Augustin Pánek

Problém z geometrické pravděpodobnosti

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 20 (1891), No. 3, 148--149

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123194

33. *Bod samodružný* (dvojný), le point double. Jsou-li dvě soustavy prostorové nebo rovinné anebo dvě soustavy bodů téže racionálné křivky v určité sdruženosti (m, n) tak, že každému bodu jedné soustavy přísluší n bodů soustavy druhé a každému bodu soustavy druhé m bodů soustavy prvé, a splynouli dva sdružené body těchto soustav v bod jediný, nazývá se bod takový samodružným. Jsou-li dvě soustavy prostorové ve sdruženosti (m, n), a přísluší-li každé přímce soustavy prvé a druhé křivka stupně n'-tého resp. m'-tého, jest ve zmíněných soustavách $(m + n + m' + n')$ bodů samodružných. Dvě soumístné soustavy rovinné, které ve sdruženosti (m, n) se nalézají tak, že každá přímka obsahuje α dvojin bodů sdružených, mají $(m + n + \alpha)$ bodů samodružných. Ve dvou soumístných a spolu kvadraticky sdružených soustavách vyskytují se 4 body samodružné. Dvě soumístné soustavy projektivné mají vůbec tři body samodružné, a jsou-li soustavy tyto podobnými, jest jeden jejich realný samodružný bod v konečnu, a druhé dva nalézají se v nekonečnu v imaginárných bodech kruhových. Je-li sdruženosť dvou soustav bodových ležících na př. v téže kuželosečce nebo přímce (m, n) značná, jest v soustavách těch $(m + n)$ bodů samodružných. Pro $m = n = 1$ obdržíme sdruženosť projektivnou, a tedy dva body samodružné.

34. *Bod singulární* viz body zvláštní.

(Dokončení.)

Problém z geometrické pravděpodobnosti.

Napsal

Augustin Pánek.

K danému kruhu veďme tři libovolné tečny; jak veliká jest pravděpodobnosť, že bude onen kruh vepsán v trojúhelník, těmi tečnami způsobený.

Dejme tomu, že na daném kruhu středu O jsou dotyčné body A, B, C. Buďtež body A, B kdekoliv, nemůže arc AB býti větší polokruhu. Veďme z bodů těch průměry AA′, BB′ i pokládejme bod A za pevný a klaďme $\sphericalangle$ AOB $= \varphi$. Že bod B leží mezi φ a $\varphi + d\varphi$, jest pravděpodobnosť

$$p_1 = \frac{d\varphi}{\pi}.\text{*)}$$

Má-li kruh býti vepsán v trojúhelník, tečnami způsobený, musí bod C ležeti na oblouku A'B', čehož pravděpodobnosť

$$p_2 = \frac{\varphi}{2\pi}.$$

Pravděpodobnosť, která dané úloze vyhovuje, jest proto

$$\Pi = \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\pi} \cdot \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{4}.$$

Že daný kruh bude vnějším kruhem dotyčnosti trojúhelníku, tečnami způsobeného, jest tedy pravděpodobnosť

$$\Pi' = \frac{3}{4}.$$

Řešení úlohy této je totožné s řešením úlohy následující:

„Zvolíme-li na obvodě daného kruhu tři libovolné body, jak veliká jest pravděpodobnosť, že trojúhelník, těmi body stanovený, jest ostroúhlý."

V tomto případě jsou dotyčné body vrcholy trojúhelníku, ve kruh vepsaného.

Že trojúhelník ten bude tupoúhlý, je pravděpodobnosť $\frac{3}{4}$.

Řešení úlohy původní lze si též jednodušeji mysliti takto:

Veďme tři libovolné přímky M, N, P, pak možno ku každé z nich vésti dvě rovnoběžné tečny k danému kruhu. Z příslušného obrazce zřejmo, že kruh šesti trojúhelníků vně se bude dotýkati a ve dva bude vepsán. A z tohoto fakta dovozujeme pravděpodobnosť 3kráte větší, že kruh bude vnějším kruhem

---

*) Známá jest pravděpodobnosť $= \frac{d\varphi}{\pi}$, že libovolná přímka, jediným daným anebo libovolně zvoleným bodem vedená, svírá s pevnou přímkou úhel v mezích φ a $\varphi + d\varphi$. Srovnej na př. Experimentální určení Ludolfského čísla: Časopis, roč. X., 1881.