Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Alfons Hyška

O matematických úlohách v Rozhledech

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 66 (1937), No. 4, D268--D274

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123382

Poté přistoupí učitel k důkazu 1. věty Eukleidovy. Žáci si sestrojí opět trojúhelník pravoúhlý ABC, výšku $\overline{CD}$. Pro trojúhelník ADC se použije věty Pythagorovy. Nad b, v, c_2 se sestrojí příslušné čtverce, pro něž platí $b^2 = v^2 + c_2^2$ (1). Ježto podle 2. věty Eukleidovy $v^2 = c_1c_2$, lze ke čtverci c_2^2 ($ADLK$) připojiti obdélník $LKMN$ o stranách c_1, c_2. Tím vznikne obdélník $ADMN$ o straně c_2 a o straně $c_2 + c_1 = c$, tedy o obsahu $c \,.\, c_2$. Z rovnosti obsahů odvodí žáci, že čtverec b^2 rovná se obdélníku $ADMN$ o obsahu cc_2, čili že platí $b^2 = cc_2$. Obdobně doma dokáží, že $a^2 = cc_1$. Tyto rovnice žáci sami slovně vyjádří.

Vím, že tímto metodickým příspěvkem nepodal jsem nic nového, že většina kolegů tímto způsobem postupuje. Ale chtěl jsem upozorniti mladší kolegy (jakási zkušenost z ustanovovacích zkoušek profesorských), jakým způsobem lze vyhověti požadavkům, jež kladou Návrhy nových osnov (v tomto případě hlavně: III. Poznámky k osnovám. Úvodní slovo, pátý odstavec). Mimo to chtěl jsem podati ukázku jak se i u nás vyučuje postupem, který se vynáší jako zvláštnost v jiných zemích. Vždyť i učebnice aritmetiky i geometrie jsou hodně pro takový postup přizpůsobeny. (Viz na př. referát o učebnici Bydžovský-Teplý-Vyčichlo: Aritmetika pro IV. třídu Č. m. f., roč. roč. 64, D str. 58.) Upozorňuji tím na článek p. doc. dr. Příhody ve Věstníku pedagogickém č. 4/36, „Středoškolský student v Americe“ a na kritiku článku od Lad. Prella ve Věstníku čsl. profesorů roč. 44/36 (čís. 9—10), str. 136.

O matematických úlohách v Rozhledech.

A. Hyška, Jaroměř.

Ke článku p. kol. Lerla v loňském ročníku chci připojit několik dalších statistických dat a pokusím se načrtnouti pokyny k nápravě. Přihlížím speciálně k úlohám matematickým — doufám, že i ostatní úlohy dojdou povšimnutí některého z kolegů.

Všimněme si nejprve čísel všeobecných. V následujících tabulkách uvádím jen data z ročníků I.—III., VII.—XV. Rozhledů, zbývající tři jsem nesehnal. Při tom v první tabulce jsem v I., XIII.—XV. ročníku počet správných řešení zmenšil v poměru daných úloh, abychom mohli jednotlivé ročníky srovnávat (v I. roč. bylo 22, v XIII.—XV. roč. 25, v ostatních 20 úloh). Uvažuji také jen řešitele ze středních škol, tím se také počet (ovšem vesměs) poněkud zmenší.

ročník	I.	II.	III.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.
počet správných řešení	423	416	541	328	397	214	431	157	132	96	197	214

Připadalo-li v prvním třiletí průměrně na jednu úlohu 23 správných řešení, klesá tento počet neustále až na necelých 9 v posledním třiletí.

Ještě horší cifry dostaneme v poměru k řešitelům:

ročník	I.	II.	III.	VII.	VIII.	IX.
počet středoškol. řešitelů	38	44	54	37	43	20
počet skut. správ. řešení	465	416	541	328	397	214
počet řešení na 1 řešitele		10 úloh			9 úloh	

ročník	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.
počet středoškol. řešitelů	34	13	13	13	30	36
počet skut. správ. řešení	431	157	132	120	246	258
počet řešení na 1 řešitele		12 úloh			8 úloh	

Je patrno, že větší počet řešení v posledních dvou ročnících připadá na větší počet řešitelů — průměrný počet úloh na 1 řešitele je právě v posledním ročníku nejmenší (7).

Zajímavá je také tabulka následující, která udává, kolik řešitelů dodaly jednotlivé třídy různých typů našich středních škol a kolik příkladů tito řešitelé průměrně vypočítali (v % k počtu daných příkladů).

Vzhledem k velikému počtu jiných faktorů je ovšem těžko posuzovat vliv, či význam jednotlivých typů středních škol. Můžeme jen říci, že z tabulky nikterak nevyplývá méněcennost typu reformních reálných gymnasií. Zajímavý je také vysoký průměr počtu řešení, který připadá na žáka z klasického gymnasia Ukazuje to, že vyhraněný typ (třeba opačného druhu) může lépe připravit, nežli typ obojetný, jako je na př naše reálné gymnasium.

Důležitý je také poměr 7. a 8. třídy typů osmitřídních (septimáni realisté mají před maturitou!). Mimo *G* počet řešitelů klesá, zato průměrný počet řešení je vesměs vyšší. Souvisí to s tím, že tito žáci již většinu látky probrali. Ukazuje to zase na jiný starý požadavek, aby byla reálka rozšířena o jednu třídu.

Špatné jsou také cifry v tabulce, která udává počet řešitelů v poměru k celkovému počtu žactva v příslušném školním roce (za základ bral jsem 1% celkového počtu žactva).

ročník	I.	II.	III.	VII.	VIII.	IX.
celkový počet řešitelů N	38	44	54	37	43	20
celkový počet žactva P	519	519	733	648	612	594
poměr $N : P$ (v %)	7,3	8,5	7,4	5,7	7,0	3,3
		7,7			5,4	

	I.		II.		III.		VII.		VIII.		IX.		X.		XI.		XII.		XIII.		XIV.		XV.		celkem	
	a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
Reálka																										
4. tř.	1	64																							1	64
5. tř.			1	100	2	42			1	10			1	35	1	25							1	32	7	41
6. tř.	7	45	8	30	10	33	3	38	5	31	5	49	4	35	1	95					2	24	3	32	48	37
7. tř.	14	62	9	77	14	57	5	53	6	68	6	46	6	81	4	60	1	100	3	21	1	100	2	38	71	62
Ref. reál. g.																										
4. tř.																					1	4			1	4
5. tř.									1	5															1	5
6. tř.					1	25			1	20	2	38					1	45			2	38	1	44	8	36
7. tř.							3	33	2	68			2	95	1	70	1	35			1	8	5	27	15	45
8. tř.							1	15					1	75	2	90	1	85			4	54	4	52	13	60
Gymnasium																										
4. tř.			1	10																					1	10
5. tř.			2	25																					2	15
6. tř.			1	20	1	15	1	25	1	10															4	18
7. tř.	5	46	7	47	1	75	2	58	1	50	2	60	1	80											19	51
8. tř.	2	50	5	32	4	60	1	15	4	36			2	95							1	8			19	45
Reál. gym.																										
4. tř.																										
5. tř.			2	15	2	12			1	5							1	20	1	28	1	24	3	19	11	17
6. tř.			3	65	1	10	5	25	2	45			3	17	2	48	1	10	1	20	5	34	3	15	26	31
7. tř.	4	30	1	90	13	50	13	44	8	48	1	50	3	27	1	15	5	64	4	18	8	18	8	26	69	38
8. tř.	5	49	4	32	5	73	3	73	10	58	4	64	11	59	1	25	2	20	4	68	4	39	6	21	59	51

a = počet řešitelů. *b* = počet správných řešení (v %)

ročník	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.
celkový počet řešitelů N	34	13	13	13	30	36
celkový počet žactva P	621	710	798	886	952	1020
poměr $N : P$ (v %)	5,5	1,8	1,6	1,5	3,2	3,5
		2,8			2,7	

Tato tabulka ukazuje však aspoň nepatrné zlepšení v posledních dvou ročnících. Doufejme proto, že jsme již nejhorší přešli a že nás čekají lepší poměry.

Naposled uvádím ještě poměrnou účast jednotlivých tříd na řešení úloh (souvisí to s tím, že se snažíme učinit Rozhledy přístupné i nižším třídám). Účast řešitelů určité třídy je uvedena v % řešitelů jednotlivých ročníků.

ročník	I.	II.	III.	VII.	VIII.	IX.	X.
4.—5. tř. všech typů	3	14	7		7		3
6. tř. všech typů	18	27	24	24	21	35	21
7. tř. reálek	37	20,5	26	13,5	14	30	17,5
7. tř. ostat. typů	24	18	26	49	26	15	17,5
8. tř. všech typů	18	20,5	17	13,5	32	20	41

ročník	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	celkem
4.—5. tř. všech typů	8	8	8	7	11	6,4
6. tř. všech typů	23	15	8	30	19	22,9
7. tř. reálek	31	8	23	3	6	19
7. tř. ostat. typů	15	46	31,5	30	36	27,4
8. tř. všech typů	23	23	31,5	30	28	24,3

Je patrno, že jsme se ještě nedostali ani zdaleka tam, kde bychom si přáli být.

Pro úplnost podotýkám ještě, že v uvedených ročnících se účastnili řešení žáci ze 122 ústavů (a z toho ještě 53 ústavů jediným řešitelem). Je těžko uvěřitelno, že by za celou tu dobu se na zbývajících ústavech nenašel jediný žák, ktesý by se nemohl řešení účastniti.

Při tomto posledním přehledu můžeme si v kterémkoli ročníku ověřit tento úkaz: Každé soutěže účastní se obyčejně jen několik ústavů, každý několika žáky. Na jednom ústavě, kde po mnoho let nebylo jediného řešitele, našlo se jich naráz devět. Je to jistě způsobeno osobním vlivem kolegů, na těchto ústavech vyučujících, kteří dovedli lepší žáky pobídnout k spoluúčasti.

2. Promluvme dále o úlohách samotných.

Všímal jsem si, které úlohy se těšily největší oblibě (měly největší počet řešitelů) a které nejmenší.

Přehled podle jednotlivých ročníků vypadá asi takto:

Mezi oblíbenými úlohami jsou na prvním místě rovnice a soustavy rovnic, pak řady a rovnice logaritmicko-exponenciální. Při řadách ovšem víme, že jde víc o počítání numerické, než o rozhodování konvergence a pod. Také další úlohy jsou více rázu praktického: jednoduché planimetrické konstrukce a identity, goniometrické rovnice. Praktický ráz oblíbených úloh není ostatně věc špatná, neboť mnoho odběratelů Rozhledů půjde studovat techniku a bude tam tyto věci potřebovat.

Mezi úlohami málo oblíbenými[1]) jsou na prvním místě těžší geometrická místa, úlohy z projektivní geometrie, metrické úlohy o kuželosečkách, úlohy s čísly kombinačními, úlohy sférické trigonometrie, konstrukce kuželoseček z polár nebo normál, obtížnější úlohy o dvojstředovém čtyrúhelníku, téměř všechny úlohy s pracnějšími výpočty (i při jednoduchém střádání), úlohy z teorie čísel, limity, konstrukce kružnice a četné jiné (z kruhové inserce, důkazy z analytické geometrie, úlohy s integrály, pravděpodobnost a pod.).

Tento seznam je úmyslně podrobnější, abychom si spíše mohli vytknout nejbližší úkoly.

Všimněme si, že tyto úlohy patří především k těm partiím, které se dříve na střední škole probíraly a nyní (některé již dost dlouho) prostě z nedostatku času se musí vynechati. Autoři mají tyto úlohy stále v oblibě, ale pro žáky jsou to věci neznámé.

Souvisí to ostatně s celým naším vztahem k úlohám: Hledíme na ně více ze svého hlediska, než z hlediska těch, pro něž je píšeme.

Chceme-li tuto věc rozebrat (rozhodně odmítám, abychom všechny tyto úlohy prostě škrtli z programu), musíme si rozhodnout zásadní věc:

a) Buď chceme, aby naši žáci mnoho věděli (mám na mysli průměrně lepšího žáka), pak to ovšem bude spíše povrchní vědění, bez vnitřního hlubšího poznání.

b) Nebo je nám milejší, aby se naučili víc mysleti, takže budou ovládati třeba jen určité základy, ale za to bezpečně, také do hloubky.

Myslím, že jsme se často řídili první možností a nedivme se, když pak naši abiturienti po příchodu na vysokou školu — sami o sobě přesvědčeni, že jsou již dost učení — rozhodně se nechtějí zabývat takovými lapáliemi jako jsou počátky algebry nebo mat. analyse.

Pokládám však rozhodně za důležitější druhou alternativu a proto souhlasím s redakcí, pokud omezuje počet úloh, které užívají pojmu limit, integrálů a pod., nebo z partií odlehlých,

---

[1]) Nechci úmyslně používat termínu těžší, neboť někdy není to možno takto klasifikovat. Na př. úloha: $xy + yz = a$; $xz + yz = b$; $xy + xz = c$ nenašla ani polovinu řešitelů.

k nimž počítám i sférickou trigonometrii a pod. A nemusí nás mrzeti, jestliže žáci si tyto úlohy příliš neoblíbí.

V seznamu neoblíbených úloh je však dosti věcí, kterým by i naši lepší žáci mohli, ba měli, rozuměti. Jsou to na př. úlohy z projektivní geometrie, kruhové inverse, počtu pravděpodobnosti, metriky kuželoseček, geometrická místa, úlohy z teorie čísel a pod. Při vyučování nemáme možnost žáky s těmito partiemi seznamovat a soukromně to budou dělat jistě jen málokteří.

Navrhuji proto, aby v Rozhledech vycházela ještě jedna „rubrika" (takové články ostatně čas od času vycházejí, myslím, že v malé míře), kde by se žáci seznamovali s těmito základy. Takové články by se tiskly také v separátních vydáních, která by se udílela jednotlivým řešitelům (jimž nebyla přiznána některá z hlavních cen) a po př. také jednotlivým zúčastněným ústavům.[2]) Tyto články musely by se ovšem čas od času znovu uveřejňovat, při čemž by se využilo zkušeností zatím získaných, látka by se probrala z jiného hlediska, jinou metodou a pod.

Ale chybí nám úlohy pro žáky tř. V. a VI. (je to patrno ze statistiky, upravené podle tříd). Spolupracovníci Rozhledů musí hledat takové úlohy a redakce by je měla uveřejnit. Vždyť můžeme i tyto úlohy žákům nejvyšších tříd ztížit tím, že je upozorníme na to, že musí provést aritmetický rozbor (reálnost řešení, dvojnásobné kořeny a pod.) a pokud možno i geometrický (význam rovnic, důsledky plynoucí z úlohy pro tyto křivky a pod.).

Při tom je ovšem třeba, aby při uveřejňování řešení takových příkladů byl v prvé řadě zřetel na žáky tř. V. a VI. Vždyť i pak můžeme na konec uveřejnit rozbor, jiný způsob řešení a pod. od žáka třídy vyšší. Zabere to snad trochu více místa, ale nezapomínejme na pochvalu, které se tím mladšímu řešiteli dostane.

Mimo to navrhuji změnu v udílení odměn. Knižní (a v poslední době opravdu cenné) odměny nechť zůstanou, ale zvyšme slavnostní ráz této odměny. Vzpomínám, jak za mých studií profesor odevzdal knihy odměněnému slavnostně před celou třídou. Nyní, když byl zaveden středoškolský rozhlas, máme nejlepší prostředek, jak dodati soutěži váhy. Nechť je výsledek soutěže na pořadu jedné relace — jistě tím žáky povzbudíme.

Další změna týká se počtu odměn, který je třeba zvýšiti, byť by byli řešitelé poděleni jen na př. čestným uznáním, kterého by se dostalo většině účastníků, nebo případně drobnými spisky (stačily by separáty některých pojednání z Rozhledů, viz výše).

---

[2]) Žáci neznají na př. kruhovou inversi a pokud vím, vyšlo o tom v poslední době jediné české pojednání p. kol. Vlka v jedné výr. zprávě. Mají ji všechny ústavy? Vždyť i starší ročníky Rozhledů je často dost obtížné sehnat.

Poslední změna týká se ústavů. Stojí za uváženou, jak probudit větší účast ústavů na celé akci. Mohli bychom opět použít rozhlasu na počátku školního roku jednak pro zvýšení odběru Rozhledů, jednak pro větší účast na řešení.

Budu rád, jestliže těchto pár řádků přispěje k rozvíření diskuse o nadhozených otázkách, a bude-li pobídkou všem k větší spolupráci s redakcí.*)

Několik poznámek o naší matematické terminologii a symbolice.

Jan Vojtěch, Praha.

Měl jsem často příležitost uvažovat o názvech a značkách v naší matematice: jako učitel na školách, při psaní učebnic i odborných publikací a posledně za své účasti na stanovení jednotného názvosloví i označování pro elementární matematiku. Bude tedy snad vhodné, dotknu-li se zde některých zásadních otázek toho se týkajících; tyto obecné myšlenky mají účelem připomenout odborníkům věci, jež se pro svou formální povahu leckdy sice podceňují, ale pro správné i snadné studium a tedy pro řádné učitele jsou jistě významné. Chci při tom z různých důvodů míti na zřeteli terminologii a symboliku matematiky hlavně elementární; tytéž úvahy budou však platit obdobně i pro vyšší obory matematické, kde se ovšem pro menší rozsah domácího zájmu a větší význam všeobecný zesílí ohled na mezinárodní zvyky.

Není třeba upozorňovat na potřebnost vhodných termínů pro matematické pojmy; neboť v každé vědě a v každé školní nauce jsou přiměřené názvy věcí, jimiž se zabývá, nezbytné pro vyjadřování a sdělování jejích poznatků. Tím spíše je záhodno v matematice pro její oprávněnou a snáze uskutečnitelnou snahu o přesnost vycházeti v úvahách od pojmů určitě definovaných a vhodně i trvale pojmenovaných; k tomu přistupují příhodná rčení pro popis jejích vztahů a výkonů. Jednoduchost a abstraktnost matematických předmětů i závislostí vedla k výhodné symbolice, jež patří k charakteristickým a chvalným vlastnostem naší vědy; tato osvědčená pomůcka zaslouží zajisté, aby byla s rozvahou volena a pěstována.

V novější době se právem usiluje, zejména v technických

*) Redakce Rozhledů uváží ochotně každý podnět směřující k zlepšení Rozhledů a k zvýšení zájmu o matematiku v kruzích naší mládeže a očekává, že se jí od učitelů středních škol dostane opravdové podpory. Za ni předem děkuje.