

Václav Posejpal

Kterak se odchyluje volně padající těleso od směru vertikálního

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 35 (1906), No. 1, 64--71

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123438>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1906

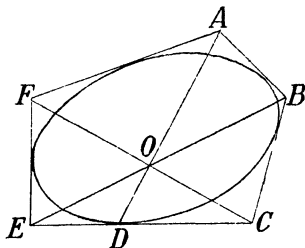
Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Jest patrné, jak dle této věty určovati lze dotyčné body stran pětiúhelníka, jemuž ellipsa jest vepsána.

Splynou-li další dvě strany neb i třikrát dvě strany Brianchonova šestiúhelníka, nabudeme vět, jež dle předcházejícího snadno lze odvoditi.



Obr. 7.

*Pozn.* Uvedené zde vlastnosti ellipsy platí větším dílem i o hyperbole a parabole; ale přestáváme zde na ellipse, nejdůležitější z těchto křivek, ježto ostatní zmíněné křivky za orthogonální průmět kruhu bráti nelze.

## Kterak se odchyluje volně padající těleso od směru vertikálního.

Referuje Dr. Václ. Posejpal na Král. Vinohradech.

Když r. 1679 Robert Hooke psal Isáku Newtonovi, nabízej mu filosofickou korespondenci, odpověděl tento, že již dávno dal s bohem filosofií, dlouho nemoh oželeti drahého času, jí věnovaného, a že jest teď právě zaměstnán docela jinými věcmi a vybízí ho současně ke konání pokusů s volně padajícími tělesy za účelem dokázati existenci rotace zemské. Při tom ihned vykládá, jak jest to možné. Každé těleso, jež trvá v klidu v nějaké výši nad povrchem zemským, byvši puštěno bez počáteční rychlosti nebude padati podél vertikály, nýbrž po dráze křivé (Newton myslí, že to bude spirála) a předbíhající ve svém

pohybu od západu k východu částičky země padne na východ vertikály, tedy právě naopak proti obecnému mínění, jež soudí, že, kdyby se země točila, unikaly by části jejího povrchu padajícímu tělesu a toto by padlo na západ. Na konec připojuje Newton ještě celou řadu praktických pokynů, jak by bylo lze zmíněné pokusy nejlépe prováděti.

Mýšlenka Newtonova stala se od té doby předmětem úvah mathematických i experimentálních, jež skrze celá století zaměstnávají v intervalech kratších neb delších celou řadu hlav. Poněvadž bylo v nejnovější době po uplynutí více než sedmdesáti let od poslední práce na tomto poli vykonané znovu touto otázkou hnuto a nová měření podniknuta, chceme své čtenáře s historií a dnešním stavem celé věci stručně seznámiti a to také proto, že v učebnicích fysiky volný pád těles se značných výšek se uvádí na důkaz rotace zemské a jest tudíž zajímavo věděti, jak dalece tento pád nás o existenci rotace zemské přesvědčuje.

Problem Newtonem vyslovený předkládá dvě úlohy: předně sledovati mathematicky na základě všeobecně platných zákonů mechaniky dráhu volně padajícího tělesa a ukázati, že padne a jak daleko padne na východ od paty příslušné vertikály, předpokládáme-li existenci rotace zemské, a za druhé potvrditi tento fakt v obou směrech experimentálně.

První část úlohy podařilo se na začátku minulého století po četných nezdarech předchůdců rozřešiti Gaussovi a Laplaceovi na základě nesporných mathematických výpočtů. Oba našli souhlasně, že těleso volně padajíc uchýlí se zcela patrně na východ od paty vertikály a jen zcela nepatrně, o obnos naprosto neměřitelný, na jih. Jestli  $h$  výška, se které těleso spadlo,  $t$  doba pádu,  $\varphi$  zeměpisná šířka příslušného místa,  $\omega$  úhlová rychlost země při denní rotaci,  $g$  zrychlení tíže zemské, a nepřihlížíme-li k odporu vzduchu, ke změně zrychlení tíže zemské s výškou a vynecháme-li členy řádu  $\omega^2$ , padne tělo od paty vertikály, jež vychází z jeho těžiště, pokud těleso jest v klidu, na východ o obnos

$$(1) \quad s = \frac{\omega \cos \varphi}{3} \sqrt{\frac{8h^3}{g}},$$

což možno také psáti, poněvadž  $\sqrt{\frac{2h}{g}} = t$ ,

$$(2) \quad s = \frac{\omega \cos \varphi}{3} 2h t.$$

Chceme-li přihlížeti k odporu vzduchu a předpokládáme-li, že tíž jest úměrný čtverci relativní rychlosti mezi tělesem a vzduchem a jestli  $h'$  dráha, kterou by těleso urazilo volně padajíc po čas  $t$  ve vzduchu a  $h$  dráha za týchž okolností ve vzduchoprázdném prostoru, máme dle Gausse

$$(3) \quad s_t = \frac{\omega \cos \varphi}{3} t (3h' - h).$$

Poněvadž  $h'$  se od  $h$  liší jen velmi málo, vedou vzorce (2) a (3) k výsledkům téměř identickým.

Méně uspokojující jest odpověď, již daly všechny dosavadní pokusy konané za účelem měření této odchylky, ačkoliv se tato úloha zdá na prvý pohled mnohem snazší předešlé. Zdá se, že právě tato zdánlivá snadnost byla hlavní příčinou nezdaru, zavinujíc, že uspořádání pokusů nikdy nebylo provedeno s dostatečnou pečlivostí. Řada těch, kteří pokusy o volném pádu konali, jest chronologicky tato: Robert Hooke r. 1680 v Londýně, ve volném vzduchu, J. B. Guglielmini r. 1791 v Bologně ve věži degli Asinelli, J. F. Benzenberg r. 1802 v Hamburku ve věži Sv. Michala a r. 1804 v kamenouhelném dolu „zur alten Rosskunst“ v hrabství Mark, F. Reich r. 1831 v dolu „Drei-brüderschachte“ u Freiberga, Rundell roku 1848 v Cornwallu v rudném dolu, a v nejnovější době E. H. Hall r. 1902 ve věži fysikální laboratoře Jeffersonovy při harvardské universitě v Cambridgei a Camille Flammarion, známý astronom, v Pantheonu v Paříži r. 1903.

Obtíže, jež přesnému provedení pokusů v cestu se staví, jsou nejrozmanitější: proudy vzduchové, rozdíly tepelné, chvění a otřásání se půdy a budov, atd. Poněvadž odchylky, o něž se jedná, jsou poměrně malé i při značných výškách, jest přesné stanovení paty vertikální linie tak, aby přesně odpovídala těžišti tělesa, jež má býti spuštěno, nemálo důležité, ale také obtížno,

poněvadž při zmíněných značných výškách může sebe menší odchylka olovnice od vertikálního směru, způsobená na př. slabým proudem vzduchu neb magnetickým polem neb jakoukoliv jinou příčinou, způsobiti značnou chybu. (Že takové odchylky jsou velmi snadno možny, ukazují pozorování v nejnovější době v dolech v Tamaracku vykonaná, kdež 2 ocelové dráty, zatížené každý vahou asi 50 angl. liber, mající délku asi 4000 stop, byly u dna od sebe více vzdáleny než u závěsů.) Dále těleso, než jest spuštěno, má býti naprosto v klidu, požadavek to těžko splnitelný, pracujeme-li ve vysokém patře nějaké věže, která proudy vzduchovými jest stále otřásána. Neméně důležité jest dbáti toho, aby tělesu při pouštění nebyla udělena nějaká rychlost na stranu. Z té příčiny zavěšovali někteří kouli na jemné vlákno, jež drželi mezi dvěma rovnoběžnými destičkami, jež bylo lze šroubem stisknouti neb uvolniti (Benzenberg), jiní toto vlákno malým plaménkem plynovým přepalovali (Hall), jiní zase kouli zahřívají a takto zahřátou kladli na stoleček s otvorem, kterým koule vychladnuvši propadala (Reich); Flammarion užil elektromagnetu, jehož jádro z velice měkkého železa přidržovalo ocelovou kuličku k šikmo seříznutému okraji měděné válcové rourky, ve které se elektromagnet nalézal; po přerušení proudu koule ihned padala.

Proudy vzduchové pokusům jsou vůbec nepříznivy, jednak tím, že pozměňují směr olovnice, jednak přímo působíce na pohyb padajícího tělesa. Proto pracovala většina pozorovatelů v místnostech uzavřených, poslední tři dokonce (Reich, Hall, Flammarion) obklopili padající kouli širokou válcovou rourou. Tím však v případě, že pád koule neděje se směrem osy válce, vzniká nový zdroj chyb z nesymetrie odporu vzduchového. Tělesa dopadala buď do nádoby naplněné hustým těstem, kdež zůstávala nehybně vězeti (Hooke, Hall), neb na hladkou desku buď dřevěnou (Benzenberg, Reich) neb olovenou (Flammarion), kdež vyrazila zřetelnou stopu. Všickni pozorovatelé užívali koulí kovových. Není-li koule homogenní neb dokonale symmetrická, vznikají při pádu rotace kol těžiště, což není bez vlivu na výsledek pozorování. Pozorování Hookeova pro svou nečetnost a nespolehlivost a pozorování Rundellova pro malou pečlivost

v provedení nemají vůbec ceny. Výsledky ostatních pozorovatelů podává přehledně následující tabulka :

Jméno pozorovatele	Rok	Místo	Počet vyk. pokusů	Výška v m	Východní úchl. v mm		Jižní úchylka v mm
					Pozorov.	Vypoč.	
J. B. Guglielmini	1791	Bologna	16	78·0	19 ± 2·5	11·3	+ 12 + 1·1
J. F. Benzenberg	1802	Hamburk	31	76·4	9·0 ± 3·6	8·7	+ 3·4 ± 2·5
" "	1804	Hrabství Mark.	29	85·1	11·5 ± 2·9	10·4	— 1·6 ± 3·8
F. Reich	1831	Freiburk	106	158·5	28·3 ± 4	27·5	+ 5·1 ± 4
E. H. Hall	1902	Cambridge	948	23	1·5 ± 0·2	1·8	+ 0·05 ± 0·04
C. Flammarion	1903	Paříž	144	68	6·3 ± 2·5	8·1	— 1·6 ± 2·1

Není zde místa vypisovati podrobně uspořádání i průběh pokusů každého autora. Pozorujeme-li výsledky prací starších, vidíme, že pravděpodobné chyby (které ostatně nepocházejí od pozorovatelů samých, nýbrž teprve později byly na základě jejich pokusů přibližně odhadnuty, jsou tak značné, že výsledky ty, jež ostatně také se značně liší od výpočtů, jsou dosti pochybnými, zvláště pokud se týče derivace v meridiánu. To bylo příčinou, že Hall a Flammarion po 70 letech se znovu chopili této staré otázky. Chceme jich pracím věnovati krátkou pozornost.

C. Flammarion, máje příležitost použití uspořádání, jehož bylo třeba k slavnostnímu opakování pokusu Foucaultova, cítí se nucena, hledě k málo souhlasným výsledkům dosavadním, opakovati pokusy o volném pádu, jak sám praví, „za pomoci nejprecisnějších prostředků, jichž lze dues užítí“ (Bulletin de la Société Astronomique de France, pg. 329—335 z roku 1903). Nicméně nenabývá čtoucí zprávu o jeho práci nikterak dojmu této slibované precisnosti. Originální jest pouštění kouli z kalené oceli pomocí elektromagnetu, jak již naznačeno. Kuličky padají

středem měděné roury na desku olověnou, jež jest upevněna na desce ocelové. Na každou desku puštěna celá serie koulí v počtu od 11—13. Provedeno celkem 14 serií pokusů, z nichž prvá, jakožto předběžná, a sedmá, jež padla do doby otevření velkých vrat Pantheonu, přes zimu zavřených, byly z počtu vyloučeny. Pozorování vykonána v době od 20. dubna do 14. května a za celou tu dobu určen směr vertikály přesně jen dvakrát, 8. a 15. května! Jest škoda, že autor, ačkoliv několikrát opakuje, že všemožná opatření byla provedena, nepouští se do vypsání podrobností těchto opatření. Výsledky pokusů jsou málo uspokojivé, možno říci, že nikterak nepředčí pokusy starší, ba nedosahují přesnosti práce Hallovy, o níž Flammarion nevěděl. Flammarion nikde neudává přibližnou chybu pozorovací a přikládá všem pokusům stejnou váhu, počítaje prostě střední hodnotu. Ze všech 144 pokusů ukázalo 95 úchylku na východ (maximum 45·7 *mm*), 49 úchylku na západ (m. 22·8 *mm*), 64 na jih (m. 37·4 *mm*) a 80 na sever (m. 45·7 *mm*). Výsledky dle serií možno přehlédnouti z této tabulky:

Číslo serie	Počet koulí	Střední úchylka v <i>mm</i>			
		Vých.	Záp.	Jih	Sever
II	13	8·5		—	3·5
III	13	—	0·2	5·5	—
IV	12	7·2	—	—	0·0
V	13	1·0	—	—	6·1
VI	12	11·3	—	—	7·7
VIII	11	3·4	—	—	4·5
IX	12	6·1	—	—	1·0
X	12	5·5	—	—	3·9
XI	12	6·8	—	0·1	—
XII	11	3·3	—	—	5·1
XIII	12	15·8	—	0·8	—
XIV	11	7·7	—	—	0·1

Čítáme-li průměr z prvních šesti serií, obdržíme pro odchylku východní  $5.1\text{ mm}$ , severní  $2.6\text{ mm}$ , z druhých šesti serií vých.  $7.6\text{ mm}$ , sev.  $0.5\text{ mm}$ , střed ze všech vých.  $6.3\text{ mm}$ , sev.  $1.6\text{ mm}$ ; hodnota theoretické vých.  $8.1\text{ mm}$ .

Flammarion sám jest s výsledky svými málo spokojen a chce v pokusech s větší precizností pokračovati.

Mnohem důkladněji a docela s jiného stanoviska přistupuje ke své úloze Hall. (The Physical Review, Vol. XVII z r. 1903, pg. 179—190, 245—254.) Hall pozoruje, že od Hookea počínajíc všickni pozorovatelé nalézají dosti značnou odchylku na jih, kdežto výpočet dává úchylku tak malou, že ji nelze žádným způsobem měřiti, a klade si za úlohu, tento spor experimentálně rozhodnouti. Před započítím podrobuje práce svých předchůdců důkladné kritice, snaže se vyzkoumati, jak dalece osobní názor jednotlivých pozorovatelů mohl míti na konstatování jižní úchylky vliv a nalézá, že Hooke, Guglielmini a Benzenberg r. 1802 byli zaujati pro existenci jižní úchylky, kdežto Benzenberg r. 1804 byl na základě prací Gaussových a Laplaceových přesvědčen o její nemožnosti. Reich rozhodně nebyl zaujat ani pro, ani proti, a proto jeho pozorování v té příčině jest velmi cenným. V celku vzato lze na základě dosavadních prací možnost jižní úchylky připustiti.

Uspořádání pokusů Hallových jest velmi pečlivé. Pracuje jen v noci v uzavřené věži s výškou  $23\text{ m}$ . Koule visí na tenkém vlákně, jehož posice se dá velmi přesně stanoviti; vlákno vine se přes dvě kladky, jsouc na druhém konci zatíženo vhodným závažím. Velká péče věnována upevnění koule na vlákno, tak aby směr vlákna procházel přesně těžištěm koule. Pouštění koule děje se tak, že malým plynovým plaménkem se vlákno přepálí; koule padá směrem osy širokého válce z bavlněné tkáně beze švů do válcové nádoby naplněné hustým mazem, kterou lze postaviti do čtyř různých posic tak, že koule padají blíže buď k východnímu neb západnímu kraji nádoby. Poloha olovnice se určuje dvěma malými dalekohledy a rovněž tak poloha středu koule dopadší. Poloha olovnice se určovala vždy na začátku a na konci jedné serie pokusů. Řadou libell jest zajištěno náležité postavení různých stolečků atd. Autor hledá pečlivě zdroje možných chyb a snaží se jim čeliti buď vhodnou



modifikací konstrukce neb je eliminovati dvojím měřením. Každému pozorování přisouzena příslušná váha a na základě toho počítány výsledky uvedené v následující tabulce. Před započítáním vlastních pokusů, jichž provedeno celkem 948, vykonáno několik set pokusů předběžných.

Doba v r. 1902	Střední úchylna na		Pravděpod. chyba pro úchyl.		Počet koulí
	jih	východ	jižní	východ.	
Od 26./IV. do 28./V.	0·0057 cm	0·163 cm	0·0083 cm	0·0093 cm	258
„ 31./V. „ 17./VI.	– 0·0038 „	0·149 „	0·0103 „	0·0093 „	210
„ 21./VI. „ 8./VII.	– 0·0011 „	0·189 „	0·0070 „	0·0091 „	240
„ 9./VII. „ 25./VII.	0·0249 „	0·082 „	0·0101 „	0·0103 „	240
Celkem . . . . .	0·0 50 cm	0·149 cm	0·0043 cm	0·0047 cm	948

Rozdíl mezi theoretickou hodnotou vých. úchylny (0·179 cm) a nalezenou (0·149 cm) jest příliš velký, než aby bylo lze jej vysvětliti z odporu vzduchu. To však nikterak neubírá na ceně výsledku nalezenému pro jižní úchylku, poněvadž podmínky pro určení této byly daleko lepší. Co pak se obnosu jižní derivace týče, jest tak malý, že, kdyby stál osaměle, mohl by se směle zanedbat. Ale právě vzhledem k tomu, že týž zjev pozorovali všickni předchůdci, považuje Hall problem jižní derivace svou prací za nerozřešený a žádá nových pokusů.

V učebnicích fysiky uvádí se pravidelně východní úchylna volně padajících těles mezi těmi zjevy na povrchu zemském pozorovatelnými, jež rotaci zemskou dokazují. Přehlédneme-li však všecky dosud vykonané pokusy a položíme si otázku: „Kdyby nebylo jiných zjevů, jež by nás o rotaci zemské přesvědčovaly, než právě dosud vykonané pokusy o volném pádu, mohli bychom připustiti, že tyto pokusy existenci zemské rotace dokazují?“ musíme říci, že nikoliv úplně přesvědčivě. Jmenované pokusy existenci rotace zemské nedokazují, ale ovšem potvrzují ji.