Jan Krejčí

Začátky mathematické krystallografie [III.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 3, 126--130

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123202

14. **Cayley** appelle *moment de deux droites* le produit de la plus courte distance entre les deux droites par le sinus de l'angle formé par leurs directions positives. Ce moment ne change ni de valeur ni de signe, lorsqu'on intervertit l'ordre des deux droites. Il est égal à zéro, lorsque les deux droites sont placées dans un même plan; et réciproquement.

Si l'on porte sur une de deux droites un segment positif ou négatif, le produit de ce segment par le moment des deux droites reçoit le nom de *moment du segment par rapport à l'autre droite indefinie.* Lorsque le segment est égal à l'unité, son moment sera exprimé par le même nombre que le moment des deux droites.

Voici une propriété intéressante relative à cette troisième espece de moments:

Un système de droites finies dans un plan et leur résultante ordinaire étant donnés le moment de la résultante, par rapport à une droite arbitraire, sera égal à la somme des moments des composantes.

Začátky mathematické krystallografie.

(Píše prof. *Jan Krejčí.*)

(Pokračování.)

Zobrazení krychlových plnoměrných tvarů.

41. Každý z uvedených tvarů dá se do krychle vepsati, vezme-li se pro všechny hlavní osa $= 1$. Osy r a t mají pak ve všech tvarech tu samou polohu jako v krychli, avšak jinou délku.

Zobrazení těch tvarů provede se tudíž pomocí krychle, do níž se vnesou osy a, r, t, načež se odetne na r a t ona část, která vytknutému tvaru přísluší, a konečné body takto ustanovených os přiměřeně se spojí.

Krychle sama zobrazí se nejsnadněji dle šikmého rovnoběžného průmětu, stran čehož odkázáno budiž na známá pravidla desk. geometrie.

Pro *osmačtyřicítník Os* s úseky na osách $a : b : c$ ustanoví se z trojúhelníku b, o, r, v němž $(b, r) = 45^0$, jakž již v odstavci 31. ukázáno bylo

$$tang\,(a, o) = \frac{a}{b} = \frac{r \sin 45^0}{b - r \cos 45^0}, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{a\,b\sqrt{2}}{a+b},$$

nebo je-li

$$b = 1, \quad a = \frac{m}{n}$$

$$r = \frac{m\sqrt{2}}{m+n}.$$

Osa t ustanoví se z trojúhelníka h, r, t, v němž jest dle odstavce 4. $\sin(r, t) = \sqrt{1/3}$, $\cos(r, t) = \sqrt{2/3}$, pročež

$$tang\,(h, r) = \frac{c}{r} = \frac{t \sin(r, t)}{r - t \cos(r, t)},$$

$$t = \frac{abc\sqrt{3}}{ab + bc + ac}.$$

nebo je-li $b = 1, \quad a = \frac{m}{n}, \quad c = m$

$$t = \frac{m\sqrt{3}}{m + n + 1}.$$

Pro *čtveroúhelný čtyrmecítmík* $O\,{}^1/_m$ jest

$$b = 1, \quad a = c = m, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{m\sqrt{2}}{m+1}, \qquad t = \frac{m\sqrt{3}}{m+2}.$$

Pro *osmistěnný čtyrmecítmík* O_m jest

$$a = b = 1, \quad c = m, \text{ pročež}$$

$$r = {}^1/_2\sqrt{2}, \quad t = \frac{m\sqrt{3}}{2m + 1}.$$

Pro *krychlový čtyrmecítmík* d_n jest

$$a = n, \quad b = 1, \quad c = {}^1/_0, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}, \qquad t = \frac{n\sqrt{3}}{n+1}.$$

Pro *kosočtverečný dvanáctistěn* d jest

$$a = b = 1, \quad c = {}^1/_0, \text{ pročež}$$

$$r = {}^1/_2\sqrt{2}, \quad t = {}^1/_2\sqrt{3}.$$

Pro *pravidelný osmistěn* O jest

$$a = b = c = 1, \text{ pročež}$$

$$r = {}^1/_2\sqrt{2}, \quad t = {}^1/_3\sqrt{3}.$$

Pro *krychli h* jest

$$b = 1, \quad a = c = {}^1/_0, \text{ pročež}$$
$$r = \sqrt{2}, \quad t = \sqrt{3}.$$

42. Krystalograf Naumann vyvinuje tvary soustavy krychlové z osmistěnu, jemuž dává známku O. Úseky na osách pro druhé tvary vyznačuje příponami, z nichž největší $= m$ klade před O a prostřední $= n$ za O, kdežto nejmenší $= 1$ vynechává.

Miller béře největší úsek $= 1$, střední $= {}^1/_n$, nejmenší $= {}^1/_m$, a klade jen jmenovatele a po případu jen počítatele těch zlomků v pořádku *abc* za sebou.

Naumannovy známky převedou se tedy v Millerovy, dělíme-li úseky veličinou m.

Následující přehled obsahuje porovnání těchto známek.

	Naše	Millerovy	Naumannovy
Prvotvar	h	110	$\infty O \infty$
Tvary dvanáctičetné	d	110	∞O
	d_n	$n10$	∞O_n
	$d_{2=i}$	210	$\infty O2$
Tváry osmičetné	O	111	O
	$O\frac{1}{m}$	$m11$	mOm
	$O{}^1/_2 = p$	211	$2O2$
	Om	$mm1$	mO
	$Os = a{}^1/_m\, b{}^1/_n\, c$,	$mn1$	$mO\frac{m}{n}$
	$r_m = a{}^1/_m\, b_{\frac{1}{m-1}}\, c_1$	$m\; m-1\; 1$	$mO_{\frac{m}{m-1}}$
	$i_m = a{}^1/_m\, b_{\frac{2}{m+1}}\, c_1$	$m\, \frac{m+1}{2}\, 1$	$mO\,\frac{2m}{m+1}$
	$r_i = a{}^1/_3\, b{}^1/_2\, c_1$	321	$3O{}^3/_2$.

Spojky plnoměrných krychlových tvarů.

43 Jak z krychle, tak se dají z každého jednoduchého tvaru plnoměrného vyvinouti přikrojením hran neb rohů všechny ostatní tvary.

Plochy jednotlivých tvarů zachovávají při tom tu polohu, která jim dle odvození z krychle přísluší a dají se tudíž s ohledem na opsanou krychli snadno ustanoviti.

Spojením ploch rozličných tvarů v jeden tvar povstávají tak zvané *spojky* (kombinace), jejichž počet jest nekonečný.

Uvedené vzorce rovnic stačí, jak následující příklady ukáží, k ustanovení takových mnohoplochých tvarů.

Obrazec 55. představuje tvar *Cupritu* (červené měděné rudy).

Dle polohy ustanovují se bezprostředně

h co plochy krychle

d co plochy kosočtverečného dvanáctistěnu,

o co plochy pravidelného osmistěnu,

p co plochy hranolové odrůdy čtveroúhelného čtyrmecítmíka $0^1/_m = 0^1/_2$,

dn co plochy krychlového čtyrmecítmíka,

Om co plochy osmistěnného čtyrmecítmíka,

Os co plochy osmačtyřicítníka.

Plochy dn ustanoví se z pásma p, dn, p', v němž

pro dn $a\,b\,c = 1n0$

pro p $a'b'c' = 121$

pro p' $a''b''c'' = 12\bar{1}$, z čehož dle vzorce 18 (neb 19) vychází $n = 2$,

pročež $dn = d_2 = i$.

Plochy $0s$ ustanoví se z pásma d', 0_s, d'', v němž

pro $0s$ jest $abc = 1mn$

pro d' jest $a'b'c' = 011$

pro d'' jest $a''b''c'' = 110$, z čehož dle 18 (neb 19) vychází $n = m - 1$,

pročež $0s = r_m$.

K dalšímu ustanovení jest zapotřebí znáti jednu spojkovou hranu. Známe-li na př. $0s : d = D' = 160^0\ 54'$, jest dle odstavce 35.

$$cot\ D'\sqrt{3} = 2m - 1,$$

$$m = 3 \text{ a tudíž } n = 2,\ r_m = r_i.$$

Plocha Om žádá k svému ustanovení známost jedné hrany. Známe-li $d : 0_m = 160^0\ 32'$, jest $^1/_2 0 = 160^0\ 32' - 90^0$ a dle odstavce 27.

$$m = tang\ ^1/_2 O.\ ^1/_2\sqrt{2}$$

$$m = 2;$$

pročež $O_m = O_2$.

Známky celého tvaru jsou tedy:

h	d	i	p	o	o_2	r_i
100	110	210	211	111	221	321
$\infty 0 \infty$	$\infty 0$	$\infty 02$	202	0	20	$30{}^3/_2$

Obrazec 56. představuje tvar *Magnetitu* (železné magnetové rudy), jehož všechny plochy lze z polohy jejich bez měření hran ustanoviti.

Bezprostředně určují se plochy o, d; pomocí pásmové rovnice plochy d_n, $0{}^1/_m$, $0s$.

Plochy $0'$, $0's$, $d'n$, $0'{}^1/_m$, d' mají spolu rovnoběžné hrany a nacházejí se tedy v jednom pásmu, v němž

pro $0'$ jest $a'b'c' = \bar{1}11$

pro d' jest $a''b''c'' = 110$, z čehož vyjde

$$b - a = 2c,$$

co rovnice platná pro všechny plochy toho pásma.

Pro $0'{}^1/_m$ jest $abc = 1m1$, pročež $m = 3$, $0{}^1/_m = 0{}^1/_3$.

Pro d'_n jest $abc = 0n1$, pročež $n = 2$, $d_n = d_2 = i$.

Pro $0's$ jest $abc = \bar{1}mn$, pročež $n = \frac{m+1}{2}$, $0_s = i_m$.

Plocha $0's$ leží však též v pásmu d'', $0's$, $0''$, v němž

pro $0''$ jest $a'b'c' = \bar{1}\ 1\ \bar{1}$,

pro d'' jest $a''b''c'' = 0\ 1\ 1$, z čehož vychází

$$c - b = 2a.$$

Jelikož pro $0's$ jest $abc = \bar{1}\,m\,\frac{m+1}{2}$, jest

$$m = 5, \quad n = 3$$

a tedy $i_m = i_5$.

Známky celého tvaru jsou

d	0	$0{}^1/_3$	i	i_5
110	111	311	210	531.
$\infty 0$	0	303	$\infty 02$	$50{}^5/_3$.

(Pokračování.)