

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Václav Skalický

Určení polední přímky z azimutu Slunce (hodinkový kompas)

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 66 (1937), No. 1, D31--D41

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122902>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1937

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

proudu. Jest to onen známý úkaz, který se stal základem elektronových lamp, obzvláště pro usměrňování střídavého proudu.

Dokázali-li jsme předem, že teplé sklo je dobrým vodičem, že žhavé kovy vysílají elektrony, potom teprve můžeme provést pokus, že elektrony za vhodných podmínek mohou i procházeti sklem. Pokus se provádí podobně jako se žárovkou s pomocnou elektrodou, tedy zrcadlovým galvanometrem. Anodu vytvoříme obalem staniolovým, jenž samozřejmě nesmí způsobiti krátké spojení. (Upozornění: pokus se musí rychle ukázati, neb již po poměrně krátké době emise ubývá, odchylka se rychle blíží nule a tam potrvá. Po nějaké době se žárovka částečně regeneruje, ale odchylky již nenabudou původní velikosti a rychle klesají.) Tím je tedy dokázáno, že elektrony mohou sklem procházeti.

Dalším příkladem průchodu elektronů sklem je elektrolické proudění mezi vláknem žárovky v železné nádobě. Proud probíhá od žhavého vlákna (jako katody) jako neviditelný proud elektronů až ke skleněné trubici, potom skleněnou stěnou jako elektrolický proud k železné nádobě částečně naplněnou roztátným elektrolytem, na př. NaNO_3 . Naopak se pohybují kladné Na-ionty od železné nádoby co anody sklem dovnitř, kde se spojením elektrony vybijí. Na vnitřní stěně trubice se usazuje Na kovově, na chladnějším hrdle se jeho pára proměňuje v lesklé zrcadlo. Sklo zůstalo ještě pevné. Ionty procházejí při dostatečné síle elektrického pole i tuhými kapalinami, na př. sklem.

Dobře je připomenouti, že katodové paprsky, tedy proud elektronů, o menší rychlosti, jsou silně absorbovány, kdežto o vyšší rychlosti méně. To se stává proto, že při vyšší rychlosti nabyly vyšší kinetické energie a tím jsou polem uvnitř molekul méně brzděny.

Určení polední přímky z azimutu Slunce (hodinkový kompas).

Václav Skalický, Pardubice.

1. Určení polední přímky v praktiku. Z metod sloužících k určení poledníku uvádějí učebnice fysiky na stupni nižším zpravidla jeden z nejstarších přístrojů hvězdářských, *gnómon*. Pokus se sotva někdy prakticky provádí, neboť rozpětí doby k němu potřebné je značné. Na stupni vyšším jest užitečné určit polední přímku přesněji, na příklad v praktických cvičeních. Výsledek může být nějakým způsobem trvale poznamenán na experimentálním stole, kdež může užitečně posloužiti na př. v partiích o zemském magnetismu a pod. Prostředky k dosažení cíle jsou

Veďme dále v tomto obrazi spojnicí $O_1O_1S_1$. Úhel MO_1S_1 označme t' . Z afinity kružnice a elipsy vyplývá

$$\frac{\operatorname{tg}(t - 90^\circ)}{\operatorname{tg}(t' - 90^\circ)} = \frac{\cos \delta}{\cos \delta \sin \varphi},$$

nebo, což je totéž

$$\operatorname{cotg} t' = \operatorname{cotg} t \sin \varphi. \quad (1)$$

Užijme dále věty sinové v trojúhelníku $O_1O_1S_1$:

$$\frac{\sin a}{\sin(t' - a)} = \frac{O_1O_1}{\sin \delta \cos \varphi} = \frac{\sin t}{\sin t' \operatorname{tg} \delta \cos \varphi}.$$

Rozvineme-li $\sin(t' - a)$, obdržíme

$$\frac{\sin a}{\sin t' \cos a - \cos t' \sin a} = \frac{\sin t}{\sin t' \operatorname{tg} \delta \cos \varphi}.$$

z čehož snadnou úpravou

$$\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} t' + \frac{\cos \varphi \operatorname{tg} \delta}{\sin t},$$

a vzhledem k (1)

$$\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} t \sin \varphi + \frac{\cos \varphi \operatorname{tg} \delta}{\sin t}. \quad (2)$$

Rovnice (2) představuje hledanou vzájemnou závislost uvažovaných veličin; pomocí ní určíme k danému t azimut a .

Praktické provedení: Zaznamenejme si směr stínu svislého vlákna (klidně visící olovnice) na vodorovné rovině a současně přesný střední čas (S). Odečteme časovou rovnici zjištěnou v tabulkách (R); výsledek $t = S - R$ je hodinový úhel (pravý čas). Dosazením do rovnice (2) určíme a ; výsledek značí, oč musíme otočiti stínovou přímkou směrem proti dennímu pohybu, abychom obdrželi polední přímkou.

2. Hodinkový kompas. V příručkách pro turisty, skauty, v rukověti branné výchovy a jinde bývá uváděno známé pravidlo: Malou ručičkou zaměříme k Slunci a půlíme úhel mezi malou ručičkou a dvanáctkou (dopoledne úhel od ručičky k dvanáctce, odpoledne od dvanáctky k ručičce, vždy ve směru pohybu hodin); v tomto směru jest jih.

I když vezmeme v úvahu rozdíl pravého a středního času, určuje pravidlo jih jen přibližně. Hodinový úhel Slunce (pravý čas) vzrůstá podél rovníku, polovina „hodinkového“ úhlu (který má ručička hodinek ještě dopoledne proběhnout, nebo který již odpoledne proběhla) je však měřena v rovině vodorovné. Pravidlo by bylo správné, kdybychom drželi hodinky tak, aby rovina ciferníku byla rovnoběžná s rovinou světového rovníku. Bod, který

v tom případě půli oblouk mezi ručičkou a dvanáctkou, leží v poledníkové rovině. K tomu je však nutná znalost polohy polední přímky (a ovšem též zeměpisné šířky), tedy to, co právě chceme hodinkami zjistit.³⁾

Chyba je způsobena tím, že zaměňujeme azimut Slunce za hodinový úhel; mezi těmito veličinami však je, jak již víme, velmi složitá závislost vyjádřená rovnicí (2). Velikost chyby v určení jihu je dána rozdílem $t - a$ (přičte se k určenému směru ve směru denního pohybu); ten je však funkcí veličin t , φ a δ . Může být v určitých okamžicích (t. j. pro určitá t) roven nule, jindy však může mít nejrůznější hodnoty kladné i záporné. Označíme-li tuto veličinu ϱ , jest

$$a + \varrho = t. \quad (3)$$

Veličina ϱ je analogon rovnice časové, neboť vyrovnává nerovnoměrně běžící azimut na čas pravý, jehož průběh můžeme v určitém dni pokládati za rovnoměrný. Vyšetříme průběh ϱ pro různé hodnoty δ a t .

a) *Nulové body funkce ϱ .* Označme hodnotu t , pro kterou se ϱ anuluje, t^* . Pro tuto hodnotu je $a = t^*$. Dosazením do (2) obdržíme

$$\cotg t^* (1 - \sin \varphi) = \frac{\cos \varphi \operatorname{tg} \delta}{\sin t^*}. \quad (4)$$

Rovnice tato má 4 kořeny

$$\text{I. } \sin t^* = 0; \quad t_1^* = 0, \quad t_2^* = 180^\circ.$$

$$\text{II. } \cos t^* = \frac{\cos \varphi \operatorname{tg} \delta}{1 - \sin \varphi}, \quad (4')$$

z čehož vyplývají další dva kořeny: $t_3^*, t_4^* = 4R - t_3^*$.

Prvé dva kořeny jsou pevné, na δ a φ nezávislé; druhé dva však na těchto veličinách závisí a nemusí být po případě ani reálné. Pro určité místo na Zemi⁴⁾ (t. j. pro určitou hodnotu φ) jsou kořeny $t_{3,4}^*$ reálné, jestliže

$$|\cos t^*| \leq 1,$$

t. j.

$$|\cos \varphi \operatorname{tg} \delta| \leq |1 - \sin \varphi|,$$

z čehož po krátké úpravě vyplývá podmínka

$$|\operatorname{tg} \delta| \leq \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}},$$

³⁾ Pravidlo by tedy bylo (při vodorovné poloze hodinek) správné na pólech; tam však ztrácí polední přímka svůj význam.

⁴⁾ Předpokládejme pro jednoduchost místo na severní polokouli, tedy φ kladné. Rozšíření vzorů pro polokouli jižní není nesnadné.

kteře je možno dáti tvar

$$|\operatorname{tg} \delta| \leq \operatorname{tg} (45 - \frac{1}{2}\varphi).$$

Z poslední rovnice vyplývá, že kořeny $t_{3,4}^*$ jsou reálné, jestliže jest δ v mezích $\pm (45^\circ - \frac{1}{2}\varphi)$.

V případě, že $\varphi = 90^\circ$, ukazuje rovnice (2), že $a = t$ stále, pro kteroukoli hodnotu t . Tak je tomu na pólu; tu však, jak již víme, ztrácí hodinové pravidlo vůbec svůj význam.

Mezní hodnota deklinace δ^* vyplývající z předešlé podmínky pro naše krajiny ($\varphi = 50^\circ$) jest 20° . Poněvadž deklinace Slunce se mění v mezích $\pm 23^\circ 27'$, jsou u nás roční období, v nichž se shoduje azimut s pravým časem jen dvakrát denně (o půlnoci a v poledne); v ostatních částech roku, totiž oněch, v nichž prostá hodnota deklinace nepřevyšuje 20° , nastane shoda denně čtyřikrát.⁵⁾

b) Hledejme dále body, v nichž je ϱ extrémní.

Ježto $\varrho = t - a(t)$, jest podmínkou extrému

$$\frac{d\varrho}{dt} = 1 - \frac{da}{dt} = 0,$$

čili

$$\frac{da}{dt} = 1. \quad (5)$$

Derivujme tedy (2) podle t :

$$-\frac{1}{\sin^2 a} \cdot \frac{da}{dt} = -\frac{\sin \varphi}{\sin^2 t} \frac{\cos \varphi \operatorname{tg} \delta \cos t}{\sin^2 t},$$

z čehož, vzhledem k (5), po změně znamének:

$$1 + \operatorname{cotg}^2 a = \frac{\sin \varphi + \cos t \cos \varphi \operatorname{tg} \delta}{\sin^2 t}.$$

Upravujme dále:

$$\operatorname{cotg}^2 a = \frac{\sin \varphi + \cos t \cos \varphi \operatorname{tg} \delta - \sin^2 t}{\sin^2 t}.$$

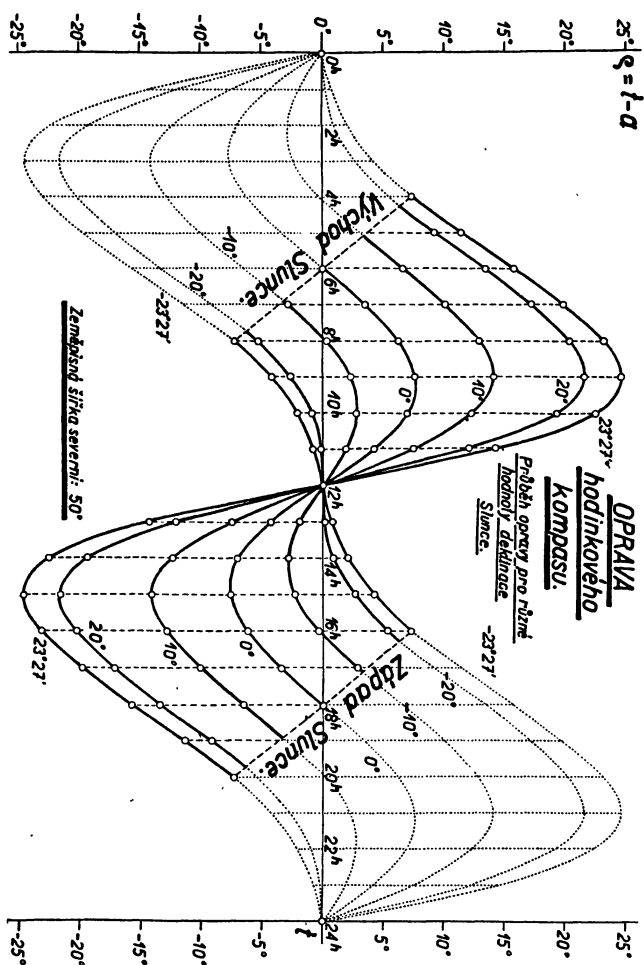
Zdvojnásobíme-li rovnici (2) a porovnáme s rovnicí poslední, obdržíme

$$\begin{aligned} \sin \varphi + \cos t \cos \varphi \operatorname{tg} \delta - \sin^2 t &= \\ &= \cos^2 t \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \delta + 2 \cos t \sin \varphi \cos \varphi \operatorname{tg} \delta. \end{aligned}$$

Zavedeme-li sem jedinou goniometrickou funkci t , obdržíme

$$\cos^2 t \cos^2 \varphi + \cos t \cos \varphi \operatorname{tg} \delta (1 - 2 \sin \varphi) + \sin \varphi - 1 - \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \delta = 0. \quad (6)$$

⁵⁾ Jest nutno však ještě uvážiti, jak je tomu v místech naší republiky s jinou zeměpisnou šířkou. Mohlo by se stát, že pro jiné φ budou meze širší než $23^\circ 27'$. To však je možno jen tak, že $\frac{1}{2}\varphi \leq 45^\circ - 23^\circ 27'$, tedy pro $\varphi \leq 43^\circ 06'$. V naší republice tedy tento případ nenastává.



Obr. 3.

Tato rovnice určuje svými kořeny polohu maxim $|\rho|$, to jest rozdílu mezi časem pravým a azimutem Slunce. Rovnice dává obecně dvě hodnoty pro $\cos t$; každé z nich odpovídají dva úhly $\bar{t}_{1,2}$ a $4R - \bar{t}_{1,2}$. Ty jsou reálné ovšem jen tehdy, je-li $|\cos t| \leq 1$.

c) *Specialisace pro $\delta = 0$ (rovnodennosti)*. V tomto případě se rovnice (2) redukuje na

$$\cotg a = \cotg t \sin \varphi, \quad (2')$$

a rovnice (6) na

$$\cos^2 t \cos^2 \varphi + \sin \varphi - 1 = 0, \quad (6')$$

z čehož

$$\cos \bar{t}_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \sin \varphi}},$$

$$\sin \bar{t}_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\sin \varphi}{1 + \sin \varphi}},$$

nebo

$$\operatorname{tg} \bar{t} = \pm \sqrt{\sin \varphi}. \quad (7)$$

Príslušný azimut je určen rovnicí

$$\operatorname{cotg} \bar{a} = \pm \sqrt{\sin \varphi}. \quad (7')$$

Úhly \bar{a} a \bar{t} jsou tedy při extrémní hodnotě rozdílu $t - a$ doplňkové:

$$\bar{a} + \bar{t} = 90^\circ. \quad (7'')$$

d) Průběh hodnoty $\varrho = t - a$ můžeme nejlépe přehlédnouti na *grafickém znázornění*. Na obr. 3 je znázorněn průběh pro $\delta = 0, \pm 10^\circ, \pm 20^\circ, \pm 23^\circ 27'$ v zem. šířce severní $\varphi = 50^\circ$. Podkladem pro znázornění je tato přehledná tabulka sestavená výpočtem podle rovnice (2)⁶⁾:

t	a	ϱ	a	ϱ	a	ϱ	a	ϱ
0°	0	0	0	0	0	0	0	0
15°	19° 17'	—4° 17'	16° 52'	—1° 52'	14° 53'	0° 07'	14° 15'	0° 45'
30°	37°	—7°	32° 45'	—2° 45'	29° 08'	0° 52'	27° 55'	2° 05'
45°	52° 33'	—7° 33'	47° 10'	—2° 10'	42° 20'	2° 40'	40° 45'	4° 15'
60°	66° 08'	—6° 08'	60° 10'	—0° 10'	54° 35'	5° 25'	52° 38'	7° 22'
75°	78° 24'	—3° 24'	72° 06'	2° 54'	65° 55'	9° 05'	63° 42'	11° 18'
90°	90°	0	83° 31'	6° 29'	76° 50'	13° 10'	74° 25'	15° 35'
105°	101° 36'	3° 24'	94° 59'	10° 01'	87° 53'	17° 07'	85° 12'	19° 48'
120°	113° 52'	6° 08'	107° 17'	12° 43'	99° 47'	20° 13'	96° 52'	23° 08'
135°	127° 27'	7° 33'	121° 10'	13° 50'	113° 30'	21° 30'	110° 23'	24° 37'
150°	143°	7°	137° 43'	12° 17'	130° 40'	19° 20'	127° 32'	22° 28'
165°	160° 43'	4° 17'	157° 36'	7° 24'	152° 55'	12° 05'	150° 42'	14° 18'
180°	180°	0	180°	0	180°	0	180°	0

$\delta =$ 0° 10° 20° 23° 27'

Průběh křivek v části $180^\circ - 360^\circ$ je středově souměrný s částí $0^\circ - 180^\circ$. Také křivky pro záporné hodnoty deklinace nepotřebují zvláštního výpočtu. Uvážíme-li, že rovnice (2) se nezmění, nahradíme-li veličiny δ, t, a veličinami $-\delta, 180 - t, -a$, objevíme snadno vzájemný vztah křivek pro záporné i kladné deklinace.

Obrazec je poučný zvláště tím, že ukazuje přechod křivky příslušné deklinaci nulové, jež je téměř normální sinusoidou,

⁶⁾ Při výpočtu užíváno bylo logaritmického pravítka s dělením Rietz.

v „sinusoidu“ asymetrickou, a dále přes přechodní křivku ($\delta = 20^\circ$) v krajní, příslušnou k deklinaci $\delta = 23^\circ 27'$. Ukazuje pohyb podružných nulových bodů, mění-li se δ , i jejich zánik při $\delta = +20^\circ$. Také vzrůst maxima $|\rho|$, vzrůstá-li δ od 0° do $23^\circ 27'$ je možno krásně sledovati, při čemž stojí za zmínku, že poloha maxim je u všech křivek s pozitivním δ přibližně táž ($135^\circ, 225^\circ$). Pro negativní δ posunují se maxima k bodu 180° a současně zanikají.

Praktický význam obrazce je v tom, že ukazuje nutnost opravy určení jihu podle hodinkového pravidla. Pro snazší užívání tabulky je předně číslování osy x provedeno v míře hodinové. Pořadnice značí opravu „jihu“ určeného podle hodinek; je-li kladná, jest pravý jih uchýlen od určeného o opravu k západu, je-li záporná, tedy k východu. Dále je v tabulce vymezena dvěma čarami (východ a západ Slunce) ona část, jež odpovídá dennímu oblouku Slunce. Zbývající část křivek nemá praktického významu.

e) Shrňme nyní poznatky, jež z našich úvah vyplývají pro *praxi hodinkového kompasu* (platí jen pro naši zeměpisnou šířku):

1. Užití hodinek jako kompasu jest zatíženo chybou, zvláště v měsících jarních a letních; dopoledne musíme v těchto měsících výsledek opravit k západu, odpoledne k východu.

2. Velikost chyby v těchto měsících má maximum kolem deváté a patnácté hodiny. V krajním případě, v den letního slunovratu, je chyba asi $\pm 24\frac{1}{2}^\circ$.

3. V časovém období kolem zimního slunovratu (asi měsíc před a po slunovratu) je chyba značně menší a má opačné znamení než v létě; dopoledne musíme opravit k východu, odpoledne k západu.

4. Dva měsíce po podzimní a dva měsíce před jarní rovnodenností je chyba menší než na jaře a v létě, mění však během dopoledne i odpoledne znamení. Je tedy rovna nule nejen v poledne (tak je tomu každého dne), nýbrž ještě jednou dopoledne i odpoledne.

5. Jak již bylo řečeno na počátku tohoto oddílu, jest nutno čas hodinek (střední) při použití opravit na čas pravý odečtením časové rovnice. Ježto její největší hodnota (bez ohledu na znaménko) je asi $16^{\text{min}} = 4^\circ$, vyplynula by ze zanedbání této opravy další, někdy dosti značná chyba v určení jihu. Také je nutno, jsou-li hodinky nařízeny podle střeoevropského času, dbáti rozdílů místních časů. Poledníku λ° východní délky přísluší pravý místní čas P , jež souvisí se střeoevropským (SEC) podle rovnice

$$P = SEC + (\lambda - 15) \cdot 4^{\text{min}} - R. \quad (8)$$

6. Pro místa v jiných zeměpisných šířkách severní polokoule: Hodinkový kompas určuje jih přesněji v místech vyšší zeměpisné šířky. Postupujeme-li k jihu, jeho chyba vzrůstá.

f) Uvážíme-li to vše, vtírá se nám otázka, je-li vůbec účelno udržovati víru v *užitečnost hodinkového kompasu*. Je-li skutečnost toho druhu, že určení jihu během jediného dne kolísá v mezích $\pm 24\frac{1}{2}^\circ$ kolem správné hodnoty, je možno tvrditi zcela právem, že hodinky mohou posloužiti jen jako nejhrubší orientační prostředek. A mohu-li jich užiti jen tehdy, není-li zataženo, mohu v ten čas stejně dobře užiti přímo Slunce. Po krátkém cviku nabudeme tu schopnosti určití jih podle postavení Slunce dosti přibližně i bez hodinek. Tam, kde je nutná orientace přesná, nepomohou ani hodinky (které ostatně nemusí jíti vždy správně, mohou se zastaviti a pod.), nevezmeme-li zřetel na všechny opravy v textu předešlém uvedené. Je nedůsledné, upozorňujeme-li na to, jaké zhoubené následky pro vojenské akce by mohly nastati, kdyby velitelé nedbali magnetické deklinace, a současně udržujeme stále a stále ono celkem bezcenné pravidlo o hodinkách jako kompasu.⁷⁾

3. **Sluneční kompas Koppe-Luckeyův.** Nevyhovují-li hodinky jako kompas, je možno pokusiti se o sestrojení jiného zařízení, jímž by se jih dal určití z polohy Slunce přesně a ne příliš komplikovaně, tak, aby manipulace s ním byly dosti pohodlné. Úkol ten rozřešili zcela uspokojivě *Koppe* a *Luckey*. Neobsahuje-li tento oddíl v podstatě nic nového, nechť je upozorněním na zajímavou úlohu, při jejímž řešení jsou spoluúčastny nejrůznější předměty: matematika, fysika, astronomický zeměpis a deskriptivní geometrie. Není mnoho úloh vhodných pro t. zv. pracovní metodu v astronomii, které lze provésti bez jakýchkoli hvězdářských přístrojů; sestrojení slunečního kompasu je jedna z nich.

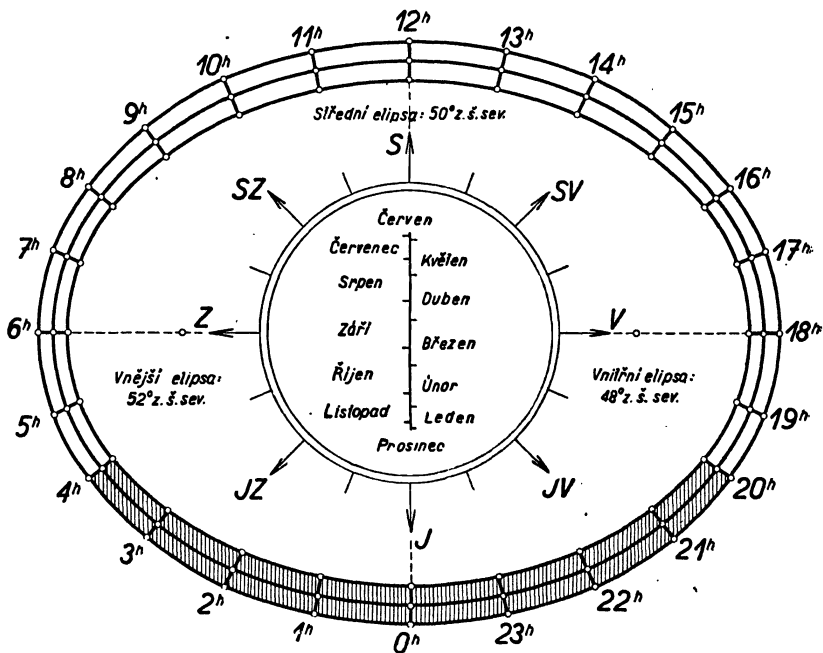
Denní dráha Slunce promítá se do roviny obzoru jako elipsa s poloosami $\cos \delta$, $\cos \delta \sin \varphi$, střed její je od průmětu zenitu vzdálen $\sin \delta \cos \varphi$ (obr. 1). Sestrojme na této elipse průměty poloh Slunce v jednotlivých hodinách (tedy dělení afinní s rovnoměrným dělením kružnice opsané nad hlavní osou). Zabodneme-li svisle jehlu do bodu odpovídajícího příslušné denní hodině, bude její stín procházeti bodem O_1 , je-li elipsa správně orientována. Obráceně, elipsu můžeme správně orientovati, otočíme-li ji tak, aby onen stín bodem O_1 procházel.

Bylo by tudíž možno sestrojiti pro každou deklinaci takovou elipsu s bodem O_1 . Všecky takto sestrojené elipsy jsou si však po-

⁷⁾ *Koppe* (Berlin) upozornil již r. 1911 v „Zeitschrift f. phys. u. chem. Unterricht“, r. 24, s. 387 na nesprávnost a neúčinnost pravidla; cituje též knihu, v níž se dokonce radí užiti kompasu jako hodinek. V dalších ročnících jmenovaného časopisu se k hodinkovému kompasu vrací drobnými poznámkami a článkem, v němž je řešen problém chyby graficky, bez přesného odvození nulových bodů a extrémních hodnot opravy. Sestrojil též (cit. časopis r. 30, s. 55) nomogram pro opravu v různých dobách denních i ročních. Srovnej též „Zeitschrift f. math. u. naturwiss. Unterricht“, r. 48, s. 89. Jeho další práce v tomto směru týká se odstavce následujícího.

střední stupnice, kompas se natočí tak, aby její stín procházel bodem příslušné elipsy a hodiny, zakreslená větrná růže ukáže pak hlavní směry. I tentokrát musíme se řídit časem pravým, místním, tedy časem určeným rovnicí (8).

Sluneční kompas můžeme si vlepti na okraj nebo obal mapy, při čemž je možno omezit se na střední rovnoběžku; rozsah zobrazeného území nebývá totiž u turistických map příliš značný.



Obr. 6.

Takový diagram je pak dobrou náhradou za kompas magnetický, ovšem jen pro slunné počasí. Ve spojení s kompasem magnetickým může pak posloužiti k určení (pravého) času, tedy jako kapsní sluneční hodiny. Jak si při tom počínati, je zcela zřejmé.

Větší (a tedy přesnější) elipsa narýsovaná na papíře napjatém na rýsovací desku může nahraditi výpočet azimutu při určování polední přímky v praxi (viz odst. 1). Dospíváme tedy i na této cestě k jedné z úloh, jež mohou vnést trochu činné (pracovní) metody do astronomie, což je jistě velmi žádoucí.