

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Josef Studnička

O přidružených zlomcích přibližných a jich upotřebení

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 1, 32--33

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123421>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1872

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Poněvadž osy souřadnicové půlí úhly φ , jde z těchto rovnic

$$tg^{2\frac{1}{2}}\varphi_1 = -\frac{b}{c}, \quad tg^{2\frac{1}{2}}\varphi_2 = -\frac{c}{a}, \quad tg^{2\frac{1}{2}}\varphi_3 = -\frac{a}{b},$$

z kterýchžto vzorců znásobením se obdrží především

$$tg^{2\frac{1}{2}}\varphi_1 \, tg^{2\frac{1}{2}}\varphi_2 \, tg^{2\frac{1}{2}}\varphi_3 + 1 = 0$$

aneb

$$\sin^2\frac{1}{2}\varphi_1 \sin^2\frac{1}{2}\varphi_2 \sin^2\frac{1}{2}\varphi_3 + \cos^2\frac{1}{2}\varphi_1 \cos^2\frac{1}{2}\varphi_2 \cos^2\frac{1}{2}\varphi_3 = 0;$$

použijeme-li pak známých vzorců goniometrických, abychom vyjádřili \sin a \cos polovičních úhlů \cos celých, zjednáme si snadno

$$- \cos\varphi_1 (1 - \cos\varphi_2) (1 - \cos\varphi_3) + (1 + \cos\varphi_1) (1 + \cos\varphi_2) (1 + \cos\varphi_3) = 0$$

aneb znásobíme-li, konečně

$$\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\varphi_2 \cos\varphi_3 + \cos\varphi_3 \cos\varphi_1 + 1 = 0,$$

což mělo být dokázáno. *)

O přidružených zlomcích přibližných a jich upotřebení.

(Podává dr. F. J. Studnička.)

Ustanovíme-li k řetězovému zlomku

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots)$$

podle známých pravidel zlomky přibližné a značí-li

$$\frac{\alpha_{n-1}}{\beta_{n-1}}, \frac{\alpha_{n+1}}{\beta_{n+1}}$$

dva krajní ze tří po sobě jdoucích, vyjádří se celá řada mezi ně připadajících zlomků přidružených vzorcem

$$\frac{r_k}{s_k} = \frac{\alpha_n k + \alpha_{n-1}}{\beta_n k + \beta_{n-1}},$$

zavede-li se do něho za k po sobě

$$0, 1, 2, \dots, a_{n+1}-1, a_{n+1},$$

kdež značí a_{n+1} článkového dělitele, který vede k druhému z vytknutých zlomků.

Jelikož tu, jak známo,

$$r_k = \alpha_n k + \alpha_{n-1}, \tag{1}$$

$$s_k = \beta_n k + \beta_{n-1}, \tag{2}$$

*) Jedna z hodnot $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ jest patrně vždy ideální.

obdržíme, vyloučivše k , jako při hlavních zlomcích přibližných

$$\alpha_n s_k - \beta_n r_k = (-1)^{n-1}, \alpha_n < \beta_n. \quad (3)$$

A této relace možná použití k řešení neurčitých rovnic stupně prvního čísly celistvými.

Značí-li a a b relativní prvočísla, jest základní tvar takovýchto rovnic

$$ax - by = c; \quad (4)$$

proměníme-li pak zlomek $a : b$ v řetězec, bude poslední přibližný zlomek, dejme tomu

$$\frac{\alpha_n}{\beta_n} = \frac{a}{b}$$

a předposlední tudíž

$$\frac{\alpha_{n-1}}{\beta_{n-1}} = \frac{\alpha}{\beta},$$

vzorec (1), (2) a (3) promění se za tou příčinou v

$$r_k = ak + \alpha, \quad (5)$$

$$s_k = bk + \beta, \quad (6)$$

$$as_k - br_k = (-1)^{n-1}, a < b. \quad (7)$$

Znásobíme-li tedy poslední tuto rovnici činitelem $(-1)^{n-1} c$, povstane z ní

$$(-1)^{n-1} [acs_k - bcr_k] = c,$$

z čehož patrně, porovnáme-li s rovnicí (4), že

$$x = (-1)^{n-1} cs_k,$$

$$y = (-1)^{n-1} cr_k,$$

aneb dosadíme-li za r_k a s_k hodnoty ze vzorců (5) a (6),

$$x = (-1)^{n-1} [bp + \beta c], \quad (8)$$

$$y = (-1)^{n-1} [ap + \alpha c], \quad (9)$$

při čemž možná za $p = kc$ dosaditi jakékoli číslo celistvé.

Jestli $a > b$, píše se ve vzorci (8) a (9) n místo $n-1$.

O Eulerově vzorci, podle něhož možná konvergentní řady proměnit v rychleji konvergující.

(Příspěvek k počtu s operačními symboly od dra. F. J. Studničky.)

V klassickém díle svém o počtu diferenciálním jednajícím zanaší se Euler též s převáděním řad na jiné ¹⁾, které rychleji

¹⁾ Institut. calc. dif. Pars II. „De transformatione serierum“ pag. 232. 1755.