 4, 6, 8 (sudé harmonické) a jednotným natočením o  $90^\circ$  na válečcích 1, 3, 5, 7, 9 (liché harmonické) odečteme 9 hodnot  $y'_s$ . Obsahuje-li analysovaný průběh ještě stejnosměrný člen, pak je nutno určití též střední hodnotu nedělené vlny a pro výpočet použití vzorců (3), (9) odvozených v následujícím článku. Z naměřených hodnot pak podle vzorců (3), (4') vypočteme si amplitudy a fáze jednotlivých harmonických. Celé měření se tedy zredukuje na 18 jednoduchých úkonů, což vzhledem k jiným metodám znamená značnou úsporu času.

Pomocí kontaktního přístroje můžeme přibližně určití též přímo amplitudu a fázi hledané harmonické. Natáčením kartáčku na kontaktním válečku pro  $m = 2$ , t. j. odpovídající první harmonické, vyhledáme místo, kdy výchylka na měřicím aparátě vymizí. Pak přesuneme kartáček na kontaktní váleček příslušný hledané harmonické a natáčíme jej ve směru času tak dlouho, až odchylka na měřicím aparátě opět vymizí. Úhel, o který jsme natočili kartáček vzhledem k základní poloze první harmonické, udává přímo fázi  $\varphi_k$ . Dalším natočením kartáčku o  $90^\circ$  v míře  $k$ -té harmonické, t. j. o úhel  $90^\circ/k$  na kontaktním přístroji, dostaneme výchylku měřicího aparátě udávající přibližně

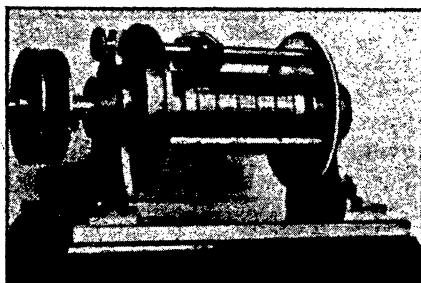
$$y_{sk} \doteq A_k/\pi.$$

Prohlédnutím rovnic (1), (2) z prosté úvahy vyplývá, že při tomto způsobu zanedbáváme vliv vyšších harmonických, které při měření na příslušném kontaktním válečku přicházejí ještě v úvahu. (Na př. při určování třetí harmonické jsou to členy  $A_9$ ,  $A_{15}$ , . . . atd.) Proto toto měření se pravidelně hodí jen pro stanovení vyšších harmonických než třetí.

3. *Provedení kontaktního přístroje.* Na obr. 3 je fotografie kontaktního přístroje zhotoveného v našem ústavě. Kontaktní válečky jsou nasazeny na společné ose a jsou prozatím provedeny pouze pro určování lichých harmonických přestávaje na deváté. Z vyobrazení jest viditelná úprava kartáčkového držáku a jeho vedení dovolující natáčení a posouvání kartáčku. Mechanickou obtíž činí zhotovení správného kartáčku. Po zkouškách s uhlobronzovými kartáčky a z kovového pletiva nejlépe se osvědčily kartáčky zhotovené z 5 antifrikčních plíšek 0,05 mm silných, vložených mezi dva ocelové plíšky o tloušťce 0,08 mm. Segmenty kontaktních válečků jsou z tvrdého taženého bronzu. Pomýšlíme ještě

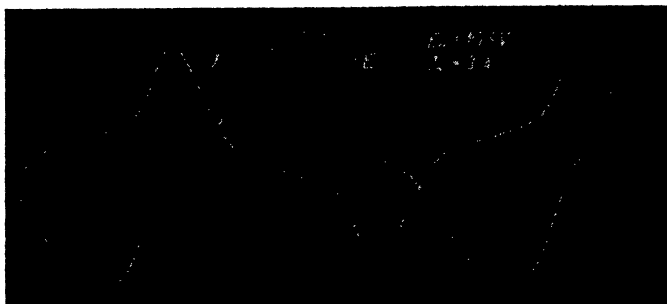
místo kartáčku použití rtuťového praménku, provedení jest však prozatím z nedostatku finančních prostředků oddáleno.

4. *Srovnávací měření s novým přístrojem.* Za účelem verifikace správnosti této metody provedlo se několik srovnávacích měření. Jedno z nich podávám, při kterém se zjišťoval průběh napětí



Obr. 3.

a proudu procházejícího závity navinutých na železném prstenci složeném z plechů. Za účelem větší deformace průběhů bylo železo silněji nasyceno a do obvodu se vložil ohmický odpor. K vůli vyloučení vlivu indukce v obvodu měřícího přístroje užily se předřazené



Obr. 4.

odpory ve vinutí Chaperonově, při měření intenzity bylo použito většího zcela neinduktivního shuntu a přístroji se ještě předřadilo  $100 \Omega$  Chaperonova odporu.

Současně s měřením podle nové metody provedeno oscilografování (obr. 4) a rozklad oscilogramu na jednotlivé harmonické s Maderovým analysátorem.



Naměřené hodnoty podává tabulka:

Křivka napětí.

k	Amplituda v % základní		Pošinití proti základní	
	z oscil. Made- rovým analysát.	kontaktním aparátém	z oscilogr. Made- rovým analysát.	kontaktním aparátém
1	100	100	—	—
3	16,9	16,8	45°	45°
5	8,4	7,3	37°	33°
7	2,1	1,2	38°	42°
9	1,9	0,9	29°	41°

Křivka proudu.

k	Amplituda v % základní		Pošinití proti základní	
	z oscilogr. Made- rovým analys.	kontaktním aparátém	z oscilogr. Made- rovým analysát.	kontaktním aparátém
1	100	100	—	—
3	40	48	— 71	— 71
5	16	24	— 82	— 80
7	6	8	— 68	— 68
9	3	5	— 81	— 61

Diference v některých případech jsou dosti značné. Ale uvážíme-li, že hodnoty z oscilogramu jsou nanejvýš na 5% stanovitelné a že přístroj jest první výroby, možno výsledek považovati za uspokojující.

\*

### Une méthode pour l'analyse des courbes de courant.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur traite une nouvelle méthode concernant une détermination des harmoniques supérieures du courant. Il emploie la méthode de Houston-Kennelly, laquelle simplifie notablement en se servant de la mesure directe au lieu du planimètre.