

Antonín Vašíček

Polarimetrické rozdělení látek a výpočet optických konstant

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 70 (1941), No. 1, 42--52

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123414>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1941

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ČÁST FYSIKÁLNÍ.

Polarimetrické rozdělení látek a výpočet optických konstant.

Antonín Vašíček, Brno.

(Došlo 8. února 1940.)

Měření optických konstant (indexu lomu n , absorpčního indexu k a absorpčního koeficientu nk) vodivých látek (kovů) se provádí, až na nepatrné výjimky, pouze metodou polarimetrickou z odrazu světla. U dielektrik se uchylujeme k této metodě jen v krajních případech, na př. je-li měřené dielektrikum neprůhledné (ebonit). Dopadá-li monochromatické lineárně polarisované světlo na vodivou látku, je odražené světlo obecně polarisováno elipticky, při odrazu na izolujícím dielektriku zůstává odražené světlo prakticky lineárně polarisováno, přesně vzato, je polarisováno slabě elipticky.

Označíme-li E_p a E_s složky amplitudy světelného vektoru Fresnelova (elektrické síly) v lineárně polarisované rovinné světelné vlně, dopadající ze vzduchu na vodivou látku, při čemž složka E_p leží v rovině dopadu, složka E_s je k ní kolmá, značí-li obdobně R_p a R_s složky amplitudy Fresnelova vektoru v odražené vlně, konečně je-li δ_{rp} fázový rozdíl složek R_p a E_p a δ_{rs} fázový rozdíl složek R_s a E_s , pak z podmínek v rozhraní obou prostředí plynou zobecněné Fresnelovy vzorce¹⁾

$$\frac{R_s}{E_s} e^{i\delta_{rs}} = \frac{\sin(\varphi - r')}{\sin(\varphi + r')}, \quad \frac{R_p}{E_p} e^{i\delta_{rp}} = -\frac{\operatorname{tg}(\varphi - r')}{\operatorname{tg}(\varphi + r')}. \quad (1)$$

V nich značí φ úhel dopadu a komplexní úhel r' je dán rovnicemi

$$n' = \frac{\sin \varphi}{\sin r'}, \quad \cos r' = \frac{\sqrt{n'^2 - \sin^2 \varphi}}{n'}; \quad (2)$$

¹⁾ Viz na př.: Geiger-Scheel: Handbuch der Physik, Bd. XX, 241, (Berlin 1928).

n je t. zv. komplexní index lomu, definovaný vztahem

$$n'^2 = n^2 \left(1 - 2ik - \frac{k^2}{\cos^2 r} \right), \quad (3)$$

v němž r značí úhel lomu. Pro kolmý dopad ($\varphi = 0$, $r = 0$) je

$$n'^2 = n_0^2 (1 - ik_0)^2. \quad (3')$$

Je-li α úhel polarisační roviny polarisátoru (ta je kolmá k Fresnelovu vektoru) s rovinou dopadu, pak

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_p}{E_s}; \quad (4)$$

analogicky pro úhel α^* polarisační roviny analysátoru s rovinou dopadu platí

$$\operatorname{tg} \alpha^* = \frac{R_p}{R_s}. \quad (4')$$

Zavedeme úhel ψ vztahem

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} \alpha^*}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (5)$$

a fázový rozdíl $\Delta = \delta_{rp} - \delta_{rs}$, pak plyne z rovnic (1)

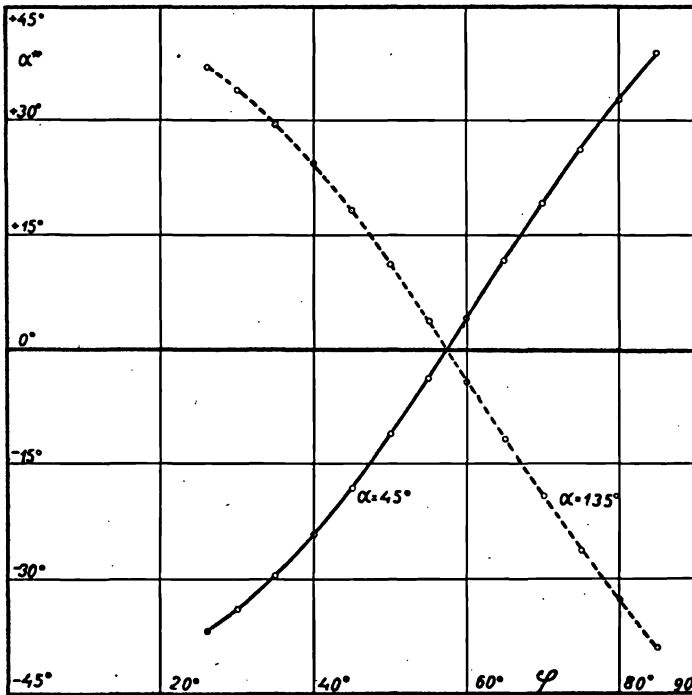
$$\left(\frac{R_p}{R_s} : \frac{E_p}{E_s} \right) e^{i\Delta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha^*}{\operatorname{tg} \alpha} e^{i\Delta} = \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta} = - \frac{\cos(\varphi + r')}{\cos(\varphi - r')} \quad (1')$$

Obecně obsahují vztahy (1) a (1') komplexní veličiny; znamená to, že odražené světlo je elipticky polarisováno. U izolujících dielektrik je $k = 0$, n' i r' tedy reálné a z rovnice (1') je viděti, že se Δ rovná buď 0° nebo 180° ; odražené světlo je lineárně polarisováno.

Studium polarisace odraženého světla se provádí na spektrometru vybaveném polarisačním zařízením. Před kolimátorem je umístěn polarisátor, před pozorovacím dalekohledem je analysátor a kompensátor pro měření fázového posunutí Δ . Vlastní měření se provádí tak, že se kompensátorem (Soleilovým nebo čtvrtvlnovou destičkou) kompenzuje fázový rozdíl Δ , při čemž se jeho velikost odečítá na kompensátoru; tím se převede elipticky polarisované světlo na světlo lineárně polarisované, jež vstupuje do analysátoru. Při měření se zpravidla staví polarisátor tak, aby bylo $\alpha = 45^\circ$, pak $\psi = \alpha^*$; úhel ψ je tedy dán přímo úhlem analysátoru s rovinou dopadu. Pro $\alpha = 135^\circ$ je podle rovnice (5) $\operatorname{tg} \psi = - \operatorname{tg} \alpha^*$, tedy $\psi = -\alpha^*$.

Měřením úhlu ψ a fázového rozdílu Δ při daném úhlu dopadu φ jsou optické konstanty vodivých látek úplně určeny; při izolujícím dielektriku stačí znáti pouze úhel ψ , neboť $\Delta = 0^\circ$ nebo 180° .

Měření na izolujícím dielektriku (na př. na skle) se obvykle provádějí jen analysátorem bez kompensátoru, kdežto k měření na ploše kovové je třeba analysátoru i kompensátoru. Podle elektromagnetické teorie světla představují kovy (vodivé látky) případ obecnější, který jako zvláštní případ zahrnuje též průhledné látky (isolátory). Lze pak očekávat, že i křivky, které zobrazují na př. závislost úhlu analysátoru α^* na úhlu dopadu φ na skle, budou zvláštním případem křivek, jež naměříme na ploše kovové, na př.



Obr. 1.

Závislost úhlu analysátoru α^* na úhlu dopadu φ pro polohy polarisátoru $\alpha = 45^\circ$ a 135° u skla korunového.

na stříbře. Srovnáváme-li je však, vidíme, že tomu tak není. Tato nesrovnalost je způsobena tím, že na kovové ploše měříme analysátorem a kompensátorem, kdežto na skle pouze analysátorem. Chceme-li tedy porovnat výsledky měření na př. na stříbře a na skle, je nutno v obou případech prováděti měření analysátorem a kompensátorem; pak odpadnou všechny zdánlivé rozpory. Poněvadž tyto otázky bývají v odborné literatuře odbývány pouze zmínkou

(viz na př. M. Born: Optik, str. 264 a 265, Berlin 1933²⁾), podám v dalším ucelený a přehledný obraz, jak závisí úhel analysátoru α^* a fázový rozdíl Δ na úhlu dopadu φ u ideálního izolujícího dielektrika (čisté sklo bez povrchové vrstvy), dále u téhož skla s povrchovými vrstvami o kladné a záporné elipticitě, pak u polovodiče (PbS) a konečně u dobrého vodiče (stříbra). Křivky jsou uvedeny pro úhly polarisátoru $\alpha = 45^\circ$ a 135° , poněvadž se tímto dvojným měřením vyloučí mnoho systematických chyb měření.³⁾ Tento přehled má zároveň ukázati čtenáři, jak se uplatňuje vliv vodivosti látek na tato optická měření ve smyslu elektromagnetické teorie světla.

I. Měření na skle pouze analysátorem (bez kompensátoru).

Pro měření provedená na izolujícím dielektriku (sklo) pouze analysátorem, bez kompensátoru, je závislost úhlu analysátoru α^* na úhlu dopadu φ graficky zobrazena v obr. 1. Křivka plně vytažená platí pro úhel polarisátoru $\alpha = 45^\circ$; s rostoucím úhlem dopadu φ roste tu α^* od -45° do $+45^\circ$. Křivka čárkovaná byla naměřena pro $\alpha = 135^\circ$; v tom případě s rostoucím úhlem dopadu klesá α^* od $+45^\circ$ do -45° . Jak je viděti z grafu, naměřené úhly analysátoru liší se při témž úhlu dopadu jen znaménkem. Při polarisačním úhlu ($\bar{\varphi} = \arctg n$) je v obou případech $\alpha^* = 0^\circ$.

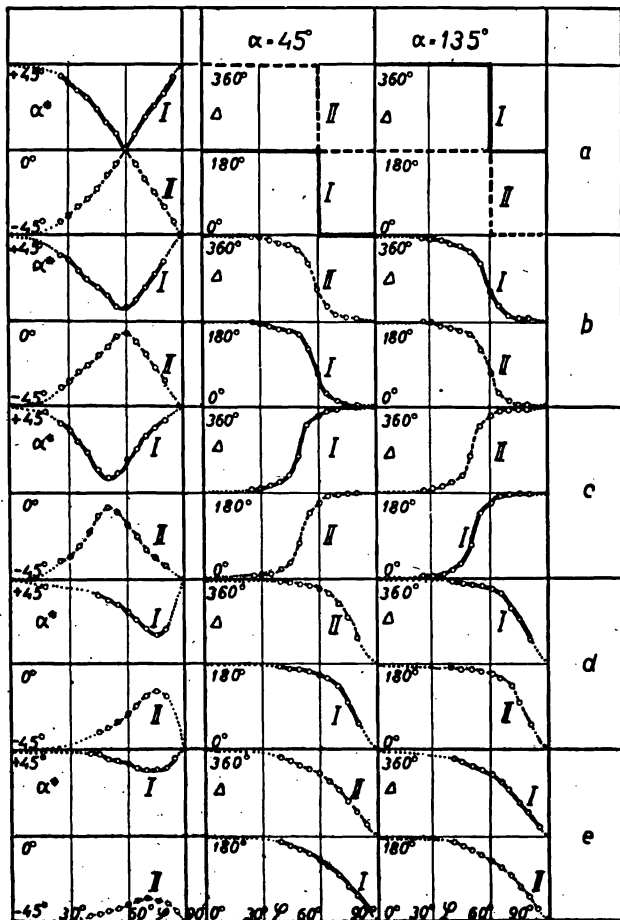
II. Měření na skle s povrchovou vrstvou analysátorem a kompensátorem.

Jak jsem již uvedl, chceme-li porovnávatí závislost úhlu analysátoru na úhlu dopadu u izolujících dielektrik a u látek vodivých, je nutno v obou případech provéstí měření analysátorem i kompensátorem. Křivky zobrazující onu závislost pro sklo vypadnou pak zcela jinak, než jak jsou uvedeny v obr. 1, kde se předpokládá, že fázový rozdíl Δ je stále roven nule. Dobře se k tomuto měření hodí Soleilův kompensátor. Rovněž je radno při měření použití skla flintového, na němž se silně uplatňují povrchové vrstvy; odražené světlo je pak slabě elipticky polarizováno. Na některých druzích olivnatého skla lze chemickým působením, na př. zředěnou kyselinou sírovou, po dobu 1 až 5 hodin vyvolati povrchové vrstvy takové tloušťky, že dávají při kolmém dopadu denního světla a v kolmém odrazu pěkné interferenceční barvy. Má-li sklo velmi malou elipticitu (přeštěná skla korunová), je tmavý pruh, který při

²⁾ Viz též O. Lummer a K. Sorge: Ann. d. Physik (4), **81** (1910), 325.

³⁾ Při všech polarimetrických měřeních považujeme údaje na kruzích polarisátoru a analysátoru, které se liší o 180° , za totožné. O metodice polarimetrických měření v úpravě polostínové viz autorovo pojednání v Zeitschr. f. Instrumentenkunde **60** (1940), 161.

měření sledujeme v Soleilově kompensátoru, zejména v okolí polarisačního úhlu stěží znatelný. Závislost měřených hodnot úhlu analysátoru α^* a fázového rozdílu Δ na úhlu dopadu φ je graficky zobrazena v obr. 2b; měření byla provedena na flintovém skle o indexu lomu $n = 1,7393$, na němž byla chemicky vytvořena



Obr. 2.

Závislost úhlu analysátoru α^* a fázového posunutí Δ na úhlu dopadu φ pro polohy polarisátoru $\alpha = 45^\circ$ a 135° . Křivky v části a) platí pro ideální dielektrikum (čisté flintové sklo bez povrchové vrstvy), v části b) pro totéž sklo s povrchovou vrstvou o kladné elipticitě, křivky v části c) pro totéž sklo, ale s povrchovou vrstvou o záporné elipticitě; křivky v části d) platí pro polovodič (PbS) a křivky v části e) platí pro dobrý vodič (stříbro).

tenká povrchová vrstva takové tloušťky, že při kolmém dopadu bílého denního světla a v kolmém odrazu je viděti modrou interferenční barvu (maximum II. řádu).

Jak patrně z obrazce, dostáváme pro každý úhel dopadu vždy dvě odečtení na kruhu analysátoru, odečtení, která jsou stejná pro obě polohy polarisátoru, $\alpha = 45^\circ$ a 135° . V grafu jsou zakresleny dvě křivky úhlů analysátoru souměrné podle osy úseček (křivky I a II); naměřené hodnoty úhlů analysátoru se při téměř úhlu dopadu opět liší pouze znaménkem. Křivce I úhlu analysátoru α^* , která probíhá jen kladnými hodnotami od 45° do 45° , přísluší v obr. 2b křivky I fázového rozdílu Δ pro $\alpha = 45^\circ$ a pro $\alpha = 135^\circ$. S klesajícím úhlem dopadu fázový rozdíl Δ roste v prvním případě od 0° do 180° , v druhém případě od 180° do 360° . Podobně křivce II úhlu analysátoru α^* , která probíhá jen zápornými hodnotami od -45° do -45° , přísluší křivky II fázových rozdílů při polohách polarisátoru $\alpha = 45^\circ$ a 135° . Jak je patrné z grafu, otočením polarisátoru o 90° (na př. z 45° na 135°) zvětší nebo zmenší se fázový rozdíl Δ o 180° . Se zřetelem na vztah (1) lze také říci, že otočením polarisátoru o 90° zůstává fázový rozdíl nezměněn, zato však úhel analysátoru změni své znaménko.

III. Měření na ideálním dielektriku (na čistém skle) analysátorem a kompensátorem.

Má-li býti zachována spojitost mezi dielektriky ideálními (bez povrchové vrstvy) a skutečným dielektrikem (s povrchovou vrstvou), je nutno i pro ideální dielektrika předpokládati nějaké fázové rozdíly; ty nejlépe poznáme z grafického zobrazení v obr. 2a, jenž podává závislost úhlu analysátoru α^* a fázového rozdílu Δ na úhlu dopadu φ při odrazu na téměř skle jako v obr. 2b, ale bez povrchové vrstvy. Úhly analysátoru v tomto případě nebyly měřeny, nýbrž počítány podle vzorců (12) a (13); prakticky jsou to hodnoty, které bychom naměřili hned po přešetření povrchu skla. Od grafu 1 liší se tento graf tím, že pro dopadové úhly menší než úhel polarisační je vzhledem k změně fázového posunutí úhel analysátoru α^* vzat s opačným znaménkem. V případě ideálního dielektrika, kdy odražené světlo zůstává přesně lineárně polarisované, je nutno předpokládati, že fázový rozdíl při polarisačním úhlu přechází skokem z 0° na 180° nebo ze 180° na 360° , při skutečném dielektriku však, kdy odražené světlo je v důsledku povrchových vrstev vždy slabě elipticky polarisováno, je přechod fázového rozdílu Δ spojitý, a to tím plynulejší, čím více se uplatňuje vliv povrchové vrstvy.

IV. Polovodiče a kovy.

Výsledky měření úhlů analysátoru α^* a fázového rozdílu Δ v závislosti na úhlu dopadu φ , které byly získány při polohách

polarisátoru $\alpha = 45^\circ$ a 135° na polovodiči PbS, jsou graficky zobrazeny v obr. 2d a obdobné výsledky měření na dobrém vodiči (stříbro) jsou v obr. 2e. Čím je látka vodivější, tím hladší je průběh křivky fázového rozdílu Δ .

Srovnáváme-li křivky zobrazující závislost úhlu analysátoru α^* na úhlu dopadu φ pro ideální dielektrikum (obr. 2a), pro totéž dielektrikum s povrchovou vrstvou (obr. 2b), pro polovodič (obr. 2d) a pro dobrý vodič (obr. 2e), vidíme, že jen v případě ideálního dielektrika se obě křivky I a II dotýkají osy úseček; nastává to, je-li dopadový úhel roven úhlu polarisačnímu. Při skutečném dielektriku křivky úhlu analysátoru již nedosahují osy úseček, nabývají ostrého maxima nebo minima; toto maximum nebo minimum je ploché u látek polovodivých a velmi ploché u kovů.

Křivky úhlu analysátoru a fázových rozdílů v uvedených obrazcích jsou typickou ukázkou, jak se uplatňuje vliv vodivosti látek ve smyslu elektromagnetické teorie světla; jsou také ukázkou polarimetrického rozdělení látek.

Případy uvedené v obr. 2a, b, d, e vystihují případy kladné elipticity, kdy s klesajícím úhlem dopadu fázový rozdíl Δ roste od 0° do 180° , resp. od 180° do 360° . V těchto případech světelný vektor opisující elipsu v odraženém světle je levotočivý. Daleko řídkěji se setkáváme s případy záporné elipticity, kdy světelný vektor opisuje elipsu záporným směrem, je pravotočivý. Na ten případ se vztahuje obr. 2c; s klesajícím úhlem dopadu klesá tu fázový rozdíl od 0° do -180° , resp. od -180° do -360° . Obr. 2c se týká téhož skla jako obr. 2a a 2b, ale s povrchovou vrstvou, která při kolmém dopadu denního světla a v kolmém odrazu dává interferenční barvu modrobílou (maximum I. řádu).

Křivky ve všech uvedených obrazcích podávají úplný přehled závislosti úhlu analysátoru a fázového rozdílu na úhlu dopadu; jsou kresleny podle výsledků autorových měření, pouze hodnoty pro polovodič PbS byly vzaty ze Zahradníčkova pojednání „Odras světla na kovech“;⁴⁾ jsou to výsledky měření Zahradníčkova spolupracovníka M. Kokše.

Výpočet optických konstant.

Vzorce pro výpočet optických konstant vodivých látek bývají uvedeny v každé větší učebnici optiky (viz na př. M. Born l. c., Geiger-Scheel: Handbuch der Physik, Bd. XX., str. 241 a další, Berlin 1928, J. Zahradníček, l. c.). Autor v pojednání Optické konstanty rtuti a jejich závislost na úhlu dopadu (Šborník vysoké školy technické v Brně, VI, 26, 1931) odvodil je z rov-

⁴⁾ J. Zahradníček: Spisy přírodovědecké fakulty české university v Brně, č. 127, (1930).

nice (1'). Tu upravíme na tvar

$$\frac{1 - \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}}{1 + \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} r'} = \frac{\sqrt{n'^2 - \sin^2 \varphi}}{\operatorname{tg} \varphi \sin \varphi} \quad (6)$$

Vzhledem k identitě

$$\frac{1 - \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}}{1 + \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}} \equiv \frac{\cos 2\psi - i \sin 2\psi \sin \Delta}{1 + \sin 2\psi \cos \Delta}$$

lze rovnici (6) psát v tvaru

$$\frac{\cos 2\psi - i \sin 2\psi \sin \Delta}{1 + \sin 2\psi \cos \Delta} = \frac{\sqrt{n'^2 - \sin^2 \varphi}}{\operatorname{tg} \varphi \sin \varphi}$$

po umocnění na druhou a dosazení za n'^2 z rovnice (3) obdržíme srovnáním částí reálných a imaginárních

$$\frac{\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \sin^2 \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} = \frac{n^2 \left(1 - \frac{k^2}{\cos^2 r}\right) - \sin^2 \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin^2 \varphi} \quad (7)$$

$$\frac{2 \sin 2\psi \cos 2\psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} = \frac{2n^2 k}{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin^2 \varphi} \quad (8)$$

Položíme

$$\cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{n}$$

vypočteme (8) k z rovnice a dosadíme do (7). Po úpravě obdržíme kvadratickou rovnici pro rozdíl $n^2 - \sin^2 \varphi$, jejímž řešením dostaneme, podržíme-li jen kladné znaménko,

$$n^2 - \sin^2 \varphi = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin^2 \varphi \cos^2 2\psi}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2}$$

z čehož

$$n^2 = \sin^2 \varphi \left[1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \right] \quad (9)$$

Nyní dosadíme za n^2 do rovnice (8) a obdržíme pro absorpční index k vzorec

$$k = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin 2\psi \cos 2\psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}; \quad (10)$$

pro absorpční koeficient plyne pak

$$nk = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin \varphi \sin 2\psi \cos 2\psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta) \sqrt{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}} \quad (11)$$

Měříme-li při úhlu polarisátoru $\alpha = 45^\circ$, klademe ve vzorcích (9), (10) a (11) $2\psi \equiv 2\alpha^*$, při úhlu polarisátoru $\alpha = 135^\circ$, položíme $2\psi = -2\alpha^*$.

M. Born ve svém díle Optik (l. c. str. 264) předpokládá, že $\operatorname{tg} \psi$ nabývá pouze kladných hodnot. Ve shodě s tím se uvádějí vždy výsledky měření úhlu ψ v mezích 0° až 45° a fázového rozdílu Δ v mezích 0° až 180° . Lze však snadno nahlédnouti, že vzorce (9), (10) a (11) pro optické konstanty kovů dobře odpovídají křivkám měření v obr. 2, aniž je třeba přihlížeti k nějakým předpokladům. Jako ukázkou výpočtu uvádím měření na stříbře pro dva úhly dopadu $\varphi_1 = 80^\circ$ a $\varphi_2 = 50^\circ$, z nichž první je větší než hlavní úhel dopadu φ_h (pro ten je fázový rozdíl $\Delta = 90^\circ$ nebo 270°), druhý je menší než hlavní úhel dopadu. Výsledky měření jsou sestaveny v tabulce I. Pro zjednodušení úhel dopadu φ , úhel analysátoru α^* a fázové posunutí Δ zaokrouhlíme na celé stupně.

Tabulka I.

Úhel dopadu φ	$\alpha = 45^\circ$		$\alpha = 135^\circ$		Výpočet ze vzorců (9) a (10)
	$2\alpha^*$	Δ	$2\alpha^*$	Δ	
$\varphi = 80^\circ$ ($\varphi > \varphi_h$)	+ 70°	48°	— 70°	48°	$n = 1,53$ $k = 1,20$
	— 70°	228°	+ 70°	228°	
$\varphi = 50^\circ$ ($\varphi < \varphi_h$)	+ 80°	145°	— 80°	145°	$n = 1,12$ $k = 1,74$
	— 80°	325°	+ 80°	325°	

Pro každý úhel dopadu naměříme čtyry páry hodnot úhlu analysátoru α^* a fázového posunutí Δ (po dvou párech pro úhly polarisátoru $\alpha = 45^\circ$ a 135°). Výsledek dosazení do vzorců pro index lomu a index absorpce je ve všech čtyřech případech stejný; je třeba pouze pamatovati, že pro $\alpha = 45^\circ$ se dosadí $2\psi = -2\alpha^*$ a pro $\alpha = 135^\circ$ se dosadí $2\psi = -2\alpha^*$. Z tabulky je též patrné, že index absorpce vychází stále kladný, neboť je vždy $\sin 2\psi \cos 2\psi \cdot \sin \Delta > 0$.

Pro látky nevodivé je index absorpce $k = 0$ a fázový rozdíl Δ je buď 0° nebo 180° . Počítáme-li index lomu dielektrika (na př. skla) podle vzorce (2), je nutno za fázový rozdíl Δ dosaditi hodnoty 0° nebo 180° podle obr. 2a nebo podle tabulky II, která podává dva typické případy úhlu dopadu; první úhel dopadu je větší, druhý je menší než polarisační úhel $\bar{\varphi}$.

Tabulka II.

Úhel dopadu φ	$\alpha = 45^\circ$		$\alpha = 135^\circ$		Výpočet ze vzorce (9)
	$2\alpha^*$	Δ	$2\alpha^*$	Δ	
$\varphi = 80^\circ$ ($\varphi > \bar{\varphi}$)	+ 65° 30'	0°	— 65° 30'	0°	$n = 1,5622$
	— 65° 30'	180°	+ 65° 30'	180°	
$\varphi = 35^\circ$ ($\varphi < \bar{\varphi}$)	+ 59° 06'	180°	— 59° 06'	180°	$n = 1,5623$
	— 59° 06'	0°	+ 59° 06'	0°	

Vzorec (9) pro index lomu je obecný, platí jak pro izolující dielektrika, tak pro látky vodivé.

Pro výpočet indexu lomu izolujících dielektrik lze vzorec (9) zjednodušiti. Vzhledem k identitám

$$\frac{\cos 2\psi}{1 + \sin 2\psi} = \operatorname{tg} (45^\circ - \psi) = -\operatorname{tg} (\psi - 45^\circ),$$

$$\frac{\cos 2\psi}{1 - \sin 2\psi} = \operatorname{tg} (45^\circ + \psi) = \operatorname{tg} (\psi + 45^\circ)$$

je totiž pro úhel polarisátoru $\alpha = 45^\circ$

$$n^2 = \sin^2 \varphi [1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 (\alpha^* - 45^\circ)] \quad (12)$$

a pro úhel polarisátoru $\alpha = 135^\circ$

$$n^2 = \sin^2 \varphi [1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 (\alpha^* + 45^\circ)]. \quad (13)$$

Při výpočtu indexu lomu izolujícího dielektrika, pokud měříme metodou polarimetrickou, nejčastěji používáme těchto dvou vzorců, neboť v nich již není fázový rozdíl Δ a není proto třeba bráti ohled na hodnoty fázových rozdílů. Východiskem výpočtu jsou křivky v obr. 1. Uchylujeme se tu ostatně k polarimetrické metodě jen v krajních případech, na př., je-li měřená látka neprůhledná.

Kdežto index lomu ideálního dielektrika je fyzikální konstanta, která charakterisuje danou látku, není tomu tak u kovů, kde index lomu a index absorpce počítané podle vzorců (9) a (10) nejsou konstanty ve vlastním slova smyslu, neboť závisí na úhlu lomu r , resp. na úhlu dopadu φ . Proto se optické konstanty počítané podle oněch vzorců přepočítávají na Drudeovy konstanty, které platí pouze pro kolmý dopad ($\varphi = 0^\circ$).

Položíme⁵⁾

$$n^2 \left(1 - \frac{k^2}{\cos^2 r} \right) = A,$$

$$2n^2 k = B,$$

kde

$$\cos^2 r = \frac{n^2 - \sin^2 \varphi}{n^2},$$

pak

$$n_0^2 = \frac{\sqrt{A^2 + B^2} + A}{2} \quad (14)$$

$$k_0 = \frac{\sqrt{A^2 + B^2} - A}{2} \quad (15)$$

V tabulkách pro optické konstanty kovů bývají uvedeny pouze

⁵⁾ Viz též Fr. Závíška: K teorii odrazu světla na kovech. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, roč. 50, 172, (1931).

hodnoty Drudeovy platné pro kolmý dopad světla. Měření se provádí zpravidla v okolí hlavního úhlu dopadu a podle vzorců (9) a (10) se nejprve počítají optické konstanty platné pro měřený úhel dopadu; z nich a z úhlu lomu r se počítají Drudeovy konstanty podle vzorců (14) a (15).

*

Polarimetrische Einteilung der Stoffe und Berechnung der optischen Konstanten.

(Zusammenfassung.)

Der Verfasser gibt in Fig. 2 die graphische Darstellung der Abhängigkeit des Analysatorwinkels α^* und der Phasendifferenz Δ vom Einfallswinkel φ bei der Einstellung des Polarisatorwinkels $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 135^\circ$ an. Diese graphischen Abbildungen stellen typische Fälle der erwähnten Abhängigkeit dar und zwar a für ein ideales Dielektrikum (Flintglas $n = 1,7393$ ohne Oberflächenschicht), b und c für dasselbe Glas mit Oberflächenschicht, welche eine positive und negative Elliptizität zeigt, dann d für einen Halbleiter (PbS) und e für einen guten Leiter (Silber). In weiterem führt der Verfasser die Formeln für die Berechnung der optischen Konstanten an und zwar für den Brechungsindex

$$n^2 = \sin^2 \varphi \left[1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \right],$$

für den Absorptionsindex

$$k = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin 2\psi \cos 2\psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}$$

und für den Absorptionskoeffizient

$$nk = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin \varphi \sin 2\psi \cos 2\psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta) \sqrt{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}}$$

Diese Formeln entsprechen gut den Messungen, welche oben in Fig. 2 graphisch dargestellt sind. Bei der Einstellung des Polarisators $\alpha = 45^\circ$ setzt man $2\psi = 2\alpha^*$ ein, bei der Einstellung $\alpha = 135^\circ$, $2\psi = -2\alpha^*$.

Für die Berechnung des Brechungsindex eines idealen Dielektrikums werden vereinfachte Formeln angegeben, welche die Phasendifferenz des Dielektrikums nicht berücksichtigen: für den Polarisatorwinkel $\alpha = 45^\circ$

$$n^2 = \sin^2 \varphi [1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 (\alpha^* - 45^\circ)],$$

und für den Polarisatorwinkel $\alpha = 135^\circ$,

$$n^2 = \sin^2 \varphi [1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 (\alpha^* + 45^\circ)]$$

(α^* ist der Winkel des Analysators),