Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Vítězslav Felber

Leonhard Euler. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 37 (1908), No. 3, 289--300

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122969

Leonhard Euler.

K dvěstěleté památce narození Eulerova napsal dr. techn. **Vítězslav Felber.**

(Dokončení.)

Úplného seznamu prací Eulerových nelze ovšem tuto podati pro jeho objemnost. Uvádí jej uspořádaný dle vědeckých odvětví Mikuláš Fuss v „Éloge de Mr. Léonard Euler", St. Petersburg 1783, odkudž byl otištěn v Poggendorfově „Biographisch-litterarisches Handwörterbuch", kdež vyplňuje $44\frac{1}{2}$ sloupce. Chronologický seznam samostatných spisů a pojednání jest ve P. H. Fussově „Correspondance mathématique et physique etc. T. I., p. LVII—CXXI, kde tedy zaujímá 64 strany. — Za života Eulerova bylo vytištěno 473 pojednání *).

Eulerovy spisy uveřejňovala petrohradská akademie ještě r. 1830, čímž daleko překročen slib daný Eulerem hraběti Orlovu, že zanechá tolik vědeckých pojednání, aby po dvacet let po jeho smrti mohla býti tištěna. — Synové P. H. Fussovi vydali ještě r. 1862 dosud neuveřejněné práce Eulerovy s názvem „Leonhardi Euleri opera posthuma mathematica et physica anno MDCCCXLIV detecta".

K soubornému vydání prací Eulerových dosud nedošlo; bylo s ním sice započato v Belgii a v Rusku, však nedokončeno.

Euler byl povahy přímé, neoblomně poctivé a spravedlivé, temperamentu sice poněkud prudkého, nad nímž však vždy zvítězila vrozená mu laskavost a smířlivost, tak že i prudký hněv nikdy u něho nepřešel v trvalou zášť. Ochotně uznával zásluhy jiných, popřávaje i jiným milerád spravedlivého podílu na slávě. Třeba zaznamenati jen dva vědecké spory, které za

*) Dle Poggendorffova »Biographisch-literarisches Handwörterbuch«

celého svého života vedl. Prvý, týkající se chvění strun, měl s Danielem Bernoulliem, čímž však vzájemné styky přátelské nebyly přerušeny; spor ten skončil též bez vítězství a bez porážky, ač potomstvo dalo přednost Eulerově theorii. Druhý spor vedl s Königem o Maupertuisově principu nejmenšího působení, o čemž výše již učiněna zmínka.

Svou všestrannou učeností se nevychloubal *), aniž byl pyšným na své vynikající dary duševní, jimiž jej příroda bohatě obdařila, nýbrž dovedl se vždy přizpůsobiti svému okolí. — „Vždy stejná dobrá míra, příjemná a přirozená veselost, jakási uštěpačnost smíšená s dobromyslností, jeho prostý a zábavný způsob vypravování, činily rozhovor s ním jak příjemným, tak i hledaným,“ píše o Eulerovi jeho přítel Fuss.

Euler, obdobně jako jiní vynikající mathematikové tehdejší doby, byl velice zbožný, leč bez všeho pobožnůstkářství. Sám řídíval večerní pobožnost svojí rodiny, předčítal z bible a často i vykládal o přečteném; ano i jako spisovatel zasáhl do theologie, ač jeho náboženských prací jest velmi málo. Jednou z nich jest jeho pojednání „Rettung der Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister,“ vydané r. 1747 za jeho pobytu v Berlíně, jehož uveřejnění v blízkosti dvora Fridricha Velikého vyžadovalo zajisté nejen hlubokého vnitřního přesvědčení, ale i značné dávky odvahy.

Eulerovy „Dopisy princezně německé“ zabývají se kromě otázek přírodovědeckých a filosofických i náboženskými; pojednává se v nich také o povaze duchův, o spojení těla s duší, o svobodě vůle, o vlivu svobody na jevy ve světě, o modlitbě, o fysickém a morálním zlu, o obrácení hříšníkův a o podobných látkách.

Rovněž princip nejmenšího působení vyslovený v neurčité metafysické formě Maupertuisem, kterýž Euler sám precisoval, vyjádřiv jej přísnou mathematickou formou, má u něho význam theologicko-teleologicko-metafysický. Praví, že výjevy lze vysvětlovati nejen na základě jich fysikálních příčin, nýbrž i z jejich účelův. — „Ježto zařízení celého světa jest nejdokonalejší a

*) Vypráví se, že zabýval se i vážně astrologií, ba r. 1740 vznesen naň i úkol, sestaviti horoskop princi Ivanu, jehož však Euler nepřijal.

poněvadž pochází od nejmoudřejšího Tvůrce, nenastane nic ve ve světě, z čehož by neplynulo maximum neb minimum nějaké vlastnosti; proto nemůže býti o tom pochyby, že všecky účinky mohou se odvoditi methodou maxim a minim z účelů, jakož i z působících příčin.“ (Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, Lausanne 1744) *).

Proti tomuto směšování zásad ryze empirických s podklady theologickými neb metafysickými vystoupil zajisté právem Lagrange, jenž podal a dovodil obecnou formu principu Maupertuisova, poukázav též, že podmínkou jeho správnosti jest platnost zákona o zachování pohybové energie v jeho smyslu, čili existence funkce silové či potenciálu.

Rovněž učitelská činnost Eulerova byla veleplodna. — Ze šestnácti professorů petrohradské akademie plná polovina zvala jej hrdě svým mistrem. Ba téměř všechny současné mathematiky lze pokládati do jisté míry za jeho žáky; neboť nebylo snad jediného z nich, který nebyl by čerpal z přebohatého pokladu nahromaděného ve spisech jeho, jenž by nebyl opíral své výpočty o Eulerovy objevy, jemuž by tento genius nebyl přispěl radou při řešení těžkých problemův.

A všichni pohlíželi s hlubokou úctou na svého mistra; neměl mezi nimi nepřítele — až snad na jedinou výjimku **), — neměl soupeře.

A nejen vědecký svět, leč i panovníci, šlechtické kruhy, ba i nejširší veřejnost vysoce si vážila tohoto genia sídlícího v těle prostého slepého kmeta. Euler byl členem šesti akademií věd a učených společností: honorovaným ředitelem mathematické

*) Mathematicky vyjadřuje Euler Maupertuisův princip jen pro pohyb hmotného bodu formulí $\int v\,ds = \text{minimum}$, kdež značí v rychlost a ds element dráhy hmotného bodu, aneb po substituci $ds = v\,.\,dt$, znamená-li dt element časový, $\int v^2\,.\,dt = \text{minimum}$. — Obecnou formu podal Lagrange a to $\int \Sigma mv\,.\,ds = \int \Sigma mv^2\,.\,dt = min.$, kdež m jest hmota libovolného bodu. — Jacobi ukázal, že nemusí vždy býti tento integrál minimem, a že správnou jest jedině forma

$$\delta \Sigma \int mvds = \delta \int \Sigma mv^2\,.\,dt = 0.$$

Princip nejmenšího působeni platí jen pro pohyb soustav, pro které existuje funkce silová. — Jest to zvláštní případ obecného principu Hamiltonova.

**) Samuel König, proti němuž Euler velice ostře vystupoval při obhajování Maupertuisova principu.

třídy akademie petrohradské, zahraničným členem pařížské akademie, členem královské společnosti londýnské, akademie turinské, lisabonské a basilejské.

„Ni Newton, ba ani Descartes, jehož vliv byl tak mocný, neobdrželi takové slávy, a dodnes požívá jí mezi všemi geometry L. Euler sám celičkou a nedělenou,“ praví o něm Condorcet ve své eloži.

Elože Eulerovi věnované jsou tyto:

Éloge de Mr. Léonard Euler par Nicol. Fuss. St. Pétersbourg 1783. (Německý překlad od téhož autora s dodatky vydán v Basileji r. 1786)

Éloge de Mr. Euler par Condorcet, Histoire de l'Académie royale des sciences de Paris, année 1783.

Z pojednání o Eulerovi a jeho spisech třeba uvésti:

Correspondance mathématique et physique de qulque célèbres géomètres du XVIIIième siècle précédée d'une notice sur les travaux de Léonard Euler par P. H. Fuss*), St. Pétersbourg 1843.

Článek Cantorův ve sbírce „Allgemeine deutsche Biographie“, sv. VI. z r. 1877, str. 422—431.

Maximillien Marie: Histoire des sciences mathématiques, Tome VIII. 1886, p. 94—114.

Článek v Poggendorfově sbírce „Biographisch-litterarisches Handwörterbuch“, sv. I, 1863.

Dr. M. Rühlmann: Vorträge über Geschichte der technischen Mechanik, Lipsko 1885, § 19 (str. 167—192).

August Heller: Geschichte der Physik, Stuttgart 1882 a 1884 2. sv., str. 392—400.

Z české literatury buď uveden článek prof. A. Pánka v Ottově Slovníku naučném, díl VIII.

* * *

Synové Eulerovi, ač zdatní pracovníci ve svých oborech, daleko nedostihli svého geniálního otce.

Nejzvučnějšího jména požívá z nich nejstarší syn Jan Albert (* Petrohrad r. 1734, † tamtéž r. 1800.) Ve věku sedmi let následoval otce do Berlína, kdež kromě návštěvy škol po-

*) Paul Heinrich von Fuss (1797—1855), syn Mikuláše Fussa, stálý sekretář petrohradské akademie a později skutečný státní rada.

žíval též vyučování od svého otce a to s takovým úspěchem, že již v 16 letech byl zaměstnán při pracích v průplavu mezi Odrou a Havelou; ve 20 letech stal se členem berlínské akademie, ve 22 letech ředitelem tamější hvězdárny. R. 1766 doprovázel otce do Petrohradu, stal se členem petrohradské akademie a r. 1769 stálým jejím sekretářem. R. 1776 byl jmenován studijním ředitelem sboru kadetův.

Získal 7 cen akademií za různá pojednání obsahu většinou astronomického, na nichž zajisté i otec spolupůsobil. — Zdraví nebyl tak pevného jako otec, nýbrž trpěl častou churavostí. Značnou zásluhu získal si jako spolupracovník otcův v době jeho slepoty.

Karel (* Petrohrad r. 1740, † tamtéž r. 1790) věnoval se lékařství. Od r. 1763 do r. 1766 byl lékařem francouzské kolonie v Berlíně, později osobním lékařem carevniným. Od r. 1772 byl členem petrohradské akademie. — Napsal astronomické pojednání, jež bylo odměněno cenou pařížské akademie.

Krištof (* Berlín r. 1743, † Petrohrad r. 1812) vyvolil si vojenské povolání. V pruské službě stal se dělostřeleckým plukovníkem, po svém propuštění vstoupil jako generalmajor do ruského dělostřelectva a byl ředitelem továrny na zbraně v Sisterbecku na finském pobřeží až do své smrti. — Napsal několik astronomických pojednání do sborníku petrohradské akademie.

* * *

Není ovšem ani pomýšlení, podati tuto rozbor veškeré činnosti Eulerovi. Podrobné studium všech spisův a pojednání jeho, o nichž veliký učenec pracoval téměř plných šedesát let s neobyčejnou intensitou, vyžadovalo by veliké části celého života.

Na tomto místě buďtež uvedeny bez jakýchkoliv nároků na úplnost jen nejdůležitější práce jeho, jimiž obohatil různá odvětví mathematických věd.

Euler má velikou zásluhu o terminologii a symboliku nyní v mathematice a geometrii všeobecně užívanou. — Od něho pochází označení π pro číslo Ludolfovo, i pro $\sqrt{-1}$, symbol $\binom{n}{k}$ v počtu kombinačním a permutačním, jakož i název *fakulta*; obecně užívané označení vrcholů, úhlů a stran v trojúhelníku, dávající symmetrické výrazy, jest jeho výmyslem, rovněž terminologie a symbolika v goniometrii byla jím ustálena.

Euler pracoval ve všech oborech mathematiky vyšší i nižší, zanechav po sobě všude nezničitelné stopy své činnosti.

V planimimetrii známa jest *přímka Eulerova*, na níž leží těžiště trojúhelníka, průsečík výšek, střed kružnice vepsané a kružnice procházející centry stran; ve stereometrii pochází od něho věta po něm zvaná, že součet vrcholův a stěn v mnohostěnu jest o dvě větší, než počet jeho hran *). — Ve sférické trigonometrii pocházejí od něho analytické důkazy vět dovozených původně geometricky. — V analytické geometrii objevil Euler paradoxon, že dvě křivky rovinné jistého stupně mohou se protínati ve více bodech, než třeba k definici obou, zavedl známou trasformaci pravoúhlých souřadnic založenou na jeho objevu, že jest nová poloha systému tří pravoúhlých os o nehybném počátku stanovena třemi pootočeními v téže rovině.

Od něho pochází řešení problému, sestrojiti v rovině kružnici dotýkající se tří daných kruhů, jímž zabýval se již Vieta, Descartes a Newton, konstrukce os elipsy dané sdruženými průměry, analytické řešení úlohy o kouli dotýkající se daných čtyř kulí, problému vepsati do kruhu trojúhelník, jehož strany procházejí třemi danými body atd.

Euler jest tvůrcem nauky o křivosti ploch a původcem věty po něm zvané, určující vztah mezi poloměry křivosti normálných řezův **).

Euler stojící na vrcholu mathematické vědy se neostýchal sestoupiti až k elementárné arithmetice, o níž napsal výtečnou knihu, po které následoval jeho počet differenciálný, pak integrálný a na konec algebra.

Jest vlastně původcem nynější algebraické analyse. Odvodil většinu vlastností binomických koefficientů, vypočetl řady

---

*) Tato věta Eulerova platí ovšem jen pro tak zv. Eulerovské polyedry, k nimž patří všecky mnohostěny vypuklé.

**) Jsou-li R_1, R_2 poloměry křivosti dvou hlavních řezů k sobě kolmých, R poloměr křivosti libovolného řezu normálného, svírajícího s rovinou řezu o poloměru křivosti R_1 úhel φ, jest

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \varphi}{R_1} + \frac{\sin^2 \varphi}{R_2}.$$

pro funkce goniometrické a cyklometrické, poukázav též, že rozvinutí v řadu lze jen tehdy použíti, konverguje-li; objevil řadu hypergeometrickou, poukázal na analytické využitkování řetězových zlomků.

Zvlášť důležita jest závislost mezi funkcemi exponenciálními a goniometrickými, odvozená Eulerem; analyse komplexních veličin jím počíná. — Jest původcem známé poučky nesoucí jeho jméno o funkcích homogenních *).

V theorii rovnic připisuje si Euler sám základní větu odvozenou r. 1742, že každou rovnici v annullovaném tvaru lze rozložiti v činitele o reálných dvojčlenech neb trojčlenech stupně prvního neb druhého, již Gauss odvodil později nezávisle. Při řešení všeobecné rovnice bikvadratické pochází od něho tak zv. Eulerova resolventa.

V infinitesimálné analysi byl Euler prvým mistrem své doby, jejž podaří se i v budoucnosti as jen málo mathematikům dostihnouti. Obratnost jeho v tomto oboru mathematiky jest bez odporu úžasná a vynesla mu též epitheton „živá analyse". — Differenciální počet byl ovšem v hlavních rysech již dokončen a Euler má tu zásluhu hlavně o položení jasných základů, třeba již nyní bylo od nich upuštěno.

Euler nevychází z Newtonova pojmu fluxe **), ani z Leibnizova differenciálu nekonečně malého, nýbrž určuje differenciální kvocient jako poměr dvou nul. — Za to obohatil nesmírně počet integrální. Jeho umělecké obratnosti podařilo se vyčísliti řadu integrálů; jest tvůrcem integrálův omezených, k jichž využitkování zavedl derivování dle parametru a zdvojené integrály. Známa jest Eulerova konstanta ***), která jest důležita pro inte-

---

*) Je-li $F(x, y, z, \ldots)$ homogenní funkce stupně n-tého, jest Eulerova poučka vyjádřena formulí

$$\frac{\partial F}{\partial x} x + \frac{\partial F}{\partial y} y + \frac{\partial F}{\partial z} z + \ldots = n \cdot F(x, y, z, \ldots).$$

**) Newtonův pojem fluxí odvisle proměnných $x, y, z, \ldots$, jež označil symbolicky $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ldots$, kryje se s pojmem derivace dle neodvisle proměnné.

***) Eulerova konstanta jest dána výrazem:

$$\gamma = lim \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - log_{nat}\, n \right]$$

pro $lim\ n = \infty$. Euler udal její hodnotu $\gamma = 0{\cdot}5772156649015325$. Poslední místo jest správně 8 místo 5. Shanks určil tuto konstantu na 80 míst decimálních.

grální logaritmus a jiné transcendenty; rovněž jisté důležité integrály, jichž vlastnosti a vzájemné vztahy objevil, nesou právem jeho jméno *).

Velkých zásluh získal si Euler též v nauce o řešení differenciálných rovnic. Objevil integrační faktor, nalezl singulárné řešení, jakož jest i původcem starší umělé methody o řešení parciálných differenciálných rovnic 1. a 2. řádu **); jméno nesou po něm jisté oddělitelné rovnice differenciálné ***).

Zvlášť třeba též vytknouti zásluhy jeho o vytvoření počtu variačního, jehož zásady podal Lagrange v pojednání „Essai d'une nouvelle methode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies", Miscellanea philosophico-mathematica societatis privatae Taurinensis, sv. II. r. 1760 až 1761, kdežto název pochází od Eulera. — Třeba tu zvláště jmenovati práce „Problematis isoperimetrici in latissimo sensu

---

*) Eulerovy integrály jsou tyto:

$$\int_0^1 x^{m-1}\,.\,(1-x)^p\,.\,dx = \frac{1\,.\,2\,.\,3\ldots p}{m(m+1)\ldots(m+p)} \quad \text{a} \quad \int_0^\infty e^{-x}\,.\,x^n\,.\,dx = n$$

Binet označil $\int_0^1 x^{p-1}\,.\,(1-x)^{q-1}\,.\,dx = B(p,q)$ a nazval jej beta-funkcí,

Legendre vyjadřuje tento integrál symbolem (p,q), $\int_0^\infty e^{-x}\,.\,x^{n-1}\,.\,dx = \Gamma(n)$ a nazval jej gamma-funkcí. Vzájemný vztah mezi oběma integrály jest následující: $B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\,\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$. Bližší viz: Dr. F. Studnička: O počtu integrálním, str. 91. a násl.

**) Na pravý význam těchto rovnic poukázal později Monge.

***) Rovnice Eulerova jest tato:

$$\frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{dy}{\sqrt{Y}},$$

kdež X a Y jsou polynomy čtvrtého stupně proměnné x, resp. y, které lze přenésti do tvaru

$$X = (1-x^2)(1-K^2x^2), \quad Y = (1-y^2)(1-K^2y^2).$$

Jest pak integrál této rovnice

$$\frac{x\sqrt{(1-y^2)(1-K^2y^2)} + y\sqrt{(1-x^2)(1-K^2x^2)}}{1-K^2x^2y^2} = Const.$$

Rovnice tato jest důležita v theorii elliptických funkcí.

accepti solutio generalis", Comm. acad. scient. imp. Petrop. Tome VI. ad annos 1732 et 1733 (vydáno tiskem r. 1738) a „Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes: sive solutio problematis isoperimetrici, latissimo sensu accepti", tamtéž, r. 1744, jež tvoří vyvrcholení theorie Jakuba Bernoullia k řešení problémův isoperimetrických.

Zamilovaným oborem působnosti byla Eulerovi zvláště theorie čísel. Elementárnými pomůckami dovoditi nejdůležitější její věty, z nichž některé vyslovil Fermat bez veškerého důkazu, bylo mu nejpříjemnější zábavou. — Podal též zvláštní řešení neurčitých rovnic 1. stupně.

Neméně obsáhlou a úspěšnou jako v matematice pouhé, byla činnost Eulerova v applikované mathematice.

Jeho „Mechanika" z r. 1736 jest mistrovským dílem, v němž poprvé souborně řeší problémy pohybu hmotného bodu infinitesimálnou analysou. Proti jeho řešení problému ballistického učiněn dosud jen malý pokrok, nucený pohyb po ploše byl jím poprvé vyšetřován. — Jeho „Mechanika těles tuhých" z r. 1765 jest prvým spisem toho druhu vůbec. — Euler zavedl důležitý pojem momentu setrvačnosti, podal poprvé důležitou poučku kinematickou, že každý pohyb tuhé soustavy o nehybném bodu lze považovati za rotaci kol tohoto bodu, a další větu, že libovolný pohyb nepromĕnného tělesa lze pokládati za pohyb výsledný pohybu posuvného libovolného bodu soustavy a pohybu očivého kol tohoto bodu; jest tvůrcem důležitých rovnic po něm zvaných, řešících problém rotace tuhé soustavy kol nehybného bodu. — Z principů mechanických třeba jmenovati princip nejmenšího působení, jemuž položil reelní podklad a obecný princip zachování ploch jím podaný r. 1766 (Opuscula varii argumenti, sv. 1. čl. Solutio problematis mechanici de motu corporum tubis mobilibus inclusorum) současně s Danielem Bernoulliem (Memoáry berlínské akademie, Nouveau problème de mécanique); záleží dle nich v zachování statických momentů hybnosti *).

*) Ve formě geometrické vyslovil tento princip d'Arcy v pojednání předloženém pařížské akademii r. 1747 a uveřejněném r. 1752; tohoto podání se doposud nejčastěji používá a jím jest název principu odůvodněn.

Euler jest zakladatelem obecné hydromechaniky odvodiv prvý základní obecné rovnice hydrostatiky a hydrodynamiky nesoucí po něm jméno. (V memoárech berlínské akademie r. 1755).

Theoretická nauka o strojích vděčí jemu zvláště prvé theorie Segnerova kola a reakčních motorů hydraulických vůbec, jež jsou obsaženy v pojednáních „Recherches sur l'effet d'une machine hydraulique proposée par M. Segner à Göttingue", Histoire de l'Academie Royale, Berlin 1750, „Application de la machine hydraulique de M. Segner", tamtéž r 1751 a „Théorie plus complète des machines qui sont mises en mouvement par la reaction de l'eau", tamtéž r. 1754. Třeba podotknouti, že řešení této praktické úlohy zavdalo as Eulerovi podnět k odvození obecných základních rovnic hydromechanických — Z hydraulických prací jeho buď učiněna ještě zmínka o jeho theorii rázu isolovaného proudu na desku nehybnou, jež jest obsažena v jeho dodatku připojeném r. 1744 na žádost pruského krále k dílu Benjamina Robinse (1707—1751), vydanému poprvé v Londýně r. 1742 s názvem „Mathematická pojednání obsahující nové principy artilerie" *) jehož německý překlad pořídil Euler sám r. 1745.

Nelze též nezmíniti se tuto o zásluhách Eulerových o mechaniku těl elastických, jejíž důležitost uznává na několika místech své „Mechaniky tuhých těles" a k jejímuž vzdělávání tu povzbuzuje. Nejdůležitější práce jeho z tohoto oboru jsou obsaženy ve spise „De curvis elasticis", jenž byl vydán jako dodatek k jeho slavnému dílu „Methodus inveniendi lineas curvas" r. 1744 v Lausanne a Ženevě. — Vycházeje z výsledku Jakuba Bernoullia, že součin ze statického momentu sil vnějších vzhledem k uvažovanému průřezu a poloměru křivosti v témž místě jest konstantní pro nosník o stálém průřezu a modulu pružnosti, odvozuje Euler differenciálnou rovnici křivky ohybu pro pravoúhlý systém os, jejíž integrál vyjadřuje řadou. Dle velikosti a směru síly způsobující průhyb nosníka vzhledem k tečně čáry ohýbané rozeznává 9 druhů těchto čar. Pro tech-

---

*) Řešení Eulerovo této úlohy jest v podstatě totožným s řešením Daniela Bernoullia v jeho spise »Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii«, vydaném ve Štrasburce r. 1738.

nickou praksi jest zvlášť důležit prvý druh, kdy totiž směr síly se shoduje se směrem původní osy nosníka (vzpěry), pro kterýž případ uvádí cykloidu jako čáru ohybu. Vyjadřuje dále velikost síly potřebné k vytvoření největšího průhybu a odvozuje formuli dosud po něm zvanou.

V témž pojednání uvažuje Euler též průhyb zakřiveného nosníka a dospívá k analogickému výrazu, jako jest formule Bernoulliova *).

Veliké jsou též zásluhy Eulerovy v astronomii. Položil svými pracemi základ mechanice nebes, kterou později Laplace propracoval; jest původcem nové methody k stanovení sluneční parallaxy pomocí průchodu Venuše, jakož i methody k určování zeměpisné šířky na moři pozorováním vzájemné polohy měsíce a hvězd.

V akustice třeba jmenovati jeho výtečné řešení problému chvění strun a jeho „Theorii hudby", která dle Mariea nemá jiné vady, než že obsahuje příliš mnoho hudby pro mathematika a příliš mathematiky pro hudebníka.

V optice propracoval poprvé undulační theorii Huygensovu, čímž přispěl ke konečnému pádu emanační theorie Newtonovy; zabýval se achromatismem objektivu a zdokonalením dioptrických teleskopů.

Z předchozího stručného výpisu plyne obrovský rozsah a obsah činnosti tohoto veleducha, jejíž pouhý zlomek postačil by k jeho nesmrtelnosti. A těžko jest rozhodnouti, v kterém oboru Euler nejvíce vynikl.

Práce Eulerovy jsou ovšem již poněkud zastaralé proti modernímu směru v mathematice a mechanice, a mnohé jeho názory již dávno jsou překonány; ba ani věcných výtek nejsou zcela prosta díla tohoto genia **).

Tím však význam Eulerův nikterak není snížen.

---

*) Je-li M moment otáčivý sil vzhledem k uvažovanému průřezu, ϱ původní poloměr zakřivení a ϱ_1 při průhybu, jest Eulerova formule $M = K\left[\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho}\right]$, kdež K jest konstanta.

**) Tak na př. jeho odvození míry síly centripetální a tangenciální při pohybu volného bodu hmotného obsažené v jeho Mechanice jest nesprávné; rovněž určení normálního tlaku při nuceném pohybu bodu po ploše.

Stálý pokrok jest heslo každé vědy, a při postupu mathematických věd značí práce Eulerovy stupeň, jehož nebude lze nikdy přehlédnouti.

Přibližné konstrukce některých pravidelných mnohoúhelníků nad danou stranou.

Dr. **Petr Pecl** v Žižkově.

V rukopise *) citovaném v článku „Rozdělení úsečky atd.“ v ročn. XXXV. t. č. str. 179. jsou uvedeny některé zajímavé přibližné konstrukce pravidelných mnohoúhelníků, o nichž tuto promluviti chceme. Jsou to především konstrukce pravidelného sedmi-, devíti- a jedenáctiúhelníka a posléze přibližné konstrukce pravidelného pěti- a desetiúhelníka. Tyto přibližné methody hledí se co možná přiblížiti k theoretickému výsledku grafickým postupem, založeným na numerickém vyjádření hledaných veličin.

1. *Jest sestrojiti nad danou úsečkou jakožto stranou pravidelný sedmiúhelník.* V rukopise podány jsou dvě konstrukce pravidelného 7-úhelníka, které však nejsou podstatně rozdílné, spočívajíce obě, jakož lze snadno ukázati na faktu, že strana pravidelného 7-úhelníka jest přibližně polovinou strany rovnostranného trojúhelníka do téže kružnice vepsaného. Jestiť rozdíl strany s_7 pravidelného 7-úhelníka a poloviny strany $\frac{s_3}{2}$ rovnostranného trojúhelníka

$$s_7 - \frac{s_3}{2} = 0{\cdot}00173 \ldots r.$$

Jardin podává tyto konstrukce pravidelného sedmiúhelníka: 1.) *Opišme z koncových bodů úsečky $\overline{ab}$ kružnice bn, an poloměrem $\overline{ab}$ a z průsečíku jich n týmž poloměrem kružnici abc; sestrojme symmetrálu $\overline{mn}$ úsečky $\overline{ab}$ a veďme k ní bodem a rovnoběžku Y. Průsečík l kružnic bnl a abl spojme s b; tětiva $\overline{bl}$ protíná Y v g. Pak jest průsečík h symmetrály $\overline{mn}$ strany $\overline{ab}$ a kružnice*

*) Je to rukopis »Abrégé de la Géometrie Pratique« par Israel des Jardins, 1676 z knížecí knihovny Lobkovické v Roudnici.