

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

August Seydler  
Dynamická pohádka

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 4, 149--169

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122960>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1889

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## Dynamická pohádka.

Sepsal **R. St. Ball**, přeložil dr. **A. Seydler**.

*Připomenutí překladatele.* V loňské schůzi British Association v Manchesteru měl *R. St. Ball*, ředitel dublinské hvězdárny, v mathematicko-fyzikální sekci zahajující oslovení, pro něž vybral sobě velmi zajímavé a poměrně nové thema, totiž t. zv. *theorii šroubů* t. j. teorii šroubových pohybů. Neběží tu o vyšetření pohybu skutečných šroubů ve smyslu strojnictví, nýbrž o rozbor nejobecnějších druhů pohybu za podmínek nejrozmanitějších, pro kterýž rozbor nabývají důležitosti fundamentalné pojmy *šroubového pohybu* a *šroubové síly*. *Ball* sám náleží mezi ty, jimž přísluší hlavní zásluha o vzdělání této nové theorie v mechanice; ano spis jeho: *Theory of screws* (1877) jest hlavním pramenem pro ni. Ve zmíněné zahajující řeči dovedl však *Ball* tento nanejvýš zavitý předmět vyložiti v hlavních rysech tak jasně, a zároveň, voliv originalní způsob exposice, tak poutavě, že se, tuším, zavděčím čtenářům našeho časopisu, podám-li jeho řeč v překladu, ku jehož vzdělání autor se vzácnou ochotou svolil. Připomínám ještě, že řeč ta tvořila obsah přednášky, konané dne 18. ledna 1888 v Jednotě českých matematiků.

Jakožto doplněk k této úvaze hodlám později podati trest Ballova uvedeného již spisu, čímž obtížnější místa její doznají náležitého vysvětlení.

---

Předmět, který jsem zvolil pro své dnešní oslovení, byl pro mne oblíbenou látkou úvah po mnohá leta. Jest to ona část theoretické mechaniky, jež slove *theorii šroubů*.

Mnoho bylo již o této teorii psáno, než mohu s jakousi bezpečností tvrditi, že stránka, ze které vás zvu, abyste na ni hleděli, jest nová. Chci vypravovati o jednání kommissee, ustanovené k tomu, by prozkoumala jisté dynamické zjevy a pokusy

vzhledem k nim konala. Tane vám asi na myslí, že pokusy, jež chci popisovati, nebyly ještě vykonány, ano že nebyla ještě ani zmíněná kommisse k tomu cíli svolána. Z té příčiny odvažuji se dáti řeči své název: *dynamická pohádka*.

Bylo jednou tuhé těleso, které leželo klidně na svém místě. I zvolena jest kommisse přírodozpytců, které bylo uloženo pokusem i rozborem vyšetřiti dynamiku tělesa toho. Kommisse obdržela podrobné instrukce. Mělo se vyšetřiti, proč těleso zůstává v klidu, ačkoli jisté síly na ně působí. Mělo se *nárazy* působiti na těleso a vyšetřiti, jak se *začne* těleso pohybovati. Měly se vyšetřiti malé oscillace tělesa. Potom mělo se přikročiti — Leč tu předseda zakročil. Vytknul, že položené tu otázky tvoří přirozený celek. „Zatím nechť nám postačí,“ pravil, „pokusem vyšetřovati dynamiku tohoto tělesa, pokud se nalezá v nynější poloze své neb blízko ní. Přenecháme kommissi ctižádostivější, stopovati těleso ve všech možných jeho gyracích skrze vesmír.“

Kommisse byla zvolena s velikou obezřetností. Pan *Anharmonicus* měl na starosti stránku geometrickou. Shledalo se, že jest velmi prospěšnou silou v jemnějších částech úlohy, ačkoli ho jeho kollegové pokládali někdy za poněkud prosaického. Výdatně mu pomáhali jeho dva přátelé, pan *Příslušný*, který měl na starosti obor homografie, a pan *Závit*, jehož práce se měly státi velmi důležitými. Jakožto člen velice ctihodný, avšak poněkud staromódní, byl pan *Cartesian* přidělen kommissi; jeho zastaralá taktika byla však úplně překonána panem Příslušným a panem Závitem. Staniž se ještě zmínka o dvou osobnostech. Pan *Rozumec* byl, jak se samo sebou rozumí, přítomen ex officio, a mnoho vzácných služeb bylo prokázáno panem *Namítalem*, který hned z počátku činil námitky proti své volbě do kommisse. \*)

\*) Autor volil pro osoby pohádky své názvy, přiměřené předmětu, jež zastupují. Pokud jsem názvy ty nepodržel (*Anharmonicus*, *Cartesian*), hleděl jsem je přeložiti způsobem dle možnosti vhodným. Tak jest *Helix* = *Závit*, *One-to-One* = *Příslušný* (narážka na přidruženost prvků různých útvarů geometrických), *Commonsense* = *Rozumec* (zástupce obyčejného „zdravého“ rozumu, jenž vidí vždy jen povrch věcí), *Querulous* = *Namítal* (věčná opposice). Při této příležitosti dovoluji si připomenouti, že p. autor přidělil jistě jen ku zvýšení kontrastu *Cartesianovi* úlohu ne zcela důstojnou, ano obávám se, že mu i poněkud ukřivdil. Po mém soudu jest p. *Cartesian* (= analy-

On pravil, že celé vyšetřování jest hotovým nesmyslem, poněvadž každý ví tolik, mnoho-li si jen přeje o dynamice tuhého tělesa. Otázka ta jest tak stará jako naše země, a byla již dávno rozřešena. Byl však přemluven, aby příležitostně též se dostavil. Jak se ukáže, bylo též pozoruhodnou vymožeností prací kommissee, že obrátila pana Namítala na jinou víru.

Kommissee sešla se u předložené tuhé hmoty, by počala své pozoruhodné práce. Zde leželo těleso klidně, ohromná, beztvorná hmota, se žádnou pravidelností ve tvaru — žádnou stejnoměrností ve složení svém. Nejvíce však znepokojovala kommissi úžasná povaha podmínek, jimiž pohyby tělesa byly poutány. Všichni byli zvyklí na hezounké mechanické problémy, při kterých hladké těleso leželo na hladké desce, aneb kolo se otáčelo kolem osy, neb těleso kolem bodu. Ve všech takových případech byly podmínky povahy jednoduché, a možné pohyby tělesa ležely jaksi na dlani. Avšak v tomto případě jevíly podmínky složitost znepokojující. Byly tu provazy a pouta, pohybující se osy, plochy, jichž se těleso dotýkalo, a řada jiných geometrických podmínek. Zkušenost na základě obyčejných problémů mechanických málo tu prospívala. Předseda případně označil situaci slovy: *podmínky mají typus zcela všeobecný.*

Toto ohlášení bylo přijato s velikým zděšením; p. Rozumec přiblížil se však k tělesu a zkoušel, zda-li vůbec lze jím pohybovati. V skutku, bylo patrné, že některými způsoby bylo lze tělesu pohybovati se. Tu řekl Rozumec: „Neměli bychom především pečlivě studovati povahu volnosti, kterou těleso má? Neměli bychom založiti inventář každého zvláštního pohybu, jehož jest těleso schopno? Pokud jsme toho nedosáhli, nevidím, jak bychom mohli učiniti jediného kroku v dynamické stránce naší úlohy.“

P. Namítal se návrhu tomu posmíval. „Jak můžete,“ pravil, „zjednatí si geometrickou theorii o pohyblivosti tělesa neznajíce pranicého o příslušných podmínkách? A přece chcete tak učiniti s podmínkami úplně všeobecnými, o nichž ničeho nevíte.“

---

tická geometrie) ctihodným, duševně ještě úplně svěžím starcem, který chutě pokračuje s dobou a novější vymoženosti dovede sobě vždy ještě osvojiti.

Pozn. překl.

To jest vše zmařený čas, neb ačkoli jsem četl mnoho knih o mechanice, něčeho podobného nikde jsem nenalezl.“

Zde ozval se jemný hlásek pana Anharmonicusa. „Zkusme to, učíme jednoduše pokusy o pohyblivosti tělesa, a věrně zaznamenejme, co jsme našli.“ Aby pak tento svůj návrh odůvodnil, připojil p. Anharmonicus poznámku, která byla většině členů kommisie novou; tvrdil totiž tolik: *ačkoli mohou býti podmínky nekonečně rozmanité a složité, jest jen velmi obmezený počet typů možné pohyblivosti.*

Bylo tudíž usnešeno, provésti řadu pokusů za tím jednoduchým účelem, aby se ukázalo, *jak* těleso může se pohybovati. Pan Cartesian, jenž slynul dobrou pověstí vzhledem ku práci toho druhu, byl požádán, by otázku tu vyšetřil a podal zprávu kommissi. Cartesian počal své operace v souhlase se známými tradicemi svého řemesla. Vztýčil složité lešení, jež nazval svými třemi pravouhlými osami. Pak se pokoušel o to, těleso v pohyb uvésti ve směru jedné z těchto os; těleso se nehnulo. Pokoušel se o totéž ve směru druhé, třetí osy — se stejným neúspěchem. Upevnil tedy těleso na jednu z těchto os, a hleděl je kolem osy té otočiti. I to mu selhalo — náleželyť podmínky dané k typu příliš složitému, a nechtěly se přizpůsobiti jednoduchým názorům Cartesianovým.

Později seznáme, že byly pohyby tělesa nutně neobyčejně jednoduché; taková byla však nevhodnost a umělá povaha mašinerie Cartesianovy, že se mu nepodařilo prohlednutí jednoduchost tu. Jemu se zdálo, že se může těleso pohybovati jen způsobem velice složitým; poznával, že by mohlo obdržeti pohyb složený z rotací kolem dvou neb tří os a ze současných translací podél dvou neb tří os. Cartesian byl velmi obratným počtářem, a řadou pokusů obdržel přece i svým nesympathickým strojem jakési vědomosti o přítomném předmětu, dostačující k účelům, při nichž jasné pojmání celku nebylo nevyhnutelno. Nepřiměřenost Cartesianovy geometrie jevila se v míře trapné, když podával kommissi zprávu o pohyblivosti tuhého tělesa. „Nalezám,“ pravil, „že nelze těleso pošinouti ni rovnoběžně ku  $x$ , ni ku  $y$  neb  $z$ ; rovněž nemohu je otáčeti kolem  $x$ ,  $y$ , neb  $z$ ; ale mohl bych je pošinouti o jeden palec ve směru  $x$ , kdybych je v tž čas pošinul o jednu stopu ve směru  $y$ , a o jeden

loket nazpět proti směru  $z$ , a kdybych je současně otočil o jeden stupeň kolem  $x$ , o půl stupně v opačném směru kolem  $y$  a o  $23' 19''$  kolem  $z$ .“

„To jest vše?“ tázal se předseda. „Ó ne,“ odpověděl pan Cartesian, „jsou ještě jiné poměry, ve kterých složky mohou být kombinovány tak, že dávají *možný* pohyb“ — i jal se vypočítávat je, když se tu pan Rozumec ujal slova. „Zastavte, prosím,“ pravil, „z těch číslíc pranic nezmoudřím. Tato hatlanina stran  $x$ ,  $y$ ,  $z$  stačí snad pro Vaše výpočty, avšak nestačí naprosto, aby v mé mysli zplodila jasnou a přesnou představu o pohybech, jež těleso může vykonati.“

Mnozí v kommissi souhlasili s tímto náhledem pana Rozumce, i přišli k tomu výsledku, že si nelze z ubohého starého Cartesianiana a jeho os nic kloudného vybrati. Cítili, že musí býti nějaká lepší metoda, a naděje jejich, že bude objevena, vzrostla, když viděli pana Závita, an dobrovolně nabízejí své služby k tělesu kráčel. Závit nepřinesl s sebou složité lešení pravouhlých os, nýbrž jal se zkouseti pohyblivost tělesa nejjednodušším způsobem. On shledal, že se nalezá v klidu v jisté poloze, kterou nazveme A. Pozoruje, že jistými způsoby je pohyblivé, udělal tělem malé pošinutí do sousední polohy B. Porovnejte počínání si pana Cartesianiana s jednáním pana Závita. Cartesian snažil se donutiti těleso, by se pohybovalo jistými dráhami, jež byl libovolně zvolil, kterým se však těleso nepodrobilo; v skutku nezvolilo si těleso žádné z těchto drah o sobě, ačkoli je zvolilo všechny současně způsobem velmi složitým a v rozpaky uvádějícím. Za to pan Závit neměl žádnou předpojatost vzhledem k povaze pohybu, již bychom mohli očekávati. On jednoduše nalezl těleso v jisté poloze A, a pak snažil se po dobrém přiměti těleso k pohybu, ne takovou neb takovou zvláštní cestou, nýbrž jakoukoli cestou, již si těleso zvolilo ku přechodu do nové polohy B.

Ať jsou podmínky jakékoli — ať jest poloha B jakákoli v nejbližším sousedství polohy A — pan Závit shledal, že mohl tělesem hnouti z polohy A do polohy B nesmírně jednoduchou operací. Pomocí obratného mechanika dal zhotoviti šroub s přiměřeným stoupáním, a upevnil šroub ten v přiměřené poloze. Tuhé těleso bylo připevněno ku příslušné matici, i shledalo se

že lze pohyb tělesa z polohy A do polohy B docílití jednoduše otočením matice kolem šroubu. Zcela určité faktum, týkající se pohyblivosti tělesa bylo tím zjištěno. Těleso bylo schopno po jistém šroubu se sem a tam pošinovati.

Pan Namítal nenahlížel, že by byla zjednána nějaká jednodušeť neb geometrická jasnost v pojmu šroubového pohybu; naopak domníval se, že to jest pravý opak jednodušeť. Což neznačí šroubový pohyb translaci ve směru osy  $a$  současnou rotaci kolem této osy? Což nebylo by lepší, pomýšletí na rotaci a translaci oddělenou nežli smístiti dvě věci tak úplně rozdílné v pojem složitý?“

Panu Namítalovi ihned odpověděl p. Příslušný. „Politování hodným byl by,“ pravil, „rozvod mezi rotací a translací. V souboru svém tvoří jednotku pohybu útvaru tuhého. Příroda sama je zasnoubila, a plody tohoto manželství jsou četné i krásné.“

Úspěch páně Závitův dodal mu odvahy k dalším pokusům, a záhy nalezl druhý šroub, dle něhož se útvar též mohl pohybovati. Chtěl pokračovati, tu jej však přerušil pan Anharmonicus slovy: „Sečkejte chvílku, neb geometrie tvrdí, že těleso, jež má volnost pohybovati se dle dvou šroubů, má též volnost pohybovati se dle nekonečného množství šroubů. Osy jejich vytvářejí roztomilou plochu přímočarou, nazvanou *cylindroidem*. Může býti nekonečná rozmanitost možných podmínek, nemůže však býti žádná tomu odpovídající rozmanitost v povaze této plochy. Cylindroidy rozeznávají se pouze velikostí, ne však tvarem. Zhotovme tedy cylindroid náležitě velikosti, a dejme mu takovou polohu, aby dvě z jeho přímek splynuly s osami šroubů Vámi nalezených: ubezpečuji Vás, že může těleso býti v pohyb uvedeno dle kteréhokoli šroubu této plochy. Jinými slovy: má-li těleso dva stupně volnosti, poskytuje cylindroid přirozenou a úplně všeobecnou metodu přesné specifikace jeho pohyblivosti.“

Jediný krok zbýval ku doplnění studia volnosti tělesa.

Pan Závit pokračoval ve svých pokusech a objevil při tom ještě jeden šroub, dle něhož se těleso též mohlo pohybovati mimo ty, jež náležely cylindroidu. Celé moře geometrického světla vytrysknulo nyní a ozářilo veškerou theorii. Objevilo se, že má těleso volnost pohybovati se po celých řadách šroubů,

jež byly vesměs dle svého stoupání uspořádány na soustavě hyperboloidů. Po krátké poradě s Anharmonicusem a Příslušným oznámil Závit, že nyní dosti pokusů toho druhu se vykonalo. Pomocí jediného šroubu, pomocí cylindroidu a soustavy hyperboloidů lze nabýti všeho možného poučení o pohyblivosti tuhé hmoty. Budiž těleso podrobena podmínkám jakýmkoli — určité geometrické koncepce právě uvedené jsou k poznání jeho pohybu dostatečné.

S úplnou průzračností vyložil pan Závit tuto věc kommissi. Ukázal jim též elegantně zhotovenou soustavu šroubů — každý opatřený náležitým stoupáním — a shrnul své výzkumy v tato slova: „Můžete těleso otočením kolem každého z těchto šroubů v pohyb uvést, a co jest neméně důležité — těleso nepřijme žádného pohybu, jenž by nebyl takovým šroubovým pohybem. Kommissie vyjádřila se, že jest s tímto poučením spokojena; byloť zároveň jasné i úplné. V skutku připomenul předseda s náležitým důrazem, že *není možno představit si důkladnější metodu specifikace volnosti tělesa.*

Vyšetření pohyblivosti tělesa tvořilo první část prací kommissie, která se nyní chystala ku vážné své úloze dynamické. Nyní mělo býti užito *síl*, aby se pokusem zjistilo, jak se bude za vlivu jejich těleso chovati. Nadšení předchozím svým úspěchem prohlásili členové kommissie, že se nespokojí dříve, dokud neobdrží opět nejdokonalejšího řešení problému nejvšeobecnějšího.

„Avšak co jest to: *síla?*“ tázal se jeden člen kommissie.

„Pošlete pro pana Cartesianu,“ řekl předseda, „dáme mu novou úlohu.“ Byl tudíž pan Cartesian požádán, aby vymyslel stroj vzezření velice hrozného, jímž by útok učinil na tuhou hmotu. Byl brzo hotov se svým plánem, vybrav zbraně ze své spolehlivé, trochu staromódní zbrojnice. Chtěl vztýčiti tři pravoúhlé osy, chtěl strašnou ranou rovnoběžně s každou osou udeřiti na těleso, a zároveň chtěl aplikovati tělesu mohutnou dvojici kolem každé z těchto os; to bylo vše, do čeho se mohl pustiti.

„Nepochybně bude,“ pravil předseda, „velmi vydatným, co nám zde navrhuje; avšak nemyslíte, pane Cartesiane, že byste mohl zabezpečiti úplně dokonalou všeobecnost útoku svého a při tom přece jeho znázornění zjednodušiti? Přiznávám se upřímně: ty tři rány, udělené současně v pravých úhlech, a ty tři dvojice



v téže době na pomoc vzaté mne poněkud pletou. Zdá se, jako by v tom byl jakýsi nedostatek jednoty. Zkrátka, pane Cartesiane, Vaše soustava nevzbuzuje jasný geometrický obraz v mysli mé. Milerádi uznáváme vhodnost její pro číselný výpočet, a máme na mysli její velikolepé zdokonalení, avšak zdá se nám naprosto nepřiměřenou přáním této kommisie. Musíme jinde se poohlednouti.“

Znovu předstoupil pan Závit. Uvedl kommissi na mysl práce matematika Poinsoa a pak se přiblížil k tuhé hmotě. Pan Závit začal tím, že odstranil libovolné lešení Cartesianovo. Ukázal, kterak lze útok nejúplnější všeobecnosti na těleso podniknouti ve formě, která dovozovala stručný a elegantní popis. „Chci udeřiti,“ pravil, „na těleso směrem neočekávaným, a současně aplikovati mocnou dvojici v rovině, jež jest kolmá na směr nárazu.“

Šťastná myšlenka byla se zmocnila pana Anharmonicusa. Bylo mu, jako se samo sebou rozumí, známo, že se účinnost dvojice měří její momentem — t. j. součinem síly a lineární veličiny. Navrhl z té příčiny, sloučiti Poinsoovu sílu a dvojici v jediný pojem *síly šroubové*. Síla byla by naměřena podél šroubu a moment dvojice rovnal by se součinu síly a výšky šroubu. „Šroub“, pravil, „lze pokládati jednoduše za přímku určitého směru s přidruženou k ní lineární veličinou, zovoucí se výškou šroubu. Šroub poskytuje nám dualný vzhled velikého významu. Není malého pohybu tělesa, jež by nebylo lze pokládati za pohyb dle šroubu. Žádná soustava sil nemůže působiti na těleso, která by nebyla aequivalentní šroubové síle. Každý zajisté vzpomíná na obě známá pravidla, dle nichž se skládají *síly* (obyčejné) jako *rotace* a *dvojice* jako *translace*. Ona mohou býti nyní nahrazena pravidlem jediným a daleko stručnějším, jež nám praví, že se skládají *šroubové síly* a *šroubové pohyby dle zákonů identických*. Chcete sloučiti geometrii s všeobecností ve své dynamice? Docílíte to pomocí šroubů, a jedině pomocí šroubů!“

Tyto pomysly byly pro pana Cartesianu poněkud abstraktní; podotkl, že d'Alembertův princip v dynamice o všechno se náležitě stará, že zde tedy není třeba šroubů. Pan Namítal hleděl

mu přispěti poznámkou, že nenahlíží, kterak šrouby prospívají při studiu Foucaultova kyvadla neb při praecessi rovnodennosti.

Takové nerozumné poznámky roznítily spravedlivou nevoli pana Příslušného, který vstal a takto promluvil: „Ve vývoji přírodopytce lze rozeznávati dvě doby. V době první přichází k poznání, že existují problémy. V době druhé nalezá řešení jejich. Pan Namítal nedospěl patrně ještě ani k době první; nemůže ani pochopiti ty problémy, které „*theorie šroubů*“ sobě předkládá ku řešení. Budiž mi dovoleno poučiti jej, že „*theorie šroubů*“ není nějakým všeobecným dynamickým kalkulem. Jest to diskusse zvláštní skupiny dynamických problémů, které ani nepřipouštějí jiného způsobu výpovědi nežli jest ten, jež *theorie* poskytuje. Doufejme, že dříve ještě, nežli naše dílo bude ukončeno, vzejde panu Namítalovi alespoň tušení o předmětu tom.“

Předseda šťastně spor ten uchlácholil. „Musíme panu Příslušnému odpuštiti,“ pravil, „důrazný způsob jeho mluvení. Jeho víra v geometrii jest neobmezená. V skutku jest prý jeho přesvědčením, že jedinou realnou existencí ve všemmíru jest *anharmonický poměr*. Jest též míněním jeho, že kdyby člověk dostatečně daleko podél přímky cestoval a stále v témž směru, že by dospěl konečně zase na místo, odkud vyšel. Kommissie byla by velmi potěšena, kdyby pan Namítal chtěl učiniti tento pokus.“

Bylo na bíledni, že jsou šrouby rovněž nevyhnutelné pro aplikaci sil jako pro pozorování pohybů. Zvláštní měřicí stroje byly vymyšleny, jimiž by se polohy a výšky různých šroubů mohly pečlivě zjistit. Když vše bylo hotovo, začal první pokus.

Byl zvolen šroub zcela na zdařbůh, a mohutná impulsivná síla šroubová byla dle něho v činnost uvedena. V nekonečném množství případů byla by síla ta těleso uvedla v pohyb, a ono by se začalo pohybovati způsobem jediné možným, t. j. dle nějakého šroubu. Přihodilo se však náhodou, že tento první pokus se nezdařil; impulsivná síla neúčinkovala — aneb alespoň se těleso nezačalo pohybovati. „Pravil jsem Vám, že to tak dopadne,“ křičel Namítal, utichl však okamžitě, když se Příslušný naň podíval.

Mnohdy nabudeme hojného poučení pokusem, který se nezdaří; předseda důmyslně vysvětlil nezdar a tím obrátil pozor-

nost kommisse k důležité stránce předmětu. Dle jeho mínění byly totiž příčinou nezdaru reakce podmínky, jež neutralisovaly účinek síly. Mínil tudíž, že by si v dalším vyšetření uspořili čas, kdyby mohli tyto reakce dříve studovati a jejich počet a polohu zjistiti.

Proti tomuto návrhu se pan Cartesian vzpouzel. Připomínal, že by to způsobovalo nekonečnou práci: „Vizte,“ pravil, „jaká složitost v podmínkách! kterak odpočívá hmota zde na těchto plochách; kterak jest připoutána k těmto bodům zde; kterak se tu vyskytuje na tisíce způsobů, jakými reakce mohou vzniknouti!“ Pan Rozumec a jiní členové kommisse nedali se však tak snadno odstrašiti a usnesli se, vyšetření to provésti důkladně. Z počátku neviděli jasně, kterou cestou by se bráti měli, a mnoho času přišlo na zmar nevhodnými pokusy. Konečně byli však odměněni zajímavým a neočekávaným objevem, který náhle ony tak nepochopitelné reakce učinil úplně průzračnými.

Byl totiž učiněn pokus s tělesem, jež mělo jen jeden stupeň volnosti; měloť pouze schopnost, pohybovati se dle jednotlivého šroubu, řekněme X. Záhy nalezen byl jiný šroub Y takový, že šroubová síla, dle něho působící, nebyla schopna uvésti hmotu v pohyb. Napadlo kommissi zkoušeti účinek, když se úloha šroubů vyměnila. Upravili tudíž pokus tak, že těleso mělo pouze volnost pohybovati se dle šroubu Y, a šroubová síla působila na X. Těleso opět zůstalo v klidu. Důležitost tohoto faktu ihned připoutala pozornost intelligentnějších pozorovatelů, neboť plynul z něho tento všeobecný zákon: Nepodaří-li se šroubové síle, na X působící, v pohyb uvésti těleso, jež má pouze volnost pohybovati se dle šroubu Y, nemůže také šroubová síla na Y v pohyb uvésti totéž těleso, jež podrželo jen volnost pohybovati se dle šroubu X. Bylo usnešeno nazývati tak dva šrouby v takovémto poměru k sobě se nalézající *přídruženými* (reciprocal).

Někteří členové kommisse nechápali z počátku dosah tohoto objevu. Jejich námitky měly původ v obmezené povaze pokusů, z nichž zákon přídružených šroubů byl usouzen. Pravili: „Vy jste nám ukázali, že zákon ten platí v případě tělesa, jež má pouze volnost pohybovati se dle jediného šroubu; jak nás to však poučuje v něčem pro případ všeobecný, když má

těleso volnost, pohybovati se dle celých ploch plných os šroubových?“

Pan Rozumec ihned ukázal, že lze objevenou větu vysloviti ve tvaru, proti němuž není námitky. „Zákon přidružených šroubů,“ pravil, „není závislý na podmínkách čili na způsobu obmezené volnosti. Může býti vyjádřen těmito slovy: *„Dva šrouby jsou sobě přidruženy, nemůže-li malé pošivnutí dle jednoho z nich vykonati žádnou práci proti šroubové síle, dle druhého působící.“*

Tento důležitý krok uvedl okamžitě v náležitě světle celou geometrii reakcí. Předpokládejme, že volnost tělesa byla taková, že se mohlo pohybovati dle všech šroubů, tvořících soustavu  $U$ . Necht' jsou všechny možné reakce vytvořeny šroubovými silami na šroubech jiné soustavy  $V$ . Tu se ukazuje, že jest každý šroub soustavy  $U$  přidružen každému šroubu soustavy  $V$ . Těleso mohlo by tedy obdržeti volnost, pohybovati se dle každého šroubu soustavy  $V$ , a zůstalo by přece v rovnováze, kdyby i působily šroubové síly dle všech šroubů soustavy  $U$ . Těleso, mající volnost pohybovati se dle šroubů soustavy  $V$ , může tedy býti jen částečně volným. Musí tedy  $V$  býti jedním z těch málo typů šroubových soustav, jež právě byly vyšetřeny. Bylo tudíž nalezeno, že jednotlivý šroub, neb cylindroid, neb soustava hyperboloidů *úplně* charakterisovaly kteroukoli jen možnou reakci podmínkami danou, jako byly charakterisovaly každý jen možný způsob pohybu. Z těchto objevů čerpala kommisie velkou odvahu; cítili, že se nalezají na pravé cestě, a že dobrotivost Přírody jim byla poskytla již závdavek konečné odměny, jež jim byla určena.

S napjatým očekáváním přikročili nyní k velkému dynamickému problému. Mělit se nyní dozvědět, co se stane, když impulsivná síla šroubová nebyla vyvážena reakcemi podmínek. Těleso zajisté začne se pohybovati dle některého šroubu, i bylo přirozeno, nazvati *týž šroubem okamžitým*. Nejbližší úlohou bylo nyní, vyzkoumati vzájemnou souvislost mezi impulsivným a příslušným okamžitým šroubem. Nežli pokusy se začaly, podotkla nějaká bystrá hlava, že východiště nebylo s náležitou přesností dáno. „Rozumím dobře,“ pravil, „že těleso obdrží určitou šroubovou rychlost dle určitého šroubu, když naň necháte působiti určitou šroubovou sílu; avšak obrácený problem jest dvojsmyslný. Není-li těleso úplně volné, příslušejí myriady impulsivných

šroubů jedinému šroubu okamžitému.“ Předseda uznal tuto obtíž, a obrátil se ne bez úspěchu na geometrický takt pana Příslušného, který okamžitě vyložil filosofii věci té, rozptýlil mlhu ji zastírající a objevil nové půvaby theorie.

„Jest ovšem pravda,“ pronesl se, „že jsou myriady impulsivních šroubů, z nichž může býti každý pokládán za přidružený danému šroubu impulsivnému, avšak na štěstí bývá mezi těmito myriadami vždy jeden šroub vynikajícím způsobem umístěn tak, že jej můžeme zvoliti za zástupce všech ostatních; a tím mizí všeliká neurčitost.“ Poněvadž nebyli mnozí členové komise obdařeni geometrickým bystrozrakem, kterým se honosil pan Příslušný, vyzvali jej, by jim vysvětlil, jak tento zvláštní šroub může býti identifikován; z té příčiny pokračoval takto: „Zjistili jsme již, že dovolují podmínky tělesu pohyb dle kteréhokoli šroubu jisté soustavy  $U$ . Z myriad impulsivních šroubů, příslušných jedinému šroubu okamžitému, náleží vždy jeden, a jen jeden ku soustavě  $U$ . Týž jest onen zvláštní šroub. Nechat se nalezá impulsivný šroub kdekoli v říši prostoru, může býti vždy nahrazen šroubem úplně aequivalentním, příslušným soustavě  $U$ . Neobětujícíe takto ani částičku všeobecnosti, určili jsme problem s úplnou přesností. Určitému šroubu impulsivnému přísluší určitý šroub okamžitý a určitému šroubu okamžitému přísluší určitý šroub impulsivný.“

Dle toho byly pokusy zahájeny. Impulsivný šroub byl vybrán, a jeho poloha i výška poznamenána. Impulsivná síla šroubová působila dle něho, a těleso začalo se pohybovati; příslušný okamžitý šroub byl zjištěn pohybem poznamenaných bodů. Na to bylo těleso v klid uvedeno. Nový impulsivný šroub byl vybrán. Pokus ten byl opět a opět opakován. Výsledek byl zanesen v tabulky, tak že pro každý impulsivný šroub byl zaznamenán příslušný šroub okamžitý.

Ačkoli byly tyto pokusy obmezeny na šrouby, náležející ku soustavě, jež vyjadřovala volnost soustavy, zmocnil se komise přece nepokoj, když uvážila, že šroubů této soustavy stále zbýval počet nekonečný, a že se byla dle toho podjala úlohy rozsahu nekonečného. Jest-li se nepodaří naléztí nějaký jednoduchý zákon, dle něhož jest impulsivný šroub spojen se šroubem okamžitým, může se v pokusech pokračovati do nekonečna. Jest

pravdě podobno, že se takový zákon nalezne — ano jest i jen pravděpodobno, že takový zákon existuje? Pan Namítal byl rozhodně toho mínění, že ne. Poukázal k tomu, jak beznadějně nepravidelnými jsou i tvar i hmota tělesa, a kterak podmínky jsou patrně povahy nanejvýš složité. Dle jeho mínění bylo tudíž marné, vyhledávati nějaký zákon geometrický, jenž by poutal šroub okamžitý a šroub impulsivný. Činil návrh, aby se celé vyšetřování zastavilo. Zdálo se, že náhledy ty sdílejí i jiní členové kommissee. Ano i pevná vůle předsedova začala mizeti před úlohou nekonečné velikosti. Nastávala krise — tu povstal pan Anharmonicus.

„Pane předsedo,“ pravil, „geometrie jest vždy ochotna pomáhati i nejskromnějšímu badateli zákonů přírody, avšak nejkrásnější své dary uschovává geometrie pro ty, kteří se přírody tázají v úmyslu nejšlechternějším a s myslí nejobsáhlejší. V tomto duchu pracovali jsme po celý čas našeho vyšetřování a z té příčiny poskytuje nám geometrie v těchto našich rozpacích své nejvybranější poklady. První z nich jest mohutná theorie soustav homografických. Pomocí několika smělych rozšíření této theorie založíme obsáhlou theorii *homografických šroubů*. Všechny impulsivné šrouby tvoří jednu soustavu, a všechny okamžité šrouby tvoří druhou soustavu, a tyto dvě soustavy jsou homografické. Když si toto náležitě objasníte, jest přítomná obtíž ihned odstraněna. Potřebujete jen určití pokusem několik dvojic příslušných šroubů impulsivných a okamžitých. Počet takových dvojic nemusí býti nikdy větší než *sedm*. Jsou-li tyto nalezeny, jest homografie úplně známa. Okamžitý šroub, příslušný ku každému šroubu impulsivnému, může býti úplně určen pomocí prosté, krásné geometrie.“

K největšímu potěšení a obdivu kommissee dokázal pan Anharmonicus pravdu své theorie zkouškou nejdokonalejší, vyplniv, co byl předpověděl. Když mu pozorování poskytla jisté dvojice šroubů, jichž počet byl o jednu větší nežli počet stupňů volnosti tělesa, mohl předpověděti s neomylnou přesností okamžitý šroub, příslušný k jakémukoli šroubu impulsivnému. Chaosu nebylo více; lepší řád zavládl všude.

Po několika dnech svolal předseda zvláštní schůzi za tou příčinou, aby vyslechlo od pana Anharmonicusa zprávu o objevu

právě od něho učiněném, který pokládal za nesmírně důležitý, a který by byl rád stvrdil skutečnými pokusy. Když se schůze sešla, jal se mluvit takto :

„Jest vám známo, že mají dvě homografické řady na téže přímce dva *body dvojné*, kde splývá vždy bod jedné řady s příslušným bodem řady druhé. Má-li všeobecněji každý bod v prostoru, považovaný za část jedné homografické soustavy, svého příslušníka, náležejícího soustavě druhé, tož jsou čtyry případy, v nichž bod splývá s příslušníkem svým. Jsou to známé čtyry dvojné body, jež poskytují mnoho zajímavého pro geometra. Utvořme si nyní pojmy obdobné, vhodně rozšířené pro přítomný náš účel. Nalezli jsme, že tvoří impulsivně šrouby a příslušné okamžité šrouby dvě homografické soustavy. Bude vždy obmezený počet (nikdy více než *šest*) šroubů, společných oběma soustavám. Tak jako jsou dvojné body v homografii bodů prospěšné pro geometrii, tak jsou dvojné šrouby v homografii šroubových soustav prospěšné pro dynamiku.“

Nyní mohla býti zřetelně vyslovena úloha pro experimentální zkoumání. Má dvojný šroub tu vlastnost, že impulsivná síla šroubová dle něho působící uvádí těleso v začátečný šroubový pohyb kolem *téhož* šroubu? Pokus ihned byl proveden. Pan Anharmonicus, řídě se pravidly homografie, záhy vytkl všechny dvojné šrouby. Jeden z nich byl zvolen, mohutná impulsivná síla byla dle něho aplikována, a pozorováno jako dříve. Předpokládaný výsledek byl vítězoslavně potvrzen, neboť těleso začalo se pohybovati právě dle toho šroubu, na němž byla působila impulsivná síla. Ostatní dvojné šrouby byly podobně a se stejným výsledkem zkoušeny. Ve všech případech byl okamžitý šroub identický co do polohy i co do výše se šroubem impulsivným.

„Ba právě,“ řekl pan Namítal, „v tom nevidím nic divného. Koho to překvapí, dovidá-li se, že se těleso pohybuje dle *téhož* šroubu, dle něhož naň působí síla? Nepochybují, že bych našel mnoho takových šroubů. V skutku, divnou věcí není, že jsou impulsivný a okamžitý šroub identické, nýbrž že někdy bývají různé.“ A pan Namítal jal se náhledy své objasňovati pokusy na tuhé hmotě. Udělil tělesu nejrozmanitější způsoby nárazu, avšak přes všechno jeho namáhání začalo těleso vždy

a vždy se pohybovati dle nějakého šroubu, jenž *nebyl* šroubem impulsivním. „Můžete se namáhati až do soudného dne,“ řekl pan Anharmonicus, „nenaleznete jiných, nežli jsou ty, jež jsem naznačil.“

Pokládalo se za vhodné, označiti jmenem tyto pozoruhodné šrouby, a udělil se jim název *hlavních šroubů setrvačnosti* (principal screws of inertia). Jest na př. šest hlavních šroubů setrvačnosti, je-li těleso úplně volno, a dva, má-li těleso volnost pohybovati se dle šroubů cylindroidů. Kommissé pokládala objevení hlavních šroubů setrvačnosti za nejdůležitější výsledek, k němuž dosud byla dospěla.

Pan Cartesian byl nešťastný. Všeobecnost předmětu byla příliš značná pro jeho chápavost. Měť nepřemožitelnou náklonnost ku  $x, y, z$ , jež pokládal za *non plus ultra* dynamiky. „Proč chcete ztížit vědu,“ naříkal, „všemi těmi dodatečnými názvy? Což nemůžete vyjádřiti, co chcete, aniž byste mluvili o cylindroidech, šroubových pohybech a silách, o impulsivních a okamžitých šroubech a o všech těchto věcech?“ — „Nikoli,“ odvětil pan Příslušný, „nemůže býti jednoduššího způsobu, vyložiti výsledky, nežli jest přirozená cesta, kterou jsme zvolili. Nenamítal byste ničeho proti oněm názvům, kdyby Vaše představy o přírodních úkazech byly dostatečně obsáhlé. Zanášíme se otázkami úplné všeobecnosti, a obětovali bychom část této všeobecnosti, kdybychom mluvili o pohybu tělesa jinak, nežli jako o šroubovém, a o soustavě sil jinak, nežli jako o silách šroubových.“

„Avšak,“ řekl pan Rozumec, „nemůžete učiniti koncessi naší nevědomości tím, že nám obyčejnou mluvou sdělíte něco, co nám umožní jakýsi názor o významu Vašeho mínění ohledně těch „hlavních šroubů setrvačnosti“? Obětujte, prosím, na chvíli onu všeobecnost, kterou tak velice ceníte, a upravte svou theorii v nějaký zvláštní, mezní tvar, jemuž obyčejní smrtelníci mohou rozuměti.“

Pan Anharmonicus nechtěl o vyplnění přání toho ani slyšeti; předseda vyzval tudíž k tomu pana Příslušného, jenž jaksi neochotně k tomu se propůjčil. „Cítím,“ pravil, „že přání to mne rozčiluje. Krajní případy tvoří obyčejně špatné objasnění všeobecné theorie. Že může nula, násobená nekonečnem, zna-



menati cokoli, jest špatným dokladem pro správnost multiplikační tabulky. Jen s vnitřním odporem zbavují teorii řasnatého roucha geometrického, a vnucují ji do skřehlých obvyklých forem, zbavených všeho pravého půvabu.“

„Předpokládejme, že tuhé těleso, místo co by bylo podrobeno podmínkám rázu zcela všeobecného, podlehá jen určitému typu podmínek těch. Mějž ono vskutku pouze volnost, otáčeti se kolem pevného bodu. Krásná soustava šroubů, jež tak elegantně vyjadřovala volnost ponechanou dříve tělesu, smrštila se v pouhý svazek přímek, prostrčených týmž bodem. Ona rozmanitost ve výškách šroubů, jež udílela soustavě pestrost a bohatost, zmizela též, a svazek degenerovaných šroubů má za výšku jednotvárnou nulu. Naše všeobecné pojmy o pohyblivosti jsou tudíž strašně zkomoleny a znetvořeny dříve nežli je můžeme přizpůsobiti starému ctihodnému problému rotace tuhé hmoty kolem pevného bodu. Co do dynamiky téhož problému nabývají šroubové síly též krajního, ano monstrosního typu. Jsou ještě šroubovými silami, anýč jimi musí býti, jsou však silami na šroubech nekonečně velké výšky; přestalyť míti určité šrouby za sídlo své. Nazýváme je mnohdy dvojicemi.“

„Avšak tak obsáhlou jest nauka o hlavních šroubech setrvačnosti, že může býti theorie i v tomto krajním případě upotřebena. Hlavní šrouby setrvačnosti redukují se v tomto případě na tři *hlavní osy setrvačnosti*, vedené pevným bodem. Vidíme tudíž, že jest pozoruhodná vlastnost hlavních os tuhé tělesa pouze zcela zvláštní upotřebení všeobecné theorie hlavních šroubů setrvačnosti. Každý, kdo má jen trochu mathematického vkusu, prodlévá rád u theorie hlavních os. Viztež tedy, jaká jest krása nauky, jež theorii hlavních os obsahuje jako pouhý zvláštní a krajní případ.“

Nyní byl dosažen nový určitý odstavec v pracích kommisie, předseda tudíž resumoval výsledky. Privil, že bylo nalezeno geometrické řešení jakéhokoli problému, týkajícího se impulsu na tuhé těleso. Šrouby impulsivné a příslušné šrouby okamžité tvoří dvě soustavy homografické. Každý šroub v jedné soustavě určuje příslušný šroub v soustavě druhé, právě tak jako ve dvou anharmonických řadách každý bod určuje bod sobě příslušný. Dvojně šrouby obou homografických soustav jsou hlavními šrouby

setrvačnosti. Řeč svou zakončil poznámkou, že se geometrická theorie homografie a zmíněná theorie dynamická vzájemně objasňují a vykládají.

Zbýval ještě jeden problem, jenž měl býti od geometrie náležitě formulován a podroben zkoušce pokusu.

Těleso klidně leží, ačkoli tíže a mnoho jiných sil na ně působí. Síly ty tvoří šroubovou sílu, která musí působiti na některém šroubu recipoké (přidružené) soustavy, jelikož jest vyvážena reakcemi podmínek. Budiž těleso malým pohybem šroubovým pošunuto ze začáteční polohy. Šroubová síla není teď více vyvážena reakcemi podmínek; těleso přenechané sobě začne se tudíž pohybovati. Pokud se týče přítomného vyšetřování, jsou tyto pohyby malými oscillacemi. Byla tudíž obrácena pozornost k těmto malým oscillacím. Obvyklá pozorování byla vykonána a pan Závit podal o nich zprávu, dle které byly rázu velice záhadného.

„Zajisté shledáváte,“ pravil předseda, „že má těleso jakýsi šroubový pohyb dle jistého šroubu, není-li pravda?“

„Beze vši pochyby,“ pravil Závit, „vždyť těleso nemůže se pohybovati nežli dle nějakého šroubu; avšak na neštěstí není šroub ten pevný, nýbrž pohybuje se sám způsobem tak záhadným, že nemohu žádnou srozumitelnou zprávu o věci té podati.“

Předseda vyzval kommissi, aby nezanechala zajímavý předmět malých oscillací v takovémto stavu málo uspokojivém. Až posud byl následoval úspěch na všechno jejich namahání. Nechť se nerozejdou dříve, nežli světlem geometrie ozáří tuto záhadnou otázku.

Tu vyžádal si slovo pan Namítal. Protestoval proti všemu dalšímu plýtvání časem; nezbývá jim ničeho více na práci. Každý ví, jak vyšetřovati malé oscillace; rovnice pro to nalezneme v každé mechanice. Potřebujete jen napsati rovnice ty, a chutě psáti a psáti, až z nich něco obdržíte.

Avšak intelligentnější členové kommissie sdíleli náhled předsedův. Nepochybovali o správnosti rovnic, které se panu Namítalovi zdály zcela dostatečnými, přáli si však viděti, co geometrie pro předmět ten může vykonati. Náhled ten nabyl na štěstí vrchu, a nové pokusy začaly za řízení pana Anharmonica. Nejprve utlumil složité oscillace tělesa, které byly kom-

missi uvedly v takové rozpaky; uvedl těleso v klid a zahájil výklad svůj těmito slovy:

„Těleso nalezá se nyní v klidu. Pošinu je něco málo, a držím je v této nové poloze. Šroubová síla, tvořící výslednici všech rozmanitých sil na těleso působících, není více úplně v rovnováze udržena reakcemi podmínek. Cítím ji v skutku v odporu jejím. Náš přístroj dovolí nám, měřiti intensitu této šroubové síly, a určiti šroub, na němž působí.“

Řada pokusů byla provedena, ve kterých bylo těleso pošinuto pohybem dle určitého šroubu, načež byl příslušný šroubový odpor poznamenán. Dvojice šroubů takto k sobě přidružených byly pečlivě v tabulku zaneseny. Uvážíme-li nekonečnou složitost sil, podmínek a konstituce tělesa, mohlo by se to zdáti úlohou nekonečnou, určiti závislost mezi oběma soustavami šroubů. Zde pan Anharmonicus vytkl, jak přesně jest moderní geometrie přizpůsobena potřebám mechaniky. Obě soustavy šroubů byly opět homografické, a když byl nalezen počet dvojice, o jednu počet stupňů volnosti přesahujících, bylo vše určeno. Věta ta byla pokusem zkoumána. Znova a znova bylo těleso nějakým novým způsobem pošinováno, a znova i znova mohl pan Anharmonicus předpověděti určitou šroubovou sílu, potřebnou k udržení tělesa v nové poloze.

„Avšak,“ podotkl předseda, „nejsou to ryze statické výsledky? Kterak objasňují nám ony složité oscillace, jež až posud zdají se tak nevysvětlitelnými?“

„To ihned vysvětlím,“ řekl Anharmonicus; „prosím však o napjatou pozornost — doufám, že jí theorie malých oscillací bude zasluhovati.“

„Mysleme si šroub  $\alpha$ , náležející ku soustavě  $U$ , jež vyjadřuje volnost tělesa. Je-li  $\alpha$  šroubem okamžitým, vyskytne se ovšem příslušný šroub impulsivný  $\vartheta$  též na soustavě  $U$ . Je-li těleso z polohy své rovnovážné pošinuto malým šroubovým pohybem dle  $\alpha$ , vytvoří nekompensované síly šroubovou sílu  $\varphi$ , o níž beze ztráty všeobecnosti smíme předpokládati, že náleží ku soustavě  $U$ . Mění-li se poloha šroubu  $\alpha$  v soustavě  $U$ , mění se přiměřeně i poloha šroubů  $\vartheta$  a  $\varphi$  v téže soustavě. Soustava však  $\alpha$  jest homografická jak se soustavou  $\vartheta$ , tak se soustavou  $\varphi$ . Avšak dvě soustavy s toutéž třetí homografické jsou i mezi sebou

homografické. Dle toho jsou soustavy  $\vartheta$  a  $\varphi$  homografické. Bude tedy jistý počet dvojných šroubů (nikdy více než šest) společných soustavám  $\vartheta$  a  $\varphi$ . Každý z těchto dvojných šroubů bude mít příslušníka v soustavě  $\alpha$ . Nazveme tyto příslušné šrouby:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , atd.; jich počet rovná se počtu stupňů volnosti tělesa. Šrouby ty mají zajímavý vztah ku malým oscillacím. Dokážeme nejprve pokusem pozoruhodnou vlastnost, kterou se honosí.“

Těleso bylo nejprve v klid v poloze rovnovážné uvedeno. Jeden z těch zvláštních šroubů  $\alpha_1$  byl pečlivě určen co do polohy a co do výšky, těleso šroubovým pohybem kolem něho pošunuto a sobě přenecháno. Poněvadž nebyly síly více vyváženy, začalo se těleso ovšem pohybovati, avšak oscillace jeho byly neobyčejně jednoduché. S pravidelností kyvadla pohybovalo se těleso sem a tam právě na onom šroubu, jako by bylo omezeno na tento jediný možný pohyb. Kommissé s potěšením hleděla na vibrace tak půvabné, a majíc na mysli složitý ráz obyčejných oscillací, požadovala od pana Anharmonicusa vysvětlení. Podal milerád vysvětlení takové, nikoli pomocí složité formulky, nýbrž úvahami, jež se velice zamlouvaly panu Rozumcovi, a jimž i sám pan Namítal mohl rozuměti.

„Tento krásný pohyb,“ pravil pan Anharmonicus, „zakládá se na povaze šroubu  $\alpha_1$ . Kdybych byl na zdařbůh zvolil nějaký šroub, oscillace byly by, jak jsme viděli, velmi složitého rázu; neboť každé pošunutí podmiňuje nekompensovanou šroubovou sílu; následkem které se těleso začne pohybovati šroubovým pohybem dle příslušného okamžitého šroubu. Rozumí se, že bude z pravidla tento okamžitý šroub zcela rozdílný od šroubu, dle něhož pošunutí začalo. Všimněte si nyní, že jsme zvolili za šroub soustavy okamžité  $\alpha_1$ , příslušný jednomu z dvojných šroubů soustav  $\vartheta$  a  $\varphi$ . Je-li těleso dle šroubu  $\alpha_1$  pošunuto, vzniká šroubová síla dle dvojného šroubu; než poněvadž jest šroub  $\alpha_1$  též okamžitým šroubem, příslušným dvojnému šroubu, bude jediným účinkem šroubové síly, že těleso bude pokračovati v pohybu dle šroubu  $\alpha_1$ . Tak vidíme, že bude těleso na vždy se pohybovati dle  $\alpha_1$ . Konečně můžeme ukázati, že lze nejsložitější oscillace tělesa obdržeti složením jednoduchých oscillací dle šroubů  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , atd.

Kommission nabyla nyní světla netušeného, a sám pan Namítal začal uznávat, že na té věci musí něco míti. Srdečná svornost zavládla mezi členy, a vhodně bylo navrženo, aby se šrouby jednoduchých vibrací nazvaly *šrouby harmonickými*. Náhled ten byl přijat předsedou, jenž podotkl, že, tuším, podobný výraz nalezl v „Thomson a Taitu.“

Poslední schůze dokázala, že se bylo zmocnilo kommission pravé dynamické nadšení. Rozhledy velkých mathematických theorí rozprostíraly se na všechny strany. Jeden člen ukázal, kterak lze theorie šroubů upotřebiti nejen vzhledem k jednotlivému tuhému tělesu, nýbrž vzhledem k jakékoli mechanicke soustavě. Načrtal rysy geometricke koncepce, pro niž si oblíbil název *řetězu šroubového* (screw-chain); pomocí něho, pravil, že dovede i nejsložitější soustavu tuhých těles upoutati tak, že se přízpůsobuje theorii šroubů. Ano, povznášeje se ještě výše do etherických výšin ukázal, že všechny okamžité pohyby každé molekuly všehomíra jsou pouze šroubovým pohybem dle jistého řetězu šroubů, kdežto jsou všechny síly všehomíra šroubovými silami dle řetězu druhého.

Pan Příslušný vykládal „Ausdehnungslehre“ a ukázal, že má theorie šroubů těsné vztahy k částem Grassmannova velkého díla; kdežto zase pan Anharmonicus ukázal, kterak Plücker ve své slavné „Neue Geometrie des Raumes“ učinil značný pokrok ve směru k theorii šroubů, ačkoli k ní nikdy nedospěl.

Nejvyšší stupeň mathematicke výmluvnosti byl dosažen v řeči pana Namítala, jenž si s nadšením nově zrozeným liboval v úžasných spekulacích. Patrně byl přečetl svého „Cayley-e“ a nabyt tušení o chudobě geometricke koncepce vznikající nešťastným naším sídlením v prostoru libovolného, nesouměrného rázu.

„Tři dimense,“ pravil, „stačí snad intelligentnímu geometru. Snad se protluče bez čtyřrozměrného prostoru, zajisté bude však z plna srdce protestovati proti ploské nekonečnosti. Mějme na mysli nekonečnost,“ zvolal, „jaká by měla býti, jaká snad skutečně jest. Nemluvte mi o hubené přímce v nekonečnosti a o mizerné dvojici kruhových bodů. Směle tvrdme, že jest nekonečnost velkolepou křivkou druhého stupně, a ne pouhý její stín. Potom stane se geometrie tím, čím býti má. Každý

šroubový pohyb rozloží se pak na pravý a na levý vektor, jak genius Cliffordův dokázal. „Theorie šroubů“ odhodí pak poslední lpící na ní nesrovnalosti a plně vyvine se ve velkolepých tvarech. Potom“ —

Leč tu pravil předseda, že se obává, aby diskusse nezačala se příliš vzdalovati předmětu. Co se jeho týče, že jest spojen s výsledky pokusů, i když byly provedeny ve starém mělkém prostoru Euklidově. Uvedl kommissi na mysl, že práce jejich jest ukončena, neboť byli zjistili každou věc, týkající se tuhého tělesa, která jim byla uložena. Vyslovil naději ve všeobecný souhlas, praví-li, že vyšetření bylo pro ně velmi poučné. Byliť se zanášeli studiem přírody. Byliť přikročili ku problémům svým v duchu skutečně filosofickém, a odměna, kterou obdrželi, dokázala, že

„Příroda nikdy nezahladila srdce,  
jež v pravdě ji milovalo.“

## Logarithmický potencial o třech proměnných.

Oznamuje

Dr. A. Seydler.

Pojem potencialného úkonu, obmezený původně na výraz:

$$(1) \quad V = \int \frac{dm}{r} = \iiint \frac{hda db dc}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

obdržel během času v různých směrech rozšíření.

Záhy poznáno, že pro rovinu jakožto prostor dvourozměrný, v němž polohy bodů na dvou souřadnicích jsou závislé, podobnými vlastnostmi jako v prostoru trojrozměrném úkon  $V$  se honosí úkon:

$$(2) \quad V' = \int \log r \cdot dm = \iint \log \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \cdot hda db,$$

jenž tudíž slove logarithmickým úkonem potencialným.

K nejdůležitějším vlastnostem potencialného úkonu náleží, že vyhovuje pro body položené mimo působící hmotu (t. j. pro