Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 20 (1891), No. 3, 164--168

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123190

kapky, s její váhu specifickou, r poloměr a δ tloušťku vrstvy olejové v okamžiku, kdy kruh se roztrhne, jest patrně

$$p = r^2 \pi \delta \,.\, s,$$

ve kteréžto rovnici snadno a přesně lze určiti veličiny p a s; váhu olejové kapky po vodě se rozprostírající stanovil *S.* tím, že aluminiový drátek, na němž zachyceno nepatrné množství oleje, zvážil na velmi citlivé váze Bungově, na to se drátkem kapaliny dotkl a drátek opětně zvážil. Objem kapek, jichž užito, měřil pouze několik desetin mm^3, váha jejich (pro olej olivový) byla tedy pouze as $^1/_4$—$^3/_4$ mg. Velmi nesnadno bylo určiti poloměr kruhu r, neboť i při bedlivém pozorování nelze pro rychlé vzrůstání jeho učiniti na měřítku podélném odečtení zaručující výsledek na méně než 10%: z té příčiny nelze výsledkům, jichž dosaženo, přičísti jiného významu, než pouhého přibližného určení. Pro olivový olej nalezl Sohncke

$$\delta = (111{\cdot}5 \pm 7{\cdot}04) \,.\, 10^{-6}\ mm,$$

pro olej řepkový pak $(93{\cdot}6 \pm 6{\cdot}82) \,.\, 10^{-6}\ mm$. Z čehož plyne pro poloměr sféry přitažlivosti molekulární ϱ na základě toho, že

$$\delta \leqq 2\varrho,$$

výsledek, že

$$\varrho \geqq 55{\cdot}7 \,.\, 10^{-6}\ mm \text{ pro olej olivový},$$
$$\varrho \leqq 46{\cdot}8 \,.\, 10^{-6}\ mm \text{ pro olej řepkový},$$

kterážto čísla s udáním Plateau-ovým dobře se shodují.

(Wied. Ann. sv. 40. 1890. str. 345).

Úlohy.

Úloha 13.

Rozložiti výraz

$$[(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2]^2 - 2[(a+b)^4+(b+c)^4+(c+a)^4]$$

v činitele $\quad 2^4 abc\,(a+b+c)$. Prof. *V. Jeřábek*

Úloha 14.

Řešiti rovnici

$$4x^{-x}\,(8+27x^{-2x}) = 1 + 139x^{-2x}.$$

R.

Úloha 15.

Řešiti soustavu rovnic

$$x^3 + y^3 + x^2 + y^2 = ax$$

$$3(x + y) + 2 = \frac{a}{x}.$$

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 16.

Řešiti rovnici

$$x^3 - ax + \sqrt{a - 1} = 0.$$

R.

Úloha 17.

Určiti jest součet řady

$$S = \frac{1}{\cos x_1 \cos x_2} + \frac{1}{\cos x_2 \cos x_3} + \ldots$$
$$+ \frac{1}{\cos x_{n-1} \cos x_n} + \frac{1}{\cos x_n \cos x_{n+1}},$$

činí-li $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n+1}$ řadu arithmetickou rozdílu $= \alpha$.

R.

Úloha 18.

Které hodnotě mezné blíží se úhel

$$\alpha_n = R - \frac{\alpha_{n-1}}{2},$$

klademe-li postupně $n = 1, 2, 3, \ldots$ a roste-li n do nekonečna?

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 19.

Nad stranou AB trojúhelníku ABC sestrojen jest rovnoramenný $\triangle$ ABC′ o úhlu φ při základně, a vrcholem C vedena jest přímka XY protínající prodloužená ramena C′A a C′B v bodech B′ a A′.

Jak velký musí býti úhel φ, aby bylo možno přímku XY vésti tak, že $\triangle$ BCA′ a $\triangle$ CAB′ jsou rovnoramenné o základnách BC a CA?

Prof. *F. Machovec.*

Úloha 20.

Sestrojiti trojúhelník, dány-li body, ve kterých kružnici jemu opsanou protínají *a*) prodloužené výšky jeho, neb *b*) přímky půlící úhly jeho.

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 21.

V pravoúhlém $\triangle$ OAB prodloužena jest přepona AB na obě strany tak, že součet přídavků roven jest přeponě, načež koncový bod každého přídavku spojen jest s vrcholem O. Dokažte, že součet cotangent ostrých úhlů φ a φ' sevřených těmito spojnicemi a přeponou roven jest

$$\frac{4}{\sin 2\alpha},$$

značí-li α kterýkoli z ostrých úhlů daného $\triangle$.

Prof. *F. Machovec.*

Úloha 22.

V obrazci náležejícím k úloze 21. zvolen jest na odvěsně OB bod C a spojen jest s vrcholem A. Dokažte, že hodnota výrazu

$$\frac{\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \alpha'}{\operatorname{cotg} \varphi + \operatorname{cotg} \varphi'},$$

kdež $\alpha = \sphericalangle$ OAB, $\alpha' = \sphericalangle$ CAB, závisí jen na poměru OC : OB.

Týž.

Úloha 23.

V jistém rovnoběžníku součin dvou sousedních stran $= k^2$, a rozdíl čtverců úhlopříčen $= m^2$. Vyjádřete těmito veličinami úhly rovnoběžníku.

Týž.

Úloha 24.

Dány jsou dvě kružnice rovnicemi

$$x^2+y^2+2x=1+\sqrt{3}$$
$$x^2+y^2-2x=1-\sqrt{3}.$$

V kterém úhlu protínají se tyto kružnice, a který jest úhel jich společných tečen?

Prof. *A. Strnad.*

Též tito pp. zaslali správné řešení úloh a to: 1., 2., 3., 4. 5., 6. a 7. jakož i úlohy z deskriptivní geometrie *Fr. J. Rybka* ze VII. tř. r. v Brně, úlohy 1., 2., 3. a 6. *Václav Vostrý* z VIII. tř. g. v Jindř. Hradci, úlohy 1., 2., 3., 4. a 6. *Ant. Deutsch*, úlohy 1., 3., 4., 5. a 6. *Lad. Janík* a úlohy 1., 4. a 6, *A. Liška* ze VII. tř. g. v Kroměříži, úlohy 1., 2., 3., 4., 5. a 6. *Frant. Novotný* a úlohy 1. a 3. *Karel Vágner* ze VII. tř. g. v Českých Budějovicích, úlohy 1., 3. a 7. *Max V. Popper* z VIII. tř. g. v Písku, úlohy 5. *Fr. Hoffman* ze VI. tř. g. v Hradci Králové, úlohy 2. a 5. *Rudol Trenkler* z VIII. tř. g. v Chrudimi a úlohy 1., 5. a 6. *Antonín Tauš*, stud. v Praze.

Cenná úloha z mathematiky.

Výbor **Jednoty českých mathematiků** usnesl se na tom, aby vypsána byla cena pro žáky středních škol za dokonalé řešení úlohy:

Trojúhelníku $A_1A_2A_3$ obepsána jest kružnice a pol každé strany vzhledem k této kružnici spojen jest s protilehlým vrcholem.

Nazveme-li délky těchto spojnic u_k $(k=1, 2, 3)$, délky tížnic t_k, úhly trojúhelníka α_k, úhel, který svírá na př. tížnice t_1 se stranou A_2A_3 písmenem ω_1 a φ_1 úhel sevřený touž stranou a spojnicí u_1, platí rovnice

$$t_k = u_k \cos \alpha_k,$$
$$\cos \varphi_k = \cos \alpha_k \cos \omega_k.$$

Dokázati jest správnosť těchto rovnic.

Každému, kdo podá do konce dubna 1891 takové řešení úlohy, dány budou publikace tyto:

1. *Briot-Pšenička*, Mechanická theorie tepla.
2. *Cremona-Weyr*, Úvod do geometrické theorie křivek rovinných.
3. *Studnička*, Algebra pro vyšší třídy středních škol, 2. vyd.
4. *Studnička*, Nauka o číslech.
5. *Vaněček*, Křivé čáry.

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Pátý program obecného realného a vyš. gymnasia v Roudnici. Za škol. rok 1889—90. *A. Trigonometrie v sextě. B. Kterak lze zmechanisovati počítání čísly neúplnými.* Napsal prof. *J. Sommer.*

Články methodické nebývají ve zprávách výročních bohužel tak hojné, jak by toho důležitosť této stránky učení na školách středních vyžadovala i zasluhovala. Proto upřímně uvítali jsme pojednání „Trigonometrie v sextě“, a třeba bychom se s panem spisovatelem ve všem nesrovnávali, neváháme hned z předu nazvati je pokusem zdařeným. Co v předmluvě ku své stati p. prof. Sommer vykládá o knihách učebných a o tom, jak žádoucno, by učitelé sdělovali si zkušenosti a názory své o methodě, jest věru hodno uvážení. — Však obraťme se ku článku samému. V úvodě p. spisovatel pojednává o poloze bodu na ose dané, potom o poloze přímky jdoucí počátkem osy, dále o poloze bodu v rovině, a to na základě soustavy souřadnic pravoúhlých i polarných, mezi nimiž vyhledává vzájemný vztah. Před oddíl „o poloze bodu v rovině“ položil „Opakování z V.“, jež týká se měření úhlu. Potom přistupuje ku goniometrii a pojednává o každé jednotlivé funkci zvláště v pořádku tomto: *o sinu* (str. 7.—14.), *o tangentě* (str. 14.—18.), *o sekantě* (str. 18.), podobně pak *o cofunkcích* (str. 18.—23.); definuje každou funkci, přihlíží k jejímu průběhu, ukazuje, jak hledati k úhlu funkci, a k funkci úhel a to přímo i užitím logarithmův a promlouvá o každé z funkcí těch ve trojúhelníku pravoúhlém. Pojednání zakončeno pak oddílem *„o vzájemných vztazích funkcí téhož úhlu“*