Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

L. Borovanský

Ukázky themat daných k písemným zkouškám maturitním na českých školách středních v škol. r. 1907 [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 37 (1908), No. 1, 122--125

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123000`

P	O	P	O	P	O	P	O
s		s		s		s	
10	+ 7	25		40	+ 6	55	+ 0
11	+ 8	26	+ 11	41	+ 7	56	+ 0
12	+ 9	27	+ 11	42	+ 7	57	+ 4
13	+ 11	28	+ 10	43		58	+ 1
14	+ 12	29		44	+ 2	59	+ 1

N.

Ukázky themat

daných k písemním zkouškám maturitním na českých školách středních v škol. r. 1907.

a) Z mathematiky.

Vybral **L. Borovanský.**

1. Zaměníme-li ve dvojciferném čísle jednotky s desítkami, obdržíme číslo o 27 menší. Součet čtverců obou číslic obnáší o 2 méně než 7násobný ciferný součet. Které jest to číslo?

2. Kdosi má právo na 10letý důchod ročních 1200 K, chce však si zaměniti důchod tento v pololetní po 400 K. Jak dlouho bude důchod ten trvati při 4% pololetním složeném úrokování?

3. Jest určiti čísla mezi 1000 a 4000, kteráž dělena postupně 11ti, 13ti, 19ti, dávají zbytky 2, 12, 18.

4. Řešiti rovnici: $16^x + 1 = 1{\cdot}5 \,.\, 8^x + 0{\cdot}5 \,.\, 4^x + 1{\cdot}5 \,.\, 2^x$.

5. Pro které hodnoty platí rovnice: $y^x = 64$; $y^{\frac{x+1}{x-1}} = {\cdot}16$.

6. Který ostrý úhel vyhovuje rovnici:

$$4^{2 sin^2 x + 1} + 4^{2 cos^2 x - 1} = 10.$$

7. Řešiti:

$$\frac{3\, sin^3\, x + 13\, sin\, x\, cos^2\, x}{cos^3\, x} = 13\, sec^2\, x - 10.$$

8. Řešiti: $2^{sin 3x} \,.\, 4^{2 sin^3 x} = 8^{cos\, x}$.

9. V kosoúhlém trojúhelníku jest plocha $\triangle = 694{\cdot}18\ dm^2$, jedna strana $C = 45\ dm$ a poloměr kruhu vepsaného $\varrho = 11{\cdot}38\ dm$. Řešiti trojúhelník.

10. Jak veliké jsou strany a úhly trojúhelníka, jehož strana $C = 12\ dm$ a úhly vyhovují rovnicím: $sin^2\, \gamma = sin\, \alpha\, sin\, \beta$; $sin\, \alpha : sin\, \beta = 4 : 9$.

11. V trojúhelníku jest $\alpha : \beta = 1 : 3$, $a : b = 2 : 3$. Určiti úhly.

12. Jest dán plášť $P = 240\ cm^2$ pravidelného jehlanu o čtvercové podstavě a úhel sevřený sousedními hranami pobočnými $\alpha = 45^0 14' 24''$. Jest vypočítati délku hrany pobočné a podstavné, odchylku hrany pobočné od podstavy a odchylku stěny pobočné od podstavy.

13. Počet úhlopříček pravidelného mnohoúhelníka dělen 11 dává zbytek 5, dělen 7 zbytek 6 a přesahuje číslo 100 o několik jednotek. Jaký jest obsah tohoto mnohoúhelníka, je-li poloměr opsané kružnice $r = 1\ m$?

14. Pravidelný trojboký jehlan a hranol nad společnou základnou vztyčené do stejné výšky v, mají stejně velké pláště $J = H$. Jaký jest poměr výšky v ku hraně základny a?

15. Z bodu a kruhu o průměru $2r = 25\ cm$ vedena tětiva ab, k níž přísluší středový úhel $\alpha = 73^0 44' 20''$. Značí-li c koncový bod průměru ac, jest vypočísti povrch a obsah tělesa vzniklého rotací $\triangle abc$ kol průměru ac jako osy.

16. Hrana pravidelného osmistěnu jest $a = 3{\cdot}6\ m$; jak velký jest povrch a obsah jeho, v jakém poměru jsou povrchy a obsahy koulí opsané a vepsané?

17. Výška pravoúhlého trojúhelníka dělí přeponu na úsečky $m = 4\ cm$ a $n = 5\ cm$; určiti povrch a obsah tělesa vzniklého rotací kolem přepony.

18. Dán jest střed $s(6, 5)$ čtverce a jeden z vrcholů jeho $m(3, 1)$. Jest vypočítati souřadnice ostatních vrcholů.

19. Najíti rovnici kruhu, jenž by procházel bodem $m(-2, 5)$, dotýkal se osy x-ové a střed by ležel na přímce $P \equiv x - 2y + 7 = 0$.

20. Dokázati jest, že čtyřúhelníku $a(13, 11)$, $b(6, 18)$, $c(-15, -10)$, $d(10, 15)$ dá se opsati kružnice, jejíž poloměr i polohu středu jest ustanoviti.

21. Bodem $m(5\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$ má procházeti ellipsa v poloze osové a tečna k ní tak, aby trojúhelník omezený tečnou a osami souřadnic měl obsah nejmenší. Stanoviti rovnici ellipsy a tečny.

22. Kuželosečka v poloze osové dána jest dvěma body $m(9, 7)$ a $n(6, 2)$. K ní vedeny jsou z polu $p(6\frac{1}{3}, 4)$ tečny. Stanoviti rovnici kuželosečky, poláry, body tečné a rovnice tečen.

23. Proměnlivý kruh dotýká se zevně kružnice $x^2 + y^2 + 10x = 0$ a též dotýká se kružnice $x^2 + y^2 = 10x - 16$ objímaje jej. Které jest geometrické místo středu jeho?

24. Které jest geometrické místo středů všech kružnic, jež dotýkají se kružnice $K'(-5, 0; 9)$ a $K''(5, 0; 1)$? Který jest poloměr kružnice, jejíž střed je zároveň na přímce $P_1 \equiv 4y + 3x - 12 = 0$? Jakou polohu má přímka ta ku geometrickému místu; jakou ku přímce $P_2 \equiv 3y + 4x - 15 = 0$?

25. Délky dvou stran trojúhelníka jsou a a b, průsečík jich leží v počátku soustavy souřadnic a proměnlivý úhel jimi sevřený jest půlen osou x-ovou. Které jest geometrické místo bodů půlících třetí stranu? (Pokrač.)

b) Z deskriptivní geometrie.

Vybral **Jos. Kálal.**

1. Na ose X najděte bod, příslušící rovině ϱ, stejně od dvou daných mimoběžek A a B vzdálené. [$A \equiv ab$; $a(-3, 5, 1)$, $b(3 -2, 3{\cdot}5)$; $B \equiv cd$; $c(1, 4, 5{\cdot}5)$, $d(-3, 5, 8)$].

2. Bodem a veďte přímku $P \| \varrho$ tak, aby obrazy obou průmětů byly rovnoběžné. [$a(0, 3, 5)$, $\varrho(-4, \sphericalangle P^\varrho X = 45^0, \sphericalangle N^\varrho X = 40^0)$].

3. K přímce $\overline{mp}$ vztyčte v bodě m kolmici K tak, aby svírala s rovinou ϱ úhel α. [$m(2{\cdot}5, 7{\cdot}5, 5)$, $p(6, 4, 0)$, $\varrho \perp \pi$ ($\xi = 0$, $\sphericalangle P^\varrho X = 135^0$), $\alpha = 60^0$].

4. V rovině ϱ zobrazte body mající od bodu s vzdálenost v a od bodu t r'. [$\varrho(0, 60^0, 135^0)$, $s(-1, 6, 6)$, $t(1{\cdot}5, 4, 4)$, $r = 4$, $r' = 3{\cdot}5$].

5. Dána jest rovina ϱ a body a, b; vyhledejte osu $O \| \varrho$, kolem které nutno bod a otočiti o úhel α, aby přišel do polohy b. [$\varrho(-4, 2{\cdot}5, 4)$, $a(2, -1{\cdot}5, 3{\cdot}5)$, $b(-1, 1, 2)$, $\alpha = 60^0$].

6. Nad přeponou $\overline{ab}$ sestrojte pravoúhlé trojúhelníky rovnoramenné, mající vrcholy pravých úhlů v rovině σ. [$a(0, 8, 8)$, $b(5{\cdot}5, 3{\cdot}5, 2)$, $\sigma(\infty, 7, 10)$].

7. Stanovte v pravé velikosti trojúhelník, dány-li jsou jeho dva vrcholy a, b souřadnicemi, a vrchol c v rovině ϱ v bodě, ve kterém by se lámal na rovině ϱ jakožto zrcadlící ploše, paprsek vycházející z bodu a a odrážející se do bodu b. [$a(3, 6, 1{\cdot}5)$, $b(4{\cdot}5, 3, 7{\cdot}5)$, $\varrho(-1{\cdot}5, 135^0, 60^0)$].

8. Úsečka $\overline{ab}$ v rovině ϱ jest úhlopříčkou rovnoběžníka v rovině ϱ se nalézajícího, jehož oba průměty jsou pravoúhelníky. Zobrazte jeho průměty a vržené stíny pro obvyklý směr světla. [$a(0, 3, ?)$, $b(3, 1, ?)$, $\varrho(-4, 7, 6)$].

9. Čtyřboký jehlan $(abcd)\,v$ o podstavě v π protněte rovinou ϱ obsahující přímku $M \equiv pn$ v lichoběžníku $\alpha\beta\gamma\delta$, kde $\alpha\beta \parallel \gamma\delta$ a zobrazte síť komolce. [$a\,(-7, 7, 0)$, $b\,(-3, 8, 0)$, $c\,(1, 4\cdot5, 0)$, $d\,(-1\cdot5, 1\cdot5, 0)$, $v\,(-1, 5, 8)$; $p\,(-2, 10, 0)$, $n\,(2, 0, 3)$].

10. Rotační plocha válcová dána jest povrchovou přímkou $\overline{pm}$ a dvěma body a, b na povrchu. Omezte tuto plochu kružnicí dotýkající se prvé průmětny a kružnicí jdoucí bodem m. [$m\,(-1, 3, 9)$, $p\,(-9, 8, 0)$, $a\,(0, 7\cdot5, 3)$, $b\,(-1, 9, 7)$].

11. Rotační kužel kolmý k půdorysně, o vrcholu $v\,(0, 7, 6)$, $r = 5$, protnouti rovinou, jejíž prvá stopa svírá s osou X úhel 30^0, v hyperbole rovnoosé.

12. Zobraziti minimální plochu kulovou, dotýkající se dvou mimoběžek $A \equiv \overline{ab}$, $B \equiv \overline{cd}$ a vepsati do ní rovnostranný kužel, mající svůj vrchol na přímce A. [$a\,(-1, 1\cdot3, 0)$, $b\,(5\cdot5, 1\cdot3, 10)$; $c\,(-2\cdot3, 9, 0)$, $d\,(-2\cdot3, 4, 10)$].

13. Sestrojte plochu kulovou o poloměru r, jež dotýká se přímky $\overline{ab}$ v bodě b a má svůj střed v rovině ϱ. [$a\,(-7\cdot5, 4\cdot5, 0)$, $b\,(-2\cdot5, 4\cdot5, 7)$; $r = 5$, $\varrho \equiv mnp$; $m\,(2, 0, 0)$, $n\,(-6, 0, 5)$, $p\,(5\cdot5, 3\cdot5, 0)$].

14. Zobrazte plochy kulové, které procházejí bodem a, dotýkají se roviny ϱ a přímky $A \equiv \overline{pt}$, v bodě t. [$a\,(3, 2\cdot5, 3)$, $p\,(6\cdot5, -6\cdot5, 0)$, $t\,(0, 1, 3)$; $\varrho\,(-7, 60^0, 45^0)$].

15. Zobrazte plochu kulovou, procházející body a, b, c, a dotýkající se přímky $P \equiv \overline{kl}$. [$a\,(-2, 2, 3)$, $b\,(1, 8, 3)$, $c\,(3, 2\cdot5, 3)$; $k\,(0\cdot5, 6, 10)$, $l\,(-45, 9\cdot5, 4)$].

16. Stanoviti jest geometrické místo středů všech koulí jdoucích bodem a a dotýkajících se roviny ϱ a druhé průmětny. [$a\,(-2\cdot5, 1\cdot5, 4)$, $\varrho\,(3, 5, -5)$].

Úlohy.

a) Z mathematiky.

Úloha 1.

Sečísti řadu

$$1.2.3.4 + 2.3.4.5 + 3.4.5.6 + \ldots + n(n+1)(n+2)(n+3).$$

F.—P.