Karel Zahradník

Věta o trojúhelníku

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 39 (1910), No. 1, 35--36

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123356

a těsně pod kladnou reální osou, t. j. pro $\lim \psi = 2\pi$ hodnotu

$$e^{(s-1)\log x + (s-1)\pi i} = x^{s-1}\, e^{(s-1)\pi i}; \qquad (b)$$

v obou posledních vzorcích jakož i dále definujeme

$$x^{s-1} = e^{(s-1)\log x},\ \log x \text{ reální.}$$

Část integrálu podél malého oblouku kolem $x = 0$ konverguje k nulle, stávají-li se rozměry oblouku nekonečně malé, a jest tedy dovoleno integrál původně podél křivky C vzatý nahraditi dvěma integrály, z nichž první jde z $x = +\infty$ do $x = 0$ s determinací (a) a druhý z $x = 0$ do $x = \infty$ s determinací (b), tedy

$$\int\limits_C \frac{(-x)^{s-1}}{e^x - 1}\, dx = \int\limits_\infty^0 \frac{x^{s-1} e^{-(s-1)\pi i}}{e^x - 1}\, dx + \int\limits_0^\infty \frac{x^{s-1} e^{(s-1)\pi i}}{e^x - 1}\, dx$$

$$= -\int\limits_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x - 1}\, dx\, (e^{s\pi i} - e^{-s\pi i})$$

$$= 2i \sin s\pi \int\limits_0^\infty \frac{x^{s-1}\, dx}{e^x - 1}.$$

Na pravé straně vyskytuje se tentýž integrál jako v rovnici (14′) pro $\zeta(s)$ na počátku tohoto odstavce uvedené; eliminujíce jej, obdržíme rovnici

$$\zeta(s) = \frac{i}{2\Gamma(s) \sin s\pi} \int\limits_C \frac{(-x)^{s-1}\, dx}{e^x - 1}, \qquad (19)$$

která poskytuje definici funkce $\zeta(s)$ pro libovolnou hodnotu komplexní proměnné s, neboť integrál nepozbývá významu pro žádnou konečnou hodnotu parametru s. (Pokračování.)

Věta o trojúhelníku.

Dr. K. Zahradník.

Dán budiž trojúhelník, jehož strany jsou a, b, c. Průseky přímky p se stranami buďtež $p \mid a = A$, $p \mid b = B$, $p \mid c = C$.

Uvažme vždy dva průseky na př. A, B. Veďme rovnoběžku a_b bodem A ku straně b trojúhelníka a podobně rovnoběžku b_a bodem B ku straně a. Průsek těch rovnoběžek budiž

C'. Podobně obdržíme $b_c \mid c_b = A'$, $c_a \mid a_c = B'$. Body A', B', C' leží na jedné přímce p'.

Důkaz: Rovnoběžky body A, B, C ke stranám trojúhelníka tvoří dvě křivky třetího stupně $C_3 \equiv a_b b_c c_a$, $C'_3 \equiv a_c b_a c_b$. Z devíti průseků křivek C_3 a C'_3 leží šest na kuželosečce rozpadající se ve přímku p a přímku úběžnou, tudíž leží ostatní tři průseky A', B', C' též na přímce.

Geometrický význam koefficientů rovnice kuželosečky opsané danému trojúhelníku.

Dr. K. Zahradník.

Vezmeme-li daný trojúhelník za trojúhelník souřadnic, je rovnice kuželosečky trojúhelníku opsané

$$a_1 x_2 x_3 + a_2 x_3 x_1 + a_3 x_1 x_2 = 0.$$

Rovnice tečny vrcholu $U_1 \equiv x_2 \mid x_3$ je

$$\frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 0;$$

podobně jsou rovnice tečen vrcholů U_2, U_3

$$\frac{x_3}{a_3} + \frac{x_1}{a_1} = 0, \quad \frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} = 0.$$

Průseky tečen vrcholu U_n s protilehlými stranami trojúhelníka souřadnic $U_1 U_2 U_3$ leží na přímce

$$p \equiv \frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 0,$$

z kteréžto rovnice je patrno, že koefficienty a_n jsou reciproké hodnoty souřadnic přímky p, kteráž jest Pascalovou přímkou šestiúhelníka Pascalova, redukovaného na trojúhelník $U_1 U_2 U_3$.

Píšeme-li

$$a_1 = \frac{1}{A_{23}}, \quad a_2 = \frac{1}{A_{13}}, \quad a_3 = \frac{1}{A_{12}},$$

je rovnice té kuželosečky

$$\frac{x_2\, x_3}{A_{23}} + \frac{x_1\, x_3}{A_{13}} + \frac{x_1\, x_2}{A_{12}} = 0$$