Kdybychom si myslili (obr. 5.) všecky kružnice $\breve{K}, \breve{K}', K''$ sestrojeny, pak bychom mohli snadno dokázati, což laskavému čtenáři ponechávám, že na jakémkoliv paprsku vrcholem s trojúhelníku pravoúhelného $\Delta o s o''$ vedeném určují kružnice $\breve{K}$, $\breve{K}'$, $\breve{K}''$ body x, y, z, tak že $\overline{sy} = \overline{sy}$, $\overline{xz} = \overline{xz}$. Poněvadž asymptota E též středem s prochází a kružnice $\breve{K}$, $\breve{K}'$, $\breve{K}''$ v bodech e, e', e'' seče, musí tětiva se' kruhu $\breve{K}$ rovnati se úsečce $\overline{e e''}$, kterou určují ostatní dvě kružnice $\breve{K}$, $\breve{K}''$ na E. I jest tedy $\overline{se''} = \alpha + \beta$ t. j. součet obou poloos ellipsy E. Též se ponechává laskavému čtenáři dokázati, že $\overline{sh} = \overline{ee'}$ jest rozdílem obou poloos.*)

Dějiny všeobecné gravitace.

Od

Dr. **A. Seydlera.**

(Pokračov.)

III. Gravitace světová.

Projevy tíže na zemi prozkoumal až do jisté míry Galilei, projevy tíže v pohybech oběžnic Keppler; Newton však stal se tvůrcem nauky o gravitaci světové, objeviv v zákonu svém společný kořen obou skupin zjevů od sebe tak velice se různících a vyvodiv z něho všechny důležitější výsledky, jichž podrobný rozbor zanechal budoucím pokolením co bohatý odkaz vědecké práce.

Isak Newton (1643—1727, dle Gregorianského kalendáře) počal, dle náhledu nejvíce rozšířeného, r. 1666 obírati se úkazy tíže, tedy v době, v které byl ještě nevystoupil se žádným z četných slavných svých vynálezů. Legenda, která každou vynikající osobnost obestírá pestrým závojem charakteristických anekdot, vypravuje o něm, že jednoho dne, sedě ve Woolsthorpu v zahradě pod jabloní, jablkem padnuvším před ním k zemi přiveden byl na myšlenku, obírati se záhadami tíže. Postup

*) Tytéž výsledky, kterých jsme se nyní dodělali, dokázány jsou jiným spůsobem ve „Vyšší geometrii" Dr. Em. a Ed. Weyra díl II. str. 111.

myšlenek vedl jej k tomu, zkoumati, zdali se tíže zemská obmezuje pouze na povrch a nejbližší okolí země (vrchole nejvyšších hor) aneb-li se vztahuje do vzdáleností větších. Byl tu měsíc, který z příčiny posud neobjasněné opisoval kružnici (vlastně ellipsu o velmi malé výstřednosti) kolem země. Snad byla onou záhadnou příčinou tíže přítažlivost země? To asi byl zárodek mohutné koncepce *gravitace světové*, zákona tíže vládnoucího stejným spůsobem celým všemírem!

A která jest ta plodná logická půda, v níž se mohl ujmouti onen zárodek a vzrůsti v mohutný organismus vědecký?

Ve spise Newtonově, s nímž se za krátko budeme obšírněji obírati, vyskytuje se před třetí knihou několik vět s nápisem: *Regulae philosophandi.* První z uvedených tu pravidel zní: *Causas rerum naturalium non plures admitti debere, quam quae et verae sint et earum phaenomenis explicandis sufficiant.* Dicunt utique philosophi: Natura nihil agit frustra, et frustra sit per plura quod fieri potest per pauciora. Natura enim simplex est et *rerum causis superfluis non luxuriat.*

Dle tohoto pravidla soudil Newton, že táž příčina ovládá měsíc i kámen na povrchu země v dráhách jejich. I bylo bezprostředně patrné, že tato společná příčina bude nějakým spůsobem záviseti na vzdálenosti. Co jednoduchý, četnými analogiemi se odporučující zákon volil Newton zákon obráceného čtvercového poměru vzdálenosti. Předpokládaje, že obnáší vzdálenosť měsíce od středu země 60 zemských poloměrů, obdržel pro délku, o kterou by se měsíc ve volném pádu k zemi přiblížil za jednu sekundu, $15^1/_2{}' : 60^2$ a tudíž dle známých zákonů pádu pro délku, opsanou měsícem ve směru k zemi za jednu minutu: $60^2 \times (15^1/_2{}' : 60^2) = 15^1/_2$ stop.

Při *kruhovém* pohybu měsíce můžeme pohyb tohoto rozložiti ve dvě složky: složku tangencialnou, ve směru tečny ku dráze vedenou a složku středoběžnou čili normalnou, ve směru od měsíce k zemi vedenou. První složka značila by pohyb měsíce, kdyby náhle přestala všechna přítažlivost země a pohybem tím by se měsíc od země čím déle tím více vzdaloval. Druhá složka uvádí zase měsíc nazpět do kružnice a jest tudíž jakoby dráhou jeho opsanou volným pádem za vlivu přítažlivosti země. Složku tu můžeme však snadně vypočítati; rovná se, jak známo, čtverci dráhy za určitý čas (v našem případě za jednu minutu) v kružnici opsané, dělenému průměrem celé kružnice. Veličiny, od kterých výsledek numerický závisí, jsou zde: doba oběhu měsíce kolem země, od dávných dob s největší zevrubností známá; vzdálenost středu měsíce od středu země, jež se zase měří nejdříve poloměry země (= 60 poloměrů) a pomocí těchto mírou nám přístupnou, na př. stopami. Voliv pro délku poloměru země číslo z tehdejších měření poledníkových obdržené, nalezl co dráhu volného pádu měsíce k zemi za jednu minutu $13^1/_3{}'$. Rozdíl tohoto čísla od $15^1/_2{}'$ byl příliš veliký, jiný *jednoduchý* zákon (na př. jednoduchého obráceného poměru vzdálenosti) byl by vedl k rozdílům ještě větším a Newton upustil tudíž prozatím od dalšího stopování své myšlenky.

Teprvé roku 1679 vrátil se opět k otázkám týkajícím se mechaniky nebes. Téhož roku navrhl totiž královské společnosti v Londýně pokus, jímž mělo býti dokázáno otáčení se země kolem její osy. Kámen, padající z velké výše k zemi, má v původní své poloze větší rychlost k východu namířenou, nežli by měl dole ve své poloze konečné a následkem toho nepadne zcela kolmo, nýbrž odchýlí se v pádu svém poněkud na východ. Toto odchýlení mělo se dle návrhu Newtonova pozorovat a král. společnost svěřila dotyčné pokusy Hooke-ovi. *Hooke*, sekretář oné společnosti a badatel velmi nadaný, ačkoli ducha poněkud těkavého, jenž mu tudíž nedovoloval, dovésti výzkumy započaté k šťastnému konci, byl se již také sám obíral otázkami podobnými. Žárlivostí puzen jal se činiti různé námitky a přidávati své názory vzhledem k onomu pokusu Newtonem navrženému; vznikla vědecká půtka dosti nechutná, jež měla však ten prospěšný výsledek, že průběhem jejím Newton objevil důležitou větu: oběžnice, na kterou působí síla v obráceném čtvercovém poměru vzdálenosti od slunce, opisuje ellipsu, v jejímž jednom ohnisku se slunce nalezá.

Objevením této věty nabyl Newton pevného přesvědčení o správnosti názorů svých, týkajících se všeobecné tíže; nemoha však názory ty uvésti v souhlas s výsledky měření, netroufal si ještě vystoupiti s myšlenkami svými na veřejnost. R. 1682 byl přítomen schůzi král. společnosti, v níž se jednalo o měření stupně poledníkového, které byl r. 1679 *Picard* ve Francii pro-vedl. Měření to poskytovalo první spolehlivé číslice vztahující se k rozměrům země; Newton opsal si potřebná data a odebral se nazpět do Cambridge, kde své výpočty, r. 1666 přerušené, opětoval. Čím více se blížil výsledku, tím více nabýval přesvědčení o správnosti svých názorů o tíži; i zmocnilo se tohoto klidného muže, jenž se uvádí co vzor flegmatického temperamentu, rozčilení tak velké, že po několik dní nemohl počty své ukončiti. A nebylo věru divu: vždyť se byl stal objevitelem zákona významu universalně kosmického, zákona, s kterým se dosahem svým žádný jiný zákon přírodní měřiti nemůže a před zrakem jeho rozplynul se dosavádní chaotický vír nejrůznějších zjevů v onu harmonii sfér, kterou byli věštci starověku tušili, však objeviti nemohli.

Tážeme-li se, v jakém rozsahu byl všeobecný zákon gravitace v onu dobu (r. 1682) Newtonem objeven, tu vyskytne se nám ovšem několik záhad historických, na něž, tuším, nikdy si nezjednáme odpovědi. Zaručeno jest jen tolik, že Newton seznal totožnosť tíže na povrchu země se silou, která měsíc v dráze jeho udržuje, předpokládaje při tom, že jest tato síla v obráceném čtvercovém poměru vzdálenosti přitahovaného bodu *od středu země* a předpokládaje dále, že možno (alespoň přibližně) místo měsíce si mysleti též *střed jeho*, obsahující v sobě veškerou hmotu měsíce; dále že poznal, že jest síla působící na oběžnice a udržující je v elliptických dráhách jejich, též v obráceném čtvercovém poměru vzdálenosti jejich středů od středu slunce. Domníval se podobně jako Huyghens, že síla přitažlivá má sídlo své *pouze ve středech* těles nebeských, čili znal též již druhou část zákona gravitace, totiž že se přitažlivost vzájemná všech hmot skládá z přitažlivostí jednotlivých jejich hmotných částic a že tyto přitažlivosti jsou v přímém poměru k součinu jejich hmotností čili množství hmoty v obou částicích obsažených? Na tuto otázku nedostává se nám odpovědi; tolik jen jisto, že teprvé r. 1687 uveřejněna v slavném arcidíle Newtonově úplná theorie gravitace a že tudíž tento rok jest teprvé epochalním v dějinách gravitace.

Jako každý jiný velký vynález, stal se i tento příčinou mnohých nechutných sporů o prioritu, jimiž vyplněna jsou zvláště leta 1682—1687. Mohutný ruch, jenž byl zejmena následkem prací Huyghensových v mechanice povstal, z jedné strany, z druhé pak naznačené již kontroverse mezi Newtonem a Hookem, při kterých mnohá myšlenka, týkající se gravitace, musela probleskuouti spoustou otázek poměrně podřízených, měly přirozený ten následek, že nejedna bystrá hlava po stopách v šeru. se mihajících počala slíditi, až i dospěla k nejednomu výsledku důležitému. Zejmena byl tu *Halley*, který z třetího zákona Kepplerova a ze vzorku Huyghensova pro sílu centripetalní vyvodil spůsobem, až posud v učebních knihách našich oblíbeným, zákon obráceného čtvercového poměru vzdálenosti (v. t. roč. str. 22). Rovněž tak zanášel se slavný stavitel a mathematik *Wren* po několik let myšlenkou, odvoditi pohyby planetarní z působení dvou sil, totiž z postranného nárazu a z přitažlivosti namířené ku středu slunce, nedocílil však úspěchů valných.

Oba tito mužové nepřestávali však uznávati větší zásluhy Newtonovy ve sporné této otázce; jinak však dříve již uvedený *Hooke.* Týž byl vydal r. 1674 spis: *An attempt to prove the motion of the earth,* v němž se vyskytuje několik důležitých vět. Zejmena tu tvrdí:

a) že všechna tělesa nebeská mají tíži nejen k vlastnímu svému středu (na povrchu svém), nýbrž tíhnou i na vzájem jedna k druhým;

b) že všechna tělesa prostě vržená *přímočárně* postupují, odchýlená však *silou* nějakou, buď *v kružnici* neb *v ellipse*;

c) že se tělesa nebeská tím více přitahují, čím blíže u sebe se nalezají; dle kterého zákona, nepraví však Hooke.

Zde vidíme nejlépe vytknutou již dříve vadu těkavého ducha Hookova, jenž dovedl položiti sobě těžké problémy a šťastně se pokoušeti o jejich řešení, nedovedl však s železnou tou vytrvalostí, jež zdobila Newtona, bádání svá přivésti k šťastnému konci. Vzdor tomu činil sobě nemalé nároky na zásluhu při vynalezení zákona gravitace. Když tudíž *Newton* r. 1686 předložil král. společnosti londýnské spis, v němž obšírně vyloženy důkazy všech vět vztahujících se ku gravitaci (stalo se to hlavně na přátelskou domluvu Halleye, jenž zúmyslna cestoval k Newtonovi, by od něho, stále se ještě rozpakujícího, vymohl uveřejnění drahocenných jeho objevů) a když v téže společnosti

Vincent, odevzdávaje onen spis, velmi chvalně se o něm zmínil, zakončiv zprávu svou poznámkou, že pracemi Newtonovými celá otázka řešena tou měrou, že nezbývá více ničeho k dalšímu provedení: tu rozhořčení Hookovo neznalo mezí. S velikou horlivostí tvrdil, že *on* byl dal Newtonu první pokyny k jeho objevům, odvolávaje se při tom na některá dřívější svá sdělení, na něž si však nikdo nemohl vzpomenouti. Povstal nyní prudký spor mezi ním a Newtonem, při čemž z obou stran nešetřeno všelikými urážkami, až konečně mírumilovnější Newton k tomu svolil, by v král. společnosti se veřejně prohlásilo, že *Wren*, *Hooke* a *Halley* zákon tíže neodvisle z třetího Kepplerova zákona byli odvodili.

Mezi tím vyšel v květnu roku 1687 spis král. společnosti předložený jejím nákladem s názvem: *Philosophiae naturalis principia mathematica.* Charakteristická pro Newtonovo smýšlení jest okolnost, že on si přál, by vyšly pouze první dvě knihy s názvem: *De motu corporum libri duo.* Dle jeho náhledu jest prý filosofie velmi neskromná a sporů chtivá dáma, s kterou není radno něco sobě začínati. Přihlížeje však k tomu, že název „Philosophia naturalis“ *) počet odběratelů zvýší, svolil k němu a připojil k prosbám Halleyovým knihu třetí.

Dvě stě let již skoro uplynulo od prvního vydání Newtonových „Principia“; vzdor tomu zůstal posud spis tento zákonníkem veškeré theoretické fysiky a každý, kdo chce hlouběji vniknouti do této vědy, musí se s ním důkladně obeznámiti. Nebude tudíž zbytečno, podám-li zde přehled co nejstručnější veškerého bohatého obsahu jeho, již k vůli snadnějšímu orientování pro ty čtenáře, kteří by, chtíce přikročiti k studiu arcidíla toho, zarazili se vůči nezvyklé nám nyní synthetické formě, v které se všechny vývody Newtonovy jeví. Po této malé odchylce obrátím se k obšírnějšímu poněkud rozboru oněch odstavců, jež jednají zejmena o gravitaci.

„Mathematické základy přírodozpytu“ (tak asi mohli bychom po česku vyložiti název Newtonova spisu) zahajuje řada *výkladů* čili *definicí*, vztahující se k množství hmoty, velkosti pohybu,

*) K tomu budiž podotknuto, že znamená v Auglicku Philosophia naturalis, Natural Philosophy, asi tolik, co u nás „theoretická fysika“.

setrvačnosti hmoty, k pojmům absolutnosti a relativnosti v času a prostoru a k podobným pojmům. Na to následují *základní zákony pohybu*, jež posud nezřídka se kladou na začátek výkladů o mechanice. První zákon jedná o setrvačnosti, druhý o úměrnosti pohybující síly a změny pohybu, veda takto k větě o rovnoběžníku sil; třetí zákon vyslovuje rovnost působení a protipůsobení, již dvě tělesa navzájem vykonávají. K větám těm připojeny jsou různé dodatky, na př. věta, známá nyní co princip zachování těžiště (středu hmotného).

Vlastní spis, jenž následuje po tomto úvodu, rozděluje se ve tři knihy. První a druhá kniha jedná o pohybu těles, třetí o světové soustavě. V úvodu k třetí knize naznačuje sám, že jen první dvě považuje za mathematické základy přírodozpytu, tudíž za statě přiměřené názvu celého spisu a že připojil třetí knihu co popularní jakýsi výklad upotřebení oněch principií na otázky fysikalní. Moderní terminologie nazvala by první dvě knihy *kinematikou*, knihu třétí *mechanikou těles nebeských*. První kniha (téměř výhradně „kinematika hmotného bodu") liší se od druhé větší jednoduchostí probrané látky; druhá pojednává o četných problemech nynější „mathematické fysiky".

Kniha první rozpadává se ve čtrnáct odstavců, jež jednají postupně o těchto látkách:

1. O methodě prvních a posledních poměrů. Jest to stručný přehled slavné methody fluxí čili nynějšího počtu differencialního, jež co vítězná zbraň sloužila Newtonovi k opanování četných, posud nepřístupných částí přírodozpytu. Veškeré důkazy jsou ovšem vedeny způsobem synthetickým, t. j. pomocí konstrukcí geometrických, jimiž se veškeré veličiny vždy znázorňují.

2. O stanovení sil dostředivých (centripetalních). Jedná o tom, kterak lze z pohybu v dané křivce souditi na sílu dostředivou, která by v jistém, dle libosti voleném bodu co středu sídlíc, na bod pohybující se působiti musela, by týž na předepsané křivce zůstal. Tak na př. dokázáno, že při pohybu elliptickém jest síla přímo úměrná vzdálenosti, je-li středem pohybu střed ellipsy.

3. O pohybu těles ve výstředných kuželosečkách. Zde odvozuje se zákon obráceného čtvercového poměru vzdálenosti ze tvaru dráhy a naopak dráha z onoho zákona. Odstavec ten

vztahuje se přímo k našemu předmětu a budeme se tudíž obsahem jeho obšírněji obírati.

4. 5. 6. Tyto odstavce obsahují řešení různých problemů, jež vznikají při pohybu planetarním na kuželosečkách.

7. O přímočarném stoupání a klesání těles (za vlivu různých sil, zejmena síly působící v obráceném čtvercovým poměru vzdálenosti).

8. O určení dráh, v nichž se pohybují tělesa při libovolných centripetalních silách.

9. O pohybu v dráhách pohyblivých a o pohybu apsid. Za vlivu pouhé přitažlivosti slunce pohybovala by se každá oběžnice v přesné ellipse. Leč poněvadž na ni působí přitažlivosti ostatních oběžnic co t. zv. *síly rušivé*, vybočuje ona oběžnice z původní dráhy své, kteréž odchylky nazýváme *poruchy* čili *perturbacemi*. Část těchto perturbací můžeme pojmouti tím způsobem, jakoby vlastní dráha oběžnice mezi tím, co tato na ní putuje, pohyb jakýsi měla, na př. kolem slunce se otáčela, což se jeví tím, že přímka, spojující body největší neb nejmenší vzdálenosti od slunce s tímto středem pohybu, čili t. zv. *čára apsid* postupně jiné a jiné polohy v prostoru zaujímá, tak jakoby se v rovině dráhy kolem slunce otáčela. Odstavec nynější má právě za účel vyložiti, prozatím ze stanoviska ryze kinematického a bez ohledu na skutečné pohyby oběžnic, tento pohyb apsid co výsledek působení určitých sil a upraviti takto půdu pozdějšímu bádání na půdě složitých zjevů mechaniky nebeské.

10. O pohybu těles na daných plochách a o pohybu kyvadla.

11. O pohybu sférických těles, podrobených vzájemným silám centripetalním. Kdežto byl Newton v dřívějších odstavcích k vůli jednoduchosti předpokládal, že sídlem dostředivé síly jest *pevný bod*, přechází nyní k tomu případu, jenž skutečnosti lépe odpovídá, že sídlem přitažlivosti (vzájemné) jsou tělesa, mající každé svůj pohyb. Nynější odstavec obírá se tímto případem, jak pro centripetalní síly všeobecné, tak i pro síly působící v obráceném čtvercovém poměru vzdálenosti. Větší díl toho odstavce tvoří slavný *problem tří těles*, t. j. problem pohybu tří těles za vlivu jich vzájemné přitažlivosti.

12. O přitažlivých silách sférických těles.

13. O přitažlivých silách takových těles, která nejsou kulovitá. S obsahem těchto dvou odstavců budeme se ihned obírati obšírněji.

14. O pohybu velmi malých těles, puzených silami dostředivými, jež jsou namířeny k jednotlivým částím velkého tělesa. Tento odstavec má důležitost pro Newtonovu theorii světla, která spatřuje příčinu světla v emissi (výronu) malých částic světlové hmoty ze svítícího tělesa.

Druhá kniha jedná v devíti odstavcích o pohybech těles v odporujícím ústředí a o mechanice kapalin.

1. 2. 3. Zde se pojednává o pohybu v odporujícím ústředí, je-li odpor v přímém jednoduchém neb čtvercovém poměru k rychlosti aneb složen ze dvou takovýchto částí.

4. O kruhovém pohybu těles v odporujícím ústředí.

5. O hustotě a stlačitelnosti kapalin a o hydrostatice.

6. O pohybu a odporu kyvadel.

7. O pohybu kapalin a odporu vržených těles.

8. O pohybu šířícím se v kapalinách.

9. O kruhovém pohybu kapalin.

Třetí kniha jedná o světové soustavě. Úvod tvoří ona proslavená pravidla „filosofování“ t. j. zkoumání přírody, z nichž bylo první svrchu uvedeno. Na to následuje přehled úkazů, jevících se v soustavě našich oběžnic; jsou to hlavně pohyby oběžnic kolem slunce, Jovišových měsíců kolem Joviše, Saturnových kolem Saturna a našeho měsíce kolem země. Jsou to jakoby problemy položené k tomu účelu, aby byly (na základě výsledků první knihy) vysvětleny. Vlastní obsah třetí knihy dělí se na pět odstavců:

1. O příčinách světové soustavy. O tomto odstavci, jenž poukazuje ku všeobecné tíži co příčině různých zjevů sluneční soustavy a vedle numerických dat vztahujících se k této soustavě zejmena též první *theorii tvaru země* a různé její přitažlivosti na různých místech povrchu obsahuje, pojednáme později obšírněji.

2. O velkosti nepravidelností běhu měsíce.

3. O velkosti přílivu a odlivu.

4. O praecessi bodů rovnodennosti.

5. O vlasaticích.

Každý z těchto čtyr odstavců obsahuje základy theorie důležitého jednoho zjevu; že všechny zjevy ty mají společný zdroj a že je lze vesměs nejen kvalitativně vyložiti, nýbrž i kvantitativně ve všech numerických podrobnostech prozkoumati, o tom neměl před Newtonem nikdo ani tušení.

Celý spis zakončuje úvaha o světové soustavě.

Ve zprávě, kterou ve Phil. Transact. Vol. XVI. 1687 podal o Newtonových Principiích Halley, nalezáme tento významný výrok, který ještě nyní po stoletích platnosti nepozbývá:

„... i právem lze říci, že tolik a tak drahocenných pravd filosofických, jako zde byly objeveny a nade všechnu pochybnost postaveny, nikdy posud nebyly výsledkem schopnosti a píle jediného člověka."

Vzhledem k našemu předmětu zajímá nás nyní zvláště odst. 3. 12. 13. první knihy a celá kniha třetí. Abychom seznali zvláštnosti methody Newtonovy, chceme po návodu jeho nejprvé vyhledati velkost síly dostředivé pro pohyb bodu na ellipse, je-li síla ta namířena k ohnisku ellipsy (tedy na velkost síly dostředivé pro pohyb planetární).

Budiž P (obr. 1) bod pohybující se na ellipse, Q jeho poloha po velmi krátké době. Pohyb PQ můžeme rozložiti v pohyb PR ve směru tečny a pohyb PX ve směru působivé síly. Dráha PX ve směru síly jest dle známých zákonů pohybu úměrná součinu působící síly a čtverce času (t^2), tudíž dle zákona Kepplerova též úměrná součinu síly a čtverce plochy SPQ, průvodičem SP opsané, čili součinu síly, čtverce průvodiče SP a čtverce kolmice QT z bodu Q na SP spuštěné. Jest tudíž naopak hledaná síla úměrná podílu

$$\frac{\overline{PX}}{\overline{SP}^2 \cdot \overline{QT}^2}$$

i jedná se jen ještě o stanovení poměru nekonečně malých veličin $\overline{PX}$ a $\overline{QT}^2$. K tomu potřebujeme několik pomocných vět. Středem ellipsy C veďme sdružené průměry PG a KD ($\parallel PR$). KD a SP protínají se v bodu E, PG a QX v bodu V; PF jest kolmice na KD, HP průvodič vedený z druhého ohniska H k bodu P a $HJ \parallel KD$. Pak máme

a) $\triangle SEC \sim \triangle SJH$, $SC = CH$, tudíž $SE = EJ$
$\triangle PHM \cong \triangle PJM$, tudíž $PH = PJ$. Z toho následuje
$EP = EJ + JP = \frac{1}{2}(2\overline{EJ} + 2\overline{JP}) = \frac{1}{2}(SE + EJ + JP + PH)$
$= \frac{1}{2}(SP + PH) = CA$ (velká polosa).

b) Dle známé poučky jest plocha všech rovnoběžníků, opsaných kolem ellipsy, stejná, tudíž
$\overline{CD}\,.\,\overline{PF} = \overline{CA}\,.\,\overline{CB}$ ($\overline{CB}$ malá polosa).

c) Parametr ellipsy $L = 2\dfrac{\overline{CB}^2}{\overline{CA}}$.

Pomocí těchto vět obdržíme následující srovnalosti:
Z podobnosti $\triangle PVX \sim PCE$ jde
$PX : PV = PE : PC$, čili dle *a)*

α) $L.\overline{PX} : L.\overline{PV} = CA : PC$. Dále jest

β) $L.\overline{PV} : \overline{GV}.\overline{PV} = L : GV$, a

γ) $\overline{GV}.\overline{PV} : \overline{QV}^2 = \overline{PC}^2 : \overline{CD}^2$.

Tuto srovnalost obdržíme nejlépe z obyčejné rovnice ellipsy, vzhledem ke sdruženým průměrům PG, KD co osám souřadnic napsané, tedy z rovnice

$$\frac{\overline{CV}^2}{\overline{CP}^2} + \frac{\overline{QV}^2}{\overline{CD}^2} = 1.$$

Z podobnosti $\triangle QXP \sim PEF$ obdržíme
$\overline{QX}^2 : \overline{QT}^2 = \overline{PE}^2 : \overline{PF}^2$, čili dle *a)*
$\overline{QX}^2 : \overline{QT}^2 = \overline{CA}^2 : \overline{PF}^2$, a dle *b)*

δ) $\overline{QX}^2 : \overline{QT}^2 = \overline{CD}^2 : \overline{CB}^2$.

Přejdeme nyní k limitám, v nichž bod Q splyne s bodem P, délka QX s QV a GV s GP čili $2\overline{CP}$. Násobíme-li vzhledem k těmto relacím srovnalosti α) β) γ) δ) mezi sebou, obdržíme

$$L.\overline{PX} : \overline{QT}^2 = L.\overline{CA} : 2\overline{CB}^2, \text{ čili dle } c)$$

ε) $L.\overline{PX} = \overline{QT}^2$, $\dfrac{\overline{PX}}{\overline{QT}^2} = \dfrac{1}{L}$ stálá veličina,

a tudíž síla působící z ohniska S ellipsy na bod P úměrná veličině $1 : \overline{SP}^2$, čímž zákon obráceného čtvercového poměru vzdálenosti odůvodněn.

Podobný důkaz veden pro ostatní kuželosečky. Důkaz opačný, že při tomto zákonu pohyb tělesa musí se díti v kuželosečce, veden spůsobem nepřímým, t. j. dokázáno, že lze nalézti kuželosečku, po které se bod, mající rychlost určitého směru a určité velkosti, pohybovati *může*, a tudíž, poněvadž pohyb začáteční polohou a rychlostí bodu a stále působící silou přísně jest určen, též pohybovati *musí*.

Znaje zákon přitažlivosti, vyšetřuje *Newton* v 12. a 13. odstavci první knihy přitažlivost těles různého tvaru, skládající se z přitažlivostí jednotlivých částí a počíná tělesy tvaru nejjednoduššího, tělesy sférickými. Hned na začátku veden důkaz pro obè důležité věty: přitažlivost sférické (stejnoměrně hutné) vrstvy na bod hmotný uvnitř položený rovná se nulle, na bod zevnější jest v obráceném čtvercovém poměru vzdálenosti od středu sférické vrstvy a ku středu tomu namířena.

Důkaz první věty jest nad míru jednoduchý. Bodem P (obr. 2) vedeme dvě přímky Aa, Bb, uzavírající velmi malý úhel. Oblouky AB, ab jsou v přímém jednoduchém poměru vzdáleností PA, Pa, částice sférické vrstvy, ležící u A, a, v přímém čtvercovém poměru vzdáleností těch a síly přitažlivé obou částic, závislé na velkosti jejich a mimo to obráceně úměrné čtvercům jejich vzdáleností, jsou tudíž stejné. Jsouce však směru opačného, ruší se na vzájem a totéž platí o všech jiných částicích, v které lze rozložiti celou vrstvu, tak že se působení této vrstvy na vnitřní bod rovná nulle.

Na důkaz druhé věty veďme bodem P (obr. 3) svazek paprsků, protínající sférickou vrstvu, jejíž střed jest S a průměr AB (výkres představuje nám průřez roviny jdoucí středem S a bodem P s povrchem sférické vrstvy; otočením kolem přímky PS vytvoříme příslušnou konstrukci prostornou). PHK a PJL buďtež dva nekonečně blízké paprsky tohoto svazku, SD a SE kolmice na paprsky ty vedené, F průřez přímek PL, SD, JR kolmice na PK, JQ kolmice na PS. Zcela tutéž konstrukci, v níž jednotlivé body označíme malými písmeny stejného znění, provedeme vzhledem k jiné *stejně velké* sférické vrstvě o středu s a vzhledem k bodu p, jehož vzdálenost ps od středu s liší se od vzdálenosti PS prvního bodu od středu první vrstvy. Vyšetříme nyní, v jakém poměru jsou k sobě přitažlivosti obou *stejných vrstev* na ony *nestejně vzdálené body*. Co příslušné dva paprsky obou svazků procházejících body P

a p, volíme takové (na př. PHK a phk, PJL a pil), jichž vzdálenosti od středů S a s jsou stejné, tedy

$$SD = sd, \quad SE = se, \text{ a tudíž i } DF = df$$

(poslední rovnice jest správná s vynecháním nekonečně malých veličin vyššího stupně).

Nyní máme srovnalosti

$$\alpha)\ PJ : PF = RJ : DF$$
$$\beta)\ pf : pi = df : di$$
$$\gamma)\ PJ : PS = JO : ES$$
$$\delta)\ ps : pi = es : iq.$$

Násobením těchto srovnalostí obdržíme (vzhledem k uvedeným rovnicím)

$$\varepsilon)\ \overline{PJ}^2 . \overline{pf} . \overline{ps} : \overline{pi}^2 . \overline{PF} . \overline{PS} = \overline{JQ} . \overline{RJ} : \overline{iq} . \overline{ri}.$$

Částice u J a i mají se k sobě jako součiny $\overline{JQ}^2 . \overline{JH}$ a $\overline{iq} . \overline{ih}$ (JQ a iq jsou poloměry obloučků vznikajících otáčením kolem os PS a ps, příslušné úhly otáčecí můžeme považovati za stejné). Poněvadž $\triangle JRH \sim \triangle irh$, tedy $JH : JR = ih : ir$, můžeme říci, že ony částice se k sobě mají též jako součiny $\overline{JQ} . \overline{JR}$ a $\overline{iq} . \overline{ir}$. Síly těch částic, působící na body P a p — nazveme je S a s — vyhovují srovnalosti

$$S : s = \frac{\overline{JQ} . \overline{JR}}{\overline{PJ}^2} : \frac{\overline{iq} . \overline{ir}}{\overline{pi}}, \text{ tudíž dle } \varepsilon)$$

$$\zeta)\ S : s = \overline{pf} . \overline{ps} : \overline{PF} . \overline{PS}.$$

Z těchto sil S a s přicházejí k platnosti jen složky vzaté ve směru $\overline{PS}$ a $\overline{ps}$; druhé složky, kolmé k těmto směrům, ruší se se složkami sil vycházejících z částic vzhledem ku PS a ps souměrně položených.

Ony složky, jež nazveme P a p, obdržíme násobením cosinusy směrnými $\overline{PF} : \overline{PS}$ a $\overline{pf} : \overline{ps}$, máme tudíž konečně srovnalost

$$P : p = \frac{\overline{pf} . \overline{ps} . \overline{PF}}{\overline{PS}} : \frac{\overline{PF} . \overline{PS} . \overline{pf}}{\overline{ps}}, \text{ čili}$$

$$\eta)\ P : p = \frac{1}{\overline{PS}^2} : \frac{1}{\overline{ps}^2}.$$

Tím jest ona věta dokázána, neboť stejná úvaha platí vzhledem ke všem částicím, v něž povrch obou vrstev onou konstrukcí rozložíme.

Synthetickou formu Newtonova důkazu lze snadno převésti na tvar analytický, nám obvyklejší; vzdálenost $\overline{SD}$ jest zde základní proměnnou, pomocí které vyjádříme přitažlivost jednotlivých elementarných částic sférické vrstvy. Výsledek počtu poučuje nás pak zároveň, že síla působící jest tak velká, jako by ve středu vrstvy byla soustředěna veškerá její hmota. K výsledku tomu dospívá též Newton, avšak po několika oklikách a jen vzhledem k přitažlivosti plné koule.

Všechny další věty prvního z oněch dvou odstavců jsou více méně následky těchto dvou vět základních: zejmena přitažlivost plné koule na body vnitřní neb zevnější, přitažlivost dvou koulí na sebe, přitažlivost pro libovolný tvar zákona přitažlivosti a j. v. Druhý odstavec obsahuje mezi jiným větu, že se přitažlivost při zákonu přímého jednoduchého poměru vzdálenosti soustřeďuje vždy ve středu hmotném. Jiná věta jest rozšířením věty o působení sférické vrstvy na bod vnitřní, pro vrstvu ellipsoidickou; síla přitažlivá takové vrstvy na bod vnitřní rovná se též nule.

Obraťme nyní pozornost svou ku třetí knize. V odstavci prvním vykládá pohyby oběžnic a družic ze zákona gravitace. Setkáváme se tu s pamětihodným výpočtem, jenž sloužil co první důkaz správnosti onoho zákona. Newton klade:

vzdálenost měsíce od země . .	60 poloměrů země,
objem země	123,249.600 stop,
dobu oběhu měsíce kolem země	$27^d\ 7^h\ 43^m$,
délku kyvadla sekundového .	$3'\ 8\frac{1}{2}''$,

a vypočítává z toho urychlení volného pádu

$$g = 15'\ 1''\ 1\tfrac{4}{9}''',$$

kdežto dle pozorování na zemi jest

$$g = 15'\ 1''\ 1\tfrac{7}{9}'''.$$

Dále porovnává Newton hmotu (či, jak on praví, váhu) slunce se hmotou oněch oběžnic, jež mají měsíce. Nazveme-li M hmotu slunce, A vzdálenost (průměrnou) oběžnice od slunce a T dobu jejího oběhu, m, a, t tytéž veličiny pro oběžnici a příslušnou družici, obdržíme srovnalost

$$M : m = \frac{A^3}{T^2} : \frac{a^3}{t^2}.$$

Pro hmotu slnnce nalezl Newton takto 169282, je-li hmota země = 1. Dle Hansena jest hmota slunce 354936. Tento velký rozdíl vysvětluje se tím, že se za dob Newtonových vzdálenost slunce pokládala za mnohem menší, nežli jest skutečně. Newton položil pro parallaxu slunce 10.″5, kdežto číslo Hansenem přijaté jest 8.″6.

Při dalším studiu třetí knihy Principií setkáváme se, jak již bylo uvedeno, s celou řadou důležitých a důmyslně řečených problemů, jichž podrobnější rozbor by nás však vedl příliš daleko. Problemy ty rozstupují se opět v ony dvě skupiny, jež mohutný duch Newtonův ze společného kořene vyvodil, jež však oekonomie vědecká nucena byla opět od sebe odděliti. První skupina vztahuje se ku gravitaci zemské, obírajíc se těmi zvláštnostmi úkazů tíže, jež vznikají odchylkou tvaru země od pravidelné koule a zahrnujíc tudíž v sobě zejmena slavný *problem tvaru země*. Druhá skupina vztahuje se ku gravitaci nebeské, obírajíc se odchylkami od jednoduchých zákonů Kepplerových, jež vznikají působením vzájemným těles nebeských; typem otázek sem náležejících jest neméně slavný *problem tří těles*. Jsouť ovšem i takové zjevy, jež se nalezají jakoby na rozhraní obou skupin, tak na př. příliv a odliv mořský, praecesse bodů rovnodennosti. Ku každé z uvedených obou skupin obrátíme nyní zřetel svůj, stopujíce *důležitější některé fase* v rozvoji dotyčných našich vědomostí (k úplnému výkladu sotva by dostačil obšírný spis); v jednom i v druhém případě budou nám však východištěm práce, jež v oboru tom vykonal *Newton*.

Jaké optické vlastnosti mají saze.

Podává

Dr. V. **Rosický** v Praze.

(Dokončení.)

Ze všech provedených pokusů jde na jevo, že úkaz popsaný neshoduje se úplně ani s kruhy Newtonovými ani s ohybem, nýbrž že leží uprostřed obou. Možno tedy, že oba úkazy jsou