Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Vincenc Jarolímek

Kolik jest průsečíků na úhlopříčnách mnohoúhelníka?

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 4, 175--176

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122962

Tak na př. určujeme-li logarithmus čísla spolehlivého pouze v 6ti cifrách, bude

$$\Delta < \frac{1}{b \,.\, 10^6},$$

t. j. 6 cifer logarithmu bude spolehlivých.

Je-li však první cifra logarithmu menší než první cifra b daného čísla, obdržíme o jedno spolehlivé místo více.

Je-li tedy určiti log 3·14159, najdeme mantissu jeho u log 314159 a obdržíme tedy 5·497150. Tento logarithmus je spojen s relativní chybou $\Delta < \frac{1}{3 \,.\, 10^6}$ a má tedy 6 spolehlivých cifer: 5·49715. Tudíž jest log 3·14159 = 0·49715.

Kolik jest průsečíků na úhlopříčnách mnohoúhelníka?

Napsal

Vinc. Jarolímek,
professor v Praze.

Úhlopříčny vnitř n-úhelníka protínají se v $(n)_4$ bodech.

Důkaz. Kterákoli úhlopříčna CM dělí n-úhelník na části α, β. Část α ať obsahuje (mimo C, M) vrcholů x, část β tedy vrcholů $(n - x - 2)$. Z každého vrcholu části α vychází $(n - x - 2)$ úhlopříčen k vrcholům, jež leží v části β; celkem jest tedy $x(n - x - 2)$ úhlopříčen, jež přecházejíce z α do β sekou úhlopříčnu CM. Sledujíce pak všechny úhlopříčny vycházející z vrcholu C dáváme číslu x proběhnouti hodnoty 1, 2, 3, . . $(n - 3)$ a sečtouce průseky na všech nabýváme výrazu

$$\sum_{x=1}^{n-3} x(n - x - 2),$$

jenž vyjadřuje množství průseků na úhlopříčnách, vycházejících z jednoho vrcholu. Všech průseků vnitř n-úhelníka bylo by n-krát tolik; že však tu nejen každá úhlopříčna čítána dvakrát (dvojím směrem), ale i každý průsek vzat dvojmo (na každé úhlopříčně jím procházející jednou), jest číslo žádané

$$P = \frac{n}{4} \cdot \sum_{x=1}^{n-3} x(n-x-2).$$

Kvadratická funkce $x(n-x-2)$ dá za

$$x = 1, 2, \ldots, (n-3)$$

symmetrickou arithmetickou řadu druhého stupně

$$(n-3), 2(n-4), 3(n-5), \ldots, 2(n-4), (n-3),$$

jejíž prvý člen $u_1 = n-3$, prvý člen první řady rozdílové $\Delta u_1 = n-5$, prvý člen druhé řady rozdílové $\Delta^2 u_1 = -2$, tudíž součet $(n-3)$ členů

$$\Sigma = (n-3)u_1 + (n-3)_2 \, . \, \Delta u_1 + (n-3)_3 \, . \, \Delta^2 u_1,$$

tedy

$$\Sigma = (n-3)^2 + \frac{(n-3)(n-4)}{2!} \, . \, (n-5) - \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{3!} \, . \, 2,$$

z čehož po redukci jde

$$\Sigma = \frac{(n-3)(n-2)(n-1)}{3!},$$

posléze pak

$$P = \frac{n}{4} \, . \, \Sigma = \frac{(n-3)(n-2)(n-1)\,n}{4!} = (n)_4.$$

Že některé z těchto průsečíků vjedno splynouti mohou (na př. v pravidelných sudoúhelnících), jest na jevě.