Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 39 (1910), No. 1, 118--120

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123369

5. Vyšetřete světelný paprsek tak, aby vržené stíny A^*, B^* dvou mimoběžek A, B na π vyhovovaly současně podmínce $\sphericalangle AA^* = 45^0$, $\sphericalangle BB^* = 60^0$. [$A$ {$p(-3{\cdot}9,\ 6{\cdot}5,\ 0)$, $a(0{\cdot}9,\ 0,\ 3)$}; B {$p'(-2{\cdot}9,\ 3{\cdot}1,\ 0)$, $b(-0{\cdot}9,\ 4{\cdot}6,\ 3)$}]. (Plzeň I.)

6. Dány jsou dvě mimoběžky $A \parallel X \ldots a$, $B \equiv \overline{bc}$; proložte přímkou B roviny, svírající s přímkou A úhel 30^0. [$a(0,\ 3,\ 3)$; $b(-4,\ 5,\ 2)$, $c(1,\ -1,\ 7)$]. (Tábor.)

(Dokončení.)

Úlohy.

Úloha 1.

Napiš si číslo mnohociferné, přelož číslice jeho z lichých míst na sudá a ze sudých na lichá a to všecky způsobem jakýmkoliv a číslo tak vzniklé přičti k původnímu. Součet napiš v obráceném pořádku číslic i utvoř rozdíl součtu původního a tohoto obráceného. Pověz pak výsledek až na jednu dvojcifernou skupinu (dříve jej rozděliv na dvojciferné skupiny), i povím ti dvojciferné číslo zatajené. Jak to možná?

Prof. *Ant. Jeřábek*

Úloha 2.

Řešiti jest rovnice

a) $(x+1)^6 + (x-1)^6 = a(x^6+1)$

b) $(x+1)^8 + (x-1)^8 = a(x^8+1)$.

Prof. *Rud. Hruša.*

Úloha 3.

Dvojmoci kořenů určité rovnice reciproké stupně čtvrtého jsou kořeny rovnice reciproké stupně čtvrtého identické s původní. Najděte všechny rovnice žádaných vlastností.

Jan Svoboda, úředník zem. hyp. banky v Brně.

Úloha 4.

Jest rozděliti lichoběžník příčkou se základnami rovnoběžnou na dva díly v tom poměru, v jakém rozdělen jest úhlopříčkou.

Na základě této úlohy jest rozděliti lichoběžník na dva díly v poměru $m : n$ a to opět příčkou se základnami rovnoběžnou.

Prof. *Ant. Jeřábek.*

Úloha 5.

Sestrojiti trojúhelník, dány-li výška, těžnice a symmetrála úhlu, všechny vycházející z téhož vrcholu.

Rudolf Hanák, absolvent kursu zeměměřičského.

Úloha 6.

Které jest geometrické místo dotyčných bodů dvou kružnic vzájemně se dotýkajících, z nichž jedna dotýká se současně přímky P v bodě p, a druhá přímky P_1 v bodě p_1.

Jak se změní toto geometrické místo, když $P \parallel P_1$?

Prof. *Jos. Kálal.*

Úloha 7.

Na stranách rovnostranného trojúhelníka ABC zvoleny body A', B', C' tak, že $AC' = m$, $BA' = 2m$, $CB' = 3m$.

a) *Kterou hodnotu má m, je-li $\triangle A'B'C'$ pravoúhlý,*

b) *který jest ostrý úhel pravoúhlého trojúhelníka.*

Frant. Jirsák, učitel v Dobřenicích.

Úloha 8.

Dáno jest n přímek $p_1, p_2, \ldots p_n$ a dva body A, B. Jest sestrojiti dráhu světelného paprsku, který vychází z bodu A, odráží se postupně na přímkách p_1, p_2, $\ldots p_n$ a na konec prochází bodem B.

Josef Papřok.

Úloha 9.

Sestrojiti kružnici, která prochází danými dvěma body A, B a protíná přímku p v úhlu α.

Týž.

Úloha 10.

Buďtež A_1, B_1, C_1 tři body ve stranách trojúhelníka ABC neb v jich prodloužení. Jest dokázati, že $\triangle A_1B_1C_1$ rovná se obsahem svým trojúhelníku, jehož vrcholy jsou souměrně sdruženy s vrcholy $\triangle A_1B_1C_1$ dle středů stran $\triangle ABC$.

Dr. *J. Tomáš.*

Úloha 11.

Tři příčky, procházející vrcholy trojúhelníka ABC, protínejtež se v jednom bodě S. Jsou-li A_1, B_1, C_1 *průsečné body oněch příček a příslušných stran trojúhelníka, budiž dokázán vztah*

$$\frac{A_1S}{A_1A} + \frac{B_1S}{B_1B} + \frac{C_1S}{C_1C} = 1.$$

Týž.

Úloha 12.

Opíšeme-li v úplném čtyřstranu, jehož vrcholy jsou A, B, C, D, E, F kružnice kolem trojúhelníků ABF, ADE, BCE DCF, procházejí všecky čtyři kružnice jedním bodem M. Středy těch kružnic a bod M leží na kružnici, mimo to ještě čtyři body, v nichž se vždy tři přímky protínají, spojnice to středův oněch kružnic a vrcholů čtyřstranu. Body ty leží na oněch čtyřech kružnicích. Týž.

Úloha 13.

Komolé kužele přímé, jež mají stejnou výšku a stejný obvod osového řezu, mají stejný povrch. Týž.

Úloha 14.

Vypočtěte povrch a krychlový obsah krystallografického dvanáctistěnu pětiúhelníkového, dány-li jsou jeho hrany a (jedna ze šesti), b (jedna ze 24). V. Rychlík.

Úloha 15.

Parabola $y^2 = 2px$ *dotýká se kružnice* $(x - a)^2 + y^2 = r^2$; *který jest její parametr p a které jsou rovnice společných tečen? Jak sestrojí se tato parabola?*

Prof. Jaroslav Doležal.

Úloha 16.

Dány jsou dvě kružnice K_1 *a* K_2. *Jaké jest geometrické místo pólu tečny kružnice* K_1 *vzhledem ke kružnici* K_2? *Proveďte diskussi při různých poloměrech a vzájemných polohách kružnic* K_1 *a* K_2. Augustin Žáček.