Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Eduard Weyr

Oslava stoleté ročnice dne narození N. I. Lobačevského cís. Kazaňskou universitou

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 25 (1896), No. 1, 1--38

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122849

Oslava
stoleté ročnice dne narození N. I. Lobačevského cís. Kazaňskou universitou.

Přeložil **Eduard Weyr.**

Průběh slavností, konaných ve dnech 22., 23. a 24. října r. 1893, vylíčen v nádherném svazku o 210 stranách, vydaném Kazaňskou universitou. Svazek ten, nesoucí hořejší nápis, obsahuje vypsání zevnějšího průběhu slavnosti, řeč rektora university, vítací řeč starosty Kazaňského, adressy, pozdravné telegrammy a dopisy, konečně řeči, které pronesli professor *F. M. Suvorov*, prof. *A. V. Vasiljev*, řiditel real. školy *J. A. Iznoskov* a prof. *A. J. Smirnov*. První i druhá z těchto čtyř řečí oceňuje *Lobačevského* jakožto mathematika, v třetí přihlédnuto k jeho činnosti v Kazaňském hospodářském spolku, čtvrtá konečně posuzuje jeho geometrické koncepce se stanoviska filosofie.

V následujícím uvedeme ony části prvních dvou řečí, o nichž soudíme, že budou čtenáře „Časopisu" zvláště zajímati. —

Prof. *Suvorov* poukázal k tomu, že hlavní práce *Lobačevského* r. 1826 vydaná, za jeho živobytí uznání nedošla, a že teprve francouzský mathematik *Hoüel*, as deset let po smrti autora, obrátil k ní pozornost učeného světa, připomenuv, že *Gauss* v jistém dopisu k *Schumacherovi* tomuto doporučuje *Lobačevského* novou theorii rovnoběžných přímek jakožto velmi důležitou theorii geometrickou.

„Tato krátká poznámka *Hoüela* o významu theorie *Lobačevského*, podporována autoritou *Gausse*, vyvolala celou řadu pojednání a objevů, rozšířivších vědecký horizont geometrův a podávajících novou theorii, zvanou geometrií *Lobačevského*, čili pseudosférickou geometrii aneb konečně ne-*Euklidovskou* geometrii.

V čem záleží nové učení *Lobačevského* a který princip *Euklidův* se jím popírá?

Ponejprv sdělán systematický výklad upotřebené geometrie 270 let př. Kr. řeckým filosofem *Euklidem*. Tento skutek tvoří éru v historii geometrie; avšak první geometrické pojmy vytvořeny dávno před tím. První geometrové rýsovali rozličné geometrické figury na nevelkých částech zemského povrchu, na deskách, listech papyrusových, na polích atd. Tenkráte ještě neznali kulového tvaru země, a poněvadž v malých částech jejího povrchu křivost jest nepatrna, první geometrové pokládali jak svoje nákresy, tak povrch zemský za rovinné. Měříce vzdálenost dvou libovolných bodů zemského povrchu, nepokládali za nejkratší jich vzdálenost oblouk kruhový, jak tomu skutečně jest, nýbrž přímku, oněmi dvěma body úplně stanovenou, a rýsovali ji pomocí pravítka. Narýsovavše libovolný obrazec, rýsovali jemu úplně podobný obrazec větších nebo menších rozměrův a pozorovali, že poměr mezi částmi nového obrazce, v mezích jim dostupné zevrubnosti, jest týž jako v původním obrazci. Odtud vyvodili ponětí o možnosti zvětšovati rozměry obrazce bez porušení poměrů jeho částí, a v myšlenkách zvětšovali rozměry narýsovaného obrazce za meze nákresny, ale zároveň v myšlenkách zvětšovali i rozměry nákresny samé a neviděli mezí prostoru. Hle proč tato rovinnost desky nákresné představována i při jejím zvětšení do nekonečna, a proč všecky geometrické rysy, jež bylo lze na desce pomocí kružítka a pravítka vytvořiti, pokládány za možné i na oné idealné rovině jakýchkoli rozměrův, jest-li by jen existovala mechanická možnost zvětšení nákresny a rýsovacích nástrojů až do oněch rozměrův. Odsud se též jevilo u prvních geometrův ponětí nekonečně rozprostřené představitelné roviny, kterou oni pokládali za skutečně jsoucí a za splývající s povrchem zemským, a čáry pomocí pravítka na ni narýsované pokládali za přímky, ačkoli to byly v skutečnosti oblouky kruhové, jelikož na zeměkouli přímku narýsovati nelze.

Poněvadž narýsované na kouli obrazce možno přemísťovati bez roztržení i bez složení, a poněvadž první geometrové tuto vlastnost na obrazcích jimi na zemském povrchu narýsovaných pozorovali, byla vlastnost i myšlené rovině připisována, že totiž obrazce na ní narýsované možno přemístiti beze změny.

Dále znamenajíce, že obrazec na desce narýsovaný zůstává nezměněn, když deska přijímá novou jakoukoli polohu, nakloněnou nebo svislou, a současně se z jednoho místa na druhé přemístí, soudili, že touto vlastností neproměnnosti narýsovaných figur při jich přemístění jest i prostor obdařen (tento úsudek potvrzoval se ještě i tím, že tělesa při přemístění v prostoru se nemění ani ve tvaru, ani v rozměrech).

Odtud také uzavírali, že, jakož se v rovině přímá čára dvěma jejími body úplně stanoví, taktéž jest i v prostoru, a že ku každému rovinnému obrazci, ba i k tělesnému útvaru prostorovému může býti sdělán neb alespoň myšlen úplně podobný obrazec větších nebo menších rozměrův. Jedním slovem, že prostoru přísluší všecky ony vlastnosti, které cestou pokusnou u roviny byly nalezeny, na př.: přímá čára jest nejkratší vzdáleností dvou bodů, plocha pravoúhelníka se rovná součinu ze základny a z výšky, atd.

Jakmile z pozorování nebeských světel uviděli, že zemský povrch není rovný, že jest vypuklý a že vodorovný světelný paprsek nespadá s povrchem země, ale že se ho toliko dotýká v bodě pozorování, tu staří geometrové přišli k dalším úsudkům; předně, že paprsek zření, byť i nezapadal do povrchu zemského, musí splývati s přímou čarou jimi vynalezenou, poněvadž paprsek zření, tak jako přímka, jest dvěma body úplně stanoven: svítícím bodem a okem pozorovatele; za druhé, že jimi vynalezená rovina nesplývá s povrchem zemským, ale jest geometrickým místem všech vodorovných paprskův světelných, t. j. rovinou dotýkající se zemského povrchu jen v jednom bodě, v místě pozorování; za třetí, že naše země jest koule, plovoucí v prostoru, nemajícím mezí a bezkonečném ve všech směrech, poněvadž přímou čáru lze prodloužiti v obě strany do nekonečna.

V této době geometrie na zemském povrchu oddělila se od geometrie rovinné a představovala zvláštní ratolest známou pode jménem sférické geometrie čili geometrie na kouli. Povrch koule nadaný současně s idealnou rovinou tou vlastností, že obrazce na něm narýsované se mohou na kouli beze změny přemísťovati, zároveň se podstatně liší od roviny. Předně, na kouli nelze narýsovati podobných obrazců, na př. podobné trojúhelníky mohou se narýsovati toliko na dvou kulích s rozličnými poloměry, na kouli však o daném poloměru podobnost neexistuje; za druhé, oblouky kruhové představující nejkratší vzdálenost mezi dvěma body a úplně stanovené kterýmikoli dvěma body na malých částech kulové plochy, nemohou býti stanoveny kterýmkoli párem bodů na celé ploše kulové. Na kouli existuje nekonečné množství párův bodových, položených na protějších koncích průměrův koule, poly zeměkoule, takých, že všecky čáry, na nichž se měří nejkratší vzdálenost, vedené z jednoho z těchto bodů v jakémkoli směru, na novo se sejdou v druhém bodě, jako na př. na zemském globu všecky meridiany vedené severním polem se znovu sejdou v jižním.

Takovým způsobem se jevila geometrie v idealné rovině i v prostoru jakožto náuka nemající nic společného se svojí pramateří, s geometrií na zemském povrchu, a proto o ponětích roviny a prostoru samého bylo uznáno, že nevzata z pokusu a z měření, ale že jsou ponětí člověku vrozená.

Všecky geometrické vědomosti do třetího věku před Kr. jevily se oddělenými vědeckými fakty spolu nesouvisícími. V třetím věku před Kr. řecký filosof *Euklid* položil si cíl, sebrati všecky vlastnosti obrazců na idealné rovině i v prostoru, do jeho doby nalezené, a vytknouti, které z nich jsou podstatné, t. j. vycházející bezprostředně z vlastností samých roviny a prostoru, a které s druhé strany mohou býti vyvedeny jako následky prvních. Veliký filosof dovedl řešiti položený sobě úkol a zbudovati řádný deduktivný system geometrický, jenž se jevil prvním příkladem přesně vědeckého systemu. On ukázal, že všecky vlastnosti prostorových forem mohou býti vyvedeny pomocí pouhých přesně logických úsudků z tří základních položení (supposic), charakterisujících idealnou rovinu a idealný prostor starých geometrův, totiž: 1. Obrazce v rovině i v prostoru mohou býti přemístěny bez složení nebo roztržení, 2. přímá čára se stanoví kterýmikoli dvěma jejími body a 3. vedena-li libovolným bodem přímky k této kolmice a z jiného bodu téže přímky k této nakloněná přímka, tu se kolmice a nakloněná přímka nutně setkají.

První dvě z těchto položení jsou tak očividna, tak prostě se pověřují každodenními pokusy a pozorováními, že se za doby *Euklida* proti nim nečinilo žádných námitek — byla uznána bezvýminečně správnými axiomaty, nepotřebujícími důkazu, vrozenými člověku. Co však se týká třetího položení, nebylo tak očividné, ale bylo nutně třeba přesvědčiti se, že i v případě, kdy nakloněná přímka by nebyla blízka kolmici, ona přece nevyhnutelně se protíná s kolmicí, třeba ve velmi velké a nám nedostupné vzdálenosti od přímky. Poněvadž bezprostřední kontrola vzhledem k nedostupnosti velmi velkých vzdáleností našemi smysly byla nemožna, učinil *Euklid* toto položení jako nevyhnutelné připuštění, jako postulat. Avšak následovatelé *Euklidovi* nedůvěřovali výši ducha tvůrce geometrie a připouštěli, že *Euklid* nenalezl důkazu pro toto položení, a že je lze beze vší pochybnosti též vyvoditi cestou deduktivní z prvních dvou axiomat a z obecných logických zásad. A hle, po *Euklidovi* vykazuje historie geometrie bezpočetnou řadu pokusův o důkaz připuštěného položení, a někteří geometrové, na př. *Saccheri*, již velmi blízko se přiblížili k pravdě, t. k tomu, že toto položení přijato *Euklidem* výslovně jakožto zjednání vymezující vlastnosti roviny, avšak víra ve vrozenost geometrických axiomat brala vrch nad rozumem, a místo pravdivého objasnění významu tohoto postulatu jevila se jen nová neplodná snaha po jeho důkazu.

V takové poloze byla geometrie v době *Lobačevského*, který první správně objasnil i ocenil význam tohoto postulatu, a svoje zkoumání v celé řadě prací publikoval. Tou dobou, kdy objevily se práce našeho velkého krajana *N. I. Lobačevského*, počíná nová éra v historii geometrie, právě tak jako práce *Euklidovy* utvořily éru v historii této náuky. V čem že spočívají výzkumy *Lobačevského*, sjednavší mu nesmrtelné jméno, to nyní, po předchozím, lze učiniti pochopitelným.

Lobačevskij první po *Euklidovi* poznal, že všecka tři základní položení geometrie *Euklidovy* nejsou vrozenými ponětími, ale nic více než supposicemi vymezujícími vlastnost oné plochy, kterou *Euklid* i jeho předchůdci nazvali rovinou; kdežto se o správnosti prvních dvou snadno přesvědčujeme pozorováním i pokusem, ještě nebylo lze se přesvědčiti o správnosti třetího položení. Proto, aby se řešila otázka, zdali ve skutečnosti existují *Euklidova* rovina a *Euklidův* prostor, bylo by nevyhnutelno vymysliti zvláštní pozorování nebo pokus, poskytující možnost přesvědčiti se o správnosti třetího položení geometrie *Euklidovy*, protože se o tom pro obmezenost svých smyslů nemůžeme přesvědčiti bezprostředně. Takovým způsobem může patrně posloužiti bezprostřední měření logických důsledků plynoucích z tohoto položení. Jedním takovým důsledkem, nahrazujícím úplně položení samo, jeví se theorem, že součet úhlův každého trojúhelníka se rovná dvěma pravým, správné-li toliko položení *Euklidovo*; jestliže i proti položení *Euklidovu* se připouští existence nakloněných přímek neprotínajících kolmici, tu součet úhlův trojúhelníka bude menší dvou pravých, a zároveň se bude scučet úhlův tím více odchylovati od dvou pravých, čím větší budou rozměry trojúhelníka.

Tohoto důsledku chtěl *Lobačevskij* použíti ku kontrole třetího položení *Euklidova*. Za tím cílem bral největší našemu měření dostupné trojúhelníky, totiž trojúhelníky, jimž by základnou byl průměr zemské dráhy a protějším vrcholem stálice, a hledal oč v takých trojúhelnících se může součet úhlův lišiti od dvou pravých. Ukázalo se, že i v největších trojúhelnících součet úhlův se může tak málo lišiti od dvou pravých, že tento rozdíl se skrývá v chybách pozorování.

A tak tento spůsob kontroly nedal *Lobačevskému* rozhodující odpovědi. Avšak, nelze-li součet úhlův trojúhelníka změřiti s dostatečnou přesností, tu by snad jiné věty, vyvedené z položení odpírajícího *Euklidovi*, bylo možno s větším pohodlím prakticky kontrolovati a ukázati nemožnost tohoto položení. A *Lobačevskij* touže přesně logickou cestou jako *Euklid* vyvozuje řadu theoremův opíraje se o první dvě položení *Euklida*, třetí však zaměňuje za opačné, — že totiž při známých výminkách kolmice a nakloněná přímka se nemusí sejíti; ukazuje se, že ani jeden z theoremův, svrchovaně různých od theoremů geometrie *Euklidovy*, neodporuje skutečnosti. Takovým způsobem utvořil *Lobačevskij*, souběžně s geometrií *Euklidovou*, novou geometrii, která s týmž pohodlím může sloužiti k řešení všech úkolův nesoucích se k rovině a k prostoru, jako geometrie *Euklidova*. Ačkoli *Lobačevskij* svou geometrii nazývá imaginarnou, jest ona právě tak imaginarná jako *Euklidova*; která z obou geometrií pravdivá, jaký v skutečnosti existuje prostor — zda-li *Euklidův* či *Lobačevského* — na to měření neodpovídá.

Příčina, že nelze v naší době získati rozhodnou odpověď k této otázce, leží v tom, že našemu měření dostupny toliko velmi malé části prostoru, a jako velmi malé části křivých ploch se obecně zdají rovnými, tak i velmi malé části prostoru neb roviny *Lobačevského* se neodchylují od *Euklidova* prostoru neb roviny; tak že, kdyby prostor *Lobačevského* byl pravdivým a v skutečnosti existoval, tu by bylo lze na geometrii *Euklidovu* pohlížeti jako na přibližný způsob řešení úkolů týkajících se geometrických forem nevelkých rozměrův, jako se to již praktikuje při měření nevelkých částí zemského povrchu, kdy se neobrací pozornost ke kulovému tvaru země.

Poněvadž idea o prostoru s vlastnostmi různými od oněch, jež vrstevníky *Lobačevského* počítány k vrozeným člověku, se přirozeně musila zdáti nepříslušnou, bylo to příčinou, že práce *Lobačevského* za jeho doby nedošly porozumění a ocenění. Teprve na konci šedesátých let tohoto století objasnili vlaští mathematikové *Battaglini* a *Beltrami* vědecký význam geometrie *Lobačevského*. Oni ukázali, že rovinu *Lobačevského* možno sestrojiti i v *Euklidově* prostoru (o čem se ostatně sám *Lobačevskij* zmiňuje), t. jistou křivou plochu, jejíž nevelké části mají tvar sedla, t. zv. plochu o stálé záporné křivosti. Abychom obdrželi názornější představu o tvaru této plochy, poznamenávám, že lze válcový žlab ohnouti v oblouk dvojím způsobem — že by vnější stranou byla buď vypuklá strana žlabu aneb vydutá. V prvním případě se obdrží plocha, již lze položiti, či lépe řečeno rozvinouti na kouli, v druhém plocha se zápornou křivostí. Takým způsobem tato plocha se jeví jako protějšek ke kouli; kouli i plochy na ní rozvinutelné nazývají mathematikové plochami se stálou kladnou křivostí. Analogicky slouží za prototyp ploch se zápornou stálou křivostí plocha nekonečně prodloužené číše s velmi širokým otvorem *). Pochopitelno, že tak jako u koule přímka nebude zapadati i do ploch se zápornou křivostí, a že nejkratší vzdálenost mezi dvěma body této plochy nebude již přímka, nýbrž jistá křivá čára. Leč podstatným rozdílem této plochy od koule bude ta vlastnost, že čáry, na nichž se měří nejkratší vzdálenost dvou bodův, budou, jako přímky v rovině, úplně stanoveny kterýmikoliv dvěma jich body, t. j. na ní nebude zjevu, jejž nalézáme na kouli, že všecky nejkratší čáry, vycházející z jednoho bodu koule, se znova scházejí v jednom bodě, v protějším polu.

Avšak s druhé strany, tak jako větší neb menší křivost koule závisí od jejích rozměrů, t. j. od jejího poloměru, tak může i křivost uvažované plochy býti větší neb menší a bude záviseti od jisté linearné veličiny, charakterisující rozměry plochy samé, t. zv. parametru plochy. Tak jest poloměr koule parametrem této plochy. Čím větší poloměr koule, tím nepatrnější křivost jejího povrchu, a malé části její mohou býti pokládány za rovné. Rovina se necharakterisuje nijakým parametrem, a všecky roviny totožny. Ale plochy s negativní křivostí různí se dle jich parametru — čím bude parametr plochy větší, tím bude menší její křivost, a nevelké části této plochy při velkém parametru mohou též býti pokládány za rovinné.

Tato okolnost činí nemožným řešení otázky: jaká že to plocha, jež se dotýká plochy zeměkoule v jednom bodě a představuje místo všech horizontalných světelných paprsků vycházejících z onoho bodu, na níž první geometrové konali svá zpytování — zda-li to *Euklidova* rovina nebo plocha *Lobačevským* určená?

---

*) T. zv. pseudosféra, vznikající otáčením traktorie přímky kolem této. *W.*

Po tom, co pověděno, naskytuje se myšlénka: jest-li v dostupné nám oblasti prostoru geometrie *Euklidova* i geometrie *Lobačevského* dávají tytéž výsledky, stejným spůsobem se potvrzují bezprostředným měřením, zda tu otázka o tom, která z obou pravdiva, není prázdnou, nanejvýš zbytečnou. Pro praktické cíle možno vybrati tu či onu geometrii, přirozeně tu, která prostěji řeší praktické úlohy, a tou bude geometrie *Euklidova*; a tak v naší době skutečně činíme.

Nutno však, bychom pohlíželi na věc s jiné strany, neomezujíce se na současné otázky praktické. Jest-li omezenost našich smyslův a nedokonalost měřících nástrojův nám nedovolují proniknouti v oddálenější oblasti prostoru, což se nám tím již navždy zamezuje dostup v ony nám dosud nedostupné části prostoru? Stačí již prostý rozvoj techniky vyrábění astronomických dalekohledův, a tím více vynálezy nových nástrojův, které by nám dávaly možnost netoliko viděti, ale slyšeti, ano i ohledávati na velké vzdálenosti, tak oblast nám dostupného prostoru zvětšiti a snad patrnými učiniti odchylky od nyní přijaté geometrie *Euklidovy*. Na př. se mohou nalézti trojúhelníky, v kterých součet úhlův bude menší dvou pravých, aneb se spozoruje jiná jakákoli odchylka od přijaté geometrie; pak budeme nuceni přiznati, že skutečně existující prostor jest prostor *Lobačevského*. Avšak nehledíc k tomuto hádání do budoucnosti, má řešení otázky o vlastnostech prostoru i v nynějším čase všeobecně filosofický význam.

Již na počátku jsem řekl, že plocha, na které první geometrové prováděli své výzkumy byla pokládána za rovinu dotýkající se zemského povrchu v jednom bodě, hlavně proto, že do ní zapadal světelný paprsek, který i staří geometrové pokládali za úplně stanovený dvěma libovolnými jeho body; a skutečně, takový zjev, jaký jsme pozorovali na zemském povrchu, že všecky meridiany vycházející ze severního polu se nanovo všecky scházejí v jižném, u světelných paprskův ještě nikdy nepozorován, t. j. nepozorováno, že by světelné paprsky vycházející z jednoho bodu, z kterékoliv stálice, bez lomu a odrazu znova se sešly v jednom bodě. Avšak jest-li zjev se nepozoroval, rovná se to jeho nemožnosti? Naše teleskopy pronikají tak nepatrnou částí prostoru, že nemáme práva činiti jakékoli závěrky o všem prostoru, o těch částech jeho, které leží vně oblasti dostupné teleskopům, a proto nelze nazvati nemožným předpokládání, že všecky paprsky stálice se znova scházejí v jednom bodě, ležícím v oblasti prostoru našemu zření nedostupné.

Jaké důsledky budou vyplývati z takové supposice? Předně, že ta idealní rovina, jež představována jakožto místo horizontalných světelných paprskův čili paprsků zorných, vycházejících z jednoho bodu zeměkoule, nebude již rovinou, ale bude kulovou plochou, s poloměrem mnohem větším než poloměr země, a dotýkající se zemského povrchu. Nepouštějíce se do rozboru toho, bude-li se tato plocha dotýkati země vypouklou neb vydutou stranou, učiníme druhý závěrek, že čára, kterou nazýváme přímou, bude na kouli; tedy bude kruhovým obloukem. Ale jest-li tomu tak, ta čára, přijímaná námi za přímou, nebude bezkonečná; ona bude toliko neomezená, tak jako kružnice nemá ani počátku ani konce, ale jest uzavřena a má určitou konečnou délku, závislou od jejího poloměru. Jest-li bychom připustili, že všechen viditelný fysický svět, čili všecka nebeská světla se pohybují v prostoru na takové čáře, pak by tento pohyb nebyl bezkonečným, ale fysický svět by se znova vrátil na svoje dřívější místo po uplynutí určité doby, snad po stech millionův let a více; v postupu tohoto pohybu by se všecky světové jevy opakovaly v témž pořádku; tato opakování by následovala po určité, velmi dlouhé době, t. j. veškeré jevy opakovaly by se periodicky. Velikost této periody by očividně závisela od rozměrův poloměru toho kruhu, který přijímáme za přímou čáru; následovně by se poloměrem tohoto kruhu vymezil rozměr prostoru, rozměr všeho existujícího světa. To by byla absolutní, celému světu obecná jednotka míry.

Avšak takový zjev, z něhož by vytékaly právě vytknuté důsledky, zjev, že všecky paprsky stálice bez lomu a odrazu by se znova sešly v jednom bodě, nebyl pozorován; proto není žádných podkladův, by se přidávalo realného významu všem těmto důsledkům, ale naopak jest nevyhnutelno dopustiti, že světelné paprsky se na novo nescházejí v jednom bodě, a že každý paprsek jest úplně stanoven kterýmikoli jeho dvěma body.

Vyloučivše takovým způsobem supposici o sferičnosti prostoru a připustivše, že zorný paprsek čili čára nejkratší vzdálenosti mezi dvěma body se úplně určuje kterýmikoli dvěma body jeho, neustanovili jsme ještě docela vlastnosti prostoru. Idealná rovina prvních geometrův, do níž zapadá se všemi svými body světelný paprsek, může v tomto případě, jakož jsme viděli, býti rovinou *Euklidovou* aneb plochou *Lobačevským* vytčenou. V tom i onom případě může každá čára nejkratší vzdálenosti dvou bodův býti prodloužena do nekonečnosti v tu i v onu stranu; tedy bude prostor *Euklidův* i prostor *Lobačevského* nekonečným ve všech směrech, avšak mezi nimi bude podstatný rozdíl. Rovina *Euklidova* se neurčuje nijakým parametrem, všecky roviny totožny, a proto prostor *Euklidův* nebude se určovati nijakými parametry. Rozměr světa dle *Euklida* zůstává neurčitým. Můžeme připustiti svět mající určité rozměry, aneb svět desetkrát, tisíckrát, millionkrát větší neb menší, a obdržíme světy sobě úplně podobné, nelišící se v ničem podstatném; přímo řečeno, dle učení *Euklidova* svět nemá rozměrův.

Toho neobdržíme dle učení *Lobačevského*. Jím vytčená plocha má křivost, a tato křivost pro různé plochy tohoto rodu může býti větší neb menší, jako bývá větší neb menší křivost kulí s rozličnými poloměry. A podobně jako křivost koule závisí od velikosti poloměru, tak i křivost plochy *Lobačevského* závisí od délky jisté linearné veličiny, parametru této plochy. Rozměry tohoto parametru mohou se odvoditi toliko z bezprostředních měření, a tento parametr bude společný všem plochám tohoto rodu, hrajícím roli roviny v prostoru *Lobačevského.* Tato veličina, nám dosud neznámá, bude tedy i parametrem prostoru samého. Od velikosti tohoto parametru budou záviseti rozměry existujícího světa, a tento parametr bude absolutní světovou jednotkou míry.

Který z prostorů existuje ve skutečnosti — prostor *Euklidův* či prostor *Lobačevského*, a jak veliký jest parametr posledního prostoru v případě jeho skutečné existence, možno rozhodnouti, jakož jsem již řekl, toliko bezprostředním měřením, dosud pro nás nedostupným. Avšak který z obou prostorů se lépe vystihuje naším rozumem, co více souhlasí s velikostí tvůrčí síly — svět-li úplně vymezený, přesně ustanovených rozměrův, ač nám neznámých, čili svět nemající vyměření — řešení této otázky podstoupiti uemám smělosti."

Řeč svou zakončil prof. *Suvorov* poukázáním k četným pracím mathematickým, jež vzaly svůj původ v pracích *Lobačevského*, a které přispěly nejen k zbudování geometrie ne-*Euklidovské*, ale vedly i k applikacím na jiné části vědy, jako na př. theorii vícenásobných integralův, oddělování kořenů soudobých rovnic a j. v. —

Řeč, kterou pronesl profesor *A. Vasiljev*, nesla se více k historické stránce. Vzhledem k obmezenému prostoru a vzhledem k okolnosti, že tato řeč byla převedena americkým učencem *Dr. G. B. Halsted*-em na jazyk anglický,*) buďtež v následujících řádcích jen nejhlavnější její části stručně vytknuty:

---

*) *Nicolái Ivánovich Lobachévsky.* Adress pronounced at the commemorative meeting of the Imp. University of Kasan, october 22, 1893 by

„Šlechetný život *Lobačevského* úzce souvisí s historií university Kazaňské; ta byla založena 5. listopadu r. 1804., a již 7. listopadu r. 1807. zaznamenán *Lobačevskij* mezi absolventy Kazaňského gymnasia, přípustnými k výkladům universitním. Prvním professorem mathematiky zde byl Jan Martin Kristian *Bartels*, bývalý učitel osmiletého *Gausse* a potomní přítel jeho, pozdější professor university Derptské (Jurjevské), jehož vliv na mladého a živého *Lobačevského* byl u velké míře blahodárný. Úroveň výkladů Bartelsových byla táž jako na nejlepších universitách německých; nadaný a učený professor předváděl svým posluchačům všecka klassická díla tehdejší doby: differencialný a integralný počet *Eulerův*, analytickou mechaniku *Lagrangeovu*, Application de l'Analyse à la Géometrie od *Monge*-a a *Gaussovy* Disquisitiones arithmeticae. Dle vlastních poznámek četl o historii mathematiky, rozvinuje před svým posluchačstvem široký rozhled na pokroky lidského ducha v tomto oboru myšlénkovém.

Ač se chování *Lobačevského* nedostávalo dobrých známek, stal se přece 10. července r. 1811. „magistrem“ pro neobyčejné pokroky v mathematice a fysice a pro jeho thesi „Theorie elliptického pohybu nebeských těl“. Počal studovati privatně u *Bartelsa* po čtyři hodiny týdně Disquisitiones arithmeticae a první díl *Laplaceovy* Mécanique céleste; jedním z výsledků tohoto studia byla these „O řešení algebraické rovnice $x^n - 1 = 0$“, jednající o snížení stupně binomické rovnice v případě, kdy stupeň jest tvaru $4k + 1$.

Jakožto magistru náleželo *Lobačevskému*, by assistoval *Bartelsa* v professuře mathematiky a vykládal posluchačům partie, jimž nebyli dobře porozuměli.

V neméně těsných stycích byl *Lobačevskij* s *Bronnerem*,

Professor *A. Vasiljev*, President of the physico-mathematical Society of Kasan. Translated from the Russian, with a Preface, by Dr. *George Bruce Halsted*, President of the Texas Academy of Science. Austin, Texas, U. S. A. 1894.

professorem fysiky a ředitelem paedagogického ústavu. Nadaná osobnost *Bronnerova*, jenž byl tak mnoho prožil a promyslil, katolický mnich, pak illuminat, spisovatel idyll, mechanik a fysik, pak historik a statistik kantonu Aargavského, kdež ukončil svůj bouřlivý život, jednou uchvácen *Rousseauem*, modlou francouzské revoluce, pak zase *Kantovou* „Kritikou čistého rozumu“, musila nutně způsobem okouzlujícím působiti na posluchače, a jeho široké filosofické vzdělání bez odporu mnoho přispělo k vědeckému vyvinutí *Lobačevského* a jeho spolužákův.

Po *Bartelsovi* a *Bronnerovi*, však ještě v létech studentských *Lobačevského*, přišli do Kazani a byli jeho učiteli *Renner* a *Littrow*. Bývalý privatní docent Gottingské university, *Kaspar Friedrich Renner*, výborný mathematik a latinist jeví se nám, dle pamětí nás došlých, se stránky nejsympatičtější, jakožto člověk, na nějž se výborně hodí verš Puskinův o „duši přímo Gottingské“. *Littrow*, slavný astronom, člověk velevzdělaný, stoupenec filosofie *Schellingovy*, postavil výklady o astronomii v naší universitě na jednu úroveň s výklady o mathematice. Za řízení *Littrowa* pozoroval *Lobačevskij* se svým soudruhem, pozdějším proslulým professorem astronomie *J. M. Simonovým*, kometu r. 1811., a pojednání *Littrowa* o oněch pozorováních*) obsahuje první tištěnou zmínku o vědeckých pracích *Lobačevského*.

Duševní oživení oné jasné doby, do níž připadlo mládí *Lobačevského*, nadaní učitelé otvírající úsilovně mladé mysli světlu vědy a pravdy — toť bylo ovzduší, v němž se vzdělával *Lobačevskij* s tím idealistickým názorem, jímž dýše jeho pozoruhodná „Řeč o hlavních předmětech vychování“, s jeho žádostí po všestranném vzdělání, s tou neodvislostí ducha, jíž bylo třeba, by mohl pochybovati o pravdě axiomatu uznávaného všeobecně v průběhu dvou tisíců let a pověřeného autoritou

*) Kazanskija Izvěstija, 1811., No. 21.

Euklidovou, s tou horoucí láskou k vědecké pravdě, jež mu umožnila, že se nezastavil ani před lhostejností, ani před úsměšky vrstevníkův, že provedl tvrdošijně a vytrvale své zamilované vědecké idey.

Zda byl *Lobačevskij* svým učitelům, obzvláště *Bartelsovi* i něčím jiným povinnován, t. volbou onoho předmětu, jímž se stal slavným: otázkou po základech geometrie? Jest pravděpodobné, že to navždy zůstane záhadou; avšak jakkoli velké jest naše vlastenecké nadšení pro *Lobačevského*, láska k pravdě nás nutí připustiti možnost vlivu *Gaussa* na *Lobačevského*, prostřednictvím *Bartelsovým*.

Velký německý mathematik zkritisoval v l. 1816. a 1822. různé pokusy o dokázání *Euklidova* postulatu, prohlašuje kategoricky každý takový pokus za marný; sám pak, jakož z jeho známého dopisu r. 1846. *Schuhmacherovi* psaného vychází, byl již r. 1792. přesvědčen o možnosti ne-*Euklidovské* geometrie. V té době byl však v úzkých přátelských stycích s *Bartelsem*, s nímž asi tehdy i později sdílel své náhledy o theorii rovnoběžek.*)

Mohl *Bartels* pomlčeti o smělých a zajímavých názorech *Gaussových* na jednu ze základních otázek geometrie vůči svému zkoumavému a nadanému kazaňskému žáku?

Avšak mimo tuto domněnku jsme dlužni konečně podati

*) Zachoval se nám dopis, jejž *Gauss* r. 1799. zaslal jinému svému příteli a spolužáku, *Wolfgangu Bolyai*-ovi, otci *Jana Bolyai*-e, autora díla „Appendix scientiam spatii absoluti veram exhibens" (1832.), v němž později než *Lobačevským*, však neodvisle od něho položeny základy geometrie nezávislé od postulatu *Euklidova*. V dopise vztahujícím se k r. 1799. a vzpomenutém v řeči professora *Schering*-a [Gedächtnissrede zum 100-jährigen Geburtstage von *Gauss*, p. 7. (1877.)]. *Gauss* píše: „Možno sestrojiti geometrii, pro kterou nemá místa axioma o rovnoběžkách. Jestli dopustím, že pro plochu trojúhelníka neexistuje horní mez, tu *Euklidova* geometrie může býti dokázána; v opačném případě přicházím k jiné geometrii".

i jiná objasnění, proč *Lobačevskij* se zastavil u otázky o základech geometrie a theorie rovnoběžek.

S jedné strany, zájem o theorii rovnoběžek, existovavší i u řeckých mathematikův (*Proclus* a *Ptolomaeus*) i u Arabův (*Nassir-Eddin*), i v XVI.—XVIII. století v Evropě (*Clavius*, *Saccheri* a j.), zvláště se oživil na konci předešlého a na počátku tohoto století. V jediném roce 1786. n. př. objevilo se sedm pojednání věnovaných otázce o rovnoběžkách. V r. 1794. vyšlo první vydání známé učebnice geometrie slavného francouzského mathematika *Legendrea* s důkazem postulatu *Euklidova* sosnovaným na zákoně jednorodnosti. Tímto důkazem *Legendre* zahájil řadu svých pozoruhodných prací o theorii rovnoběžek; z části v četných vydáních své učebnice, z části ve zvláštních pojednáních *) snaží se *Legendre* dojíti se všech stran k řešení těžkého úkolu a upotřebuje všecku sílu svého ducha i vědění na to, by dal důkaz *Euklidova* postulatu nepodléhající námitkám.

Tyto práce *Legendreovy* zvyšovaly svého času zájem o theorii rovnoběžek. V dvacetipětiletí, předcházejícím první dílo *Lobačevského*, není jediného roku, v němž by nebylo vyšlo jedno neb více pojednání o theorii rovnoběžek. Známe as třicet pojednání v jazyku německém a francouzském jen z let od r. 1803. do r. 1827. Některá z těchto pojednání zachována v naší bibliothéce z dob *Lobačevského* a opatřena, jakož její katalog dokazuje, samým *Lobačevským*.**)

Bezúspěšnost všech těchto pokusův dokázati postulát *Euklida*, t. j. převésti jej na předchozí axiomata, postulaty a definice, pobídla *Gaussa* v r. 1816., by svoje mínění v následu-

---

*) Nouvelle théorie des parallèles avec un appendice contenant la manière de perfectionner la théorie des parallèles. Paris 1803.

**) *Hessling*. Versuch einer Theorie der Parallellinien. Halle, 1818. *Lüdicke*. Versuch einer neuen Theorie der Parallellinien im Zusammenhange mit den Grundlehren der Geometrie dargestellt. Meissen 1819.

jících slovech vyslovil: *) „Es wird wenige Gegenstände im Gebiete der Mathematik geben, über welche so viel geschrieben wäre, wie über die Lücke im Anfange der Geometrie bei Begründung der Theorie der Parallellinien. Selten vergeht ein Jahr, wo nicht irgend ein Versuch zum Vorschein käme, diese Lücke auszufüllen, ohne dass wir doch, wenn wir ehrlich und offen reden wollen, sagen könnten, dass wir im Wesentlichen irgend weiter gekommen wären, als *Euklides* vor 2000 Jahren. Ein solches aufrichtiges und unumwundenes Geständniss scheint uns der Würde der Wissenschaft angemessener, als das eitele Bemühen, die Lücke, *die man nicht ausfüllen kann*, durch ein unhaltbares Gewebe von Scheinbeweisen zu verbergen".

Tato bezúspěšnost všech předchozích pokusův mohla i nezávisle od vlivu *Gaussa* a *Bartelsa* přivésti *Lobačevského* k myšlénce, zároveň s geometrií zosnovanou na postulatu *Euklidově* zbudovati jiný geometrický system, nezávislý od tohoto postulatu. Ku skvělémn řešení této otázky, jež podal *Lobačevskij*, byl se již v první polovině 18. století přiblížil vlašský učený jezuita *Saccheri*; **) skoro současně s *Lobačevským* k ne-*Eu*-

*) *Gauss*, Gesammelte Werke, t. IV., p. 364. sqq.

***) O *Saccherim* jakožto předchůdci *Lobačevského* viz moji stať v „Izvěstijach fyziko-matem. obščestva v Kazani" sv. III., číslo 3.

V poslední době mathematikové obrátili svoji pozornost k některým jiným pojednáním, v nichž se vyskytovala též myšlénka o možnosti ne-Euklidovské geometrie. Tak *Lambertovi*, slavnému filosofu a mathematiku, přináleží pojednání „Zur Theorie der Parallellinien", uveřejněné v „Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik" z r. 1786. V něm *Lambert* se zmiňuje o nemožnosti dokázati axioma o rovnoběžkách, též o imaginarné kouli, a tvrdí, že v prostoru, v němž součet úhlův jest menší dvou pravých, existuje absolutní jednice míry. *Taurinus* ve své „Theorie der Parallellinien" (1825.) praví: „Die Idee einer Geometrie, in welcher die Summe dor Dreieckswinkel kleiner als zwei Rechte wäre, ist mir schon vor vier Jahren mitgetheilt worden (von meinem Oheim Prof. S. in K., damals noch in M.); ich habe mich aber nicht damit befreunden können und kann es jetzt noch viel weniger". Dle hypothesy velmi pravdč podobné *G. S. Semikolenova*, autora „Studií o geometrii *Lobačevského*", zde se mluví o prof. *Schweickhardt*-ovi, o němž se zmiňuje *Gauss* ve svém pro-

klidovské geometrii přišel *Jan Bolyai*, syn *Wolfganga Bolyaie*, žáka i druha *Gaussa*.

S druhé strany i filosofické smýšlení té doby vedlo k otázce po skutečnosti a původu geometrických axiomat.

Doba, v které *Lobačevskij* s žárem junosti a žádostí po slávě přistoupil k samostatné práci vědecké, byla význačnou epochou v historii lidského ducha. Ona se nám jeví, dle výmluvných slov *Helmholtzových* v jeho řeči „Ueber die Thatsachen in der Wahrnehmung“, „jako doba bohatá duševním blahem, oduševněním, energií, idealnými nadějemi a tvůrčími myšlénkami“.

Táto epocha učinila základním úkolem každé náuky úkol theorie poznání: „Co jest pravda? v jakém smyslu odpovídají naše představy skutečnosti?“ K vytčení této úlohy nejvíce přispěl *Kant* svojí „Kritikou čistého rozumu“ a náukou o prostoru v ní obsaženou.

Veliký královecký filosof v průběhu svého života několikrát a v rozličných smyslech řešil otázku o skutečnosti prostoru.

V prvním svém pojednání „Gedanken über die wahre Schätzung der lebendigen Kräfte“ (1746.) dvaadvacetiletý *Kant* s jinošskou smělostí podjímá se otázky o příčině tří rozměrův prostoru a vidí tuto příčinu v tom, že duše přijímá dojmy, souhlasně s *Newtonovým* zákonem attrakčním, v opačném poměru ku čtverci vzdálenosti. Později, v té době, kdy se nalézal pod vlivem *Newtona* a napsal svoji „Obecnou přírodní historii nebe“, sdílel názor *Newtonův* na prostor, jakožto objektivně existující, předcházející všem věcem, jakožto jich umístiště, a v pojednání pro geometry zajímavém „Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume“ (1768.) užívá existence dvou symmetrických těles k tomu, by ukázal, že abso-

slulém dopise k *Schuhmacherovi* (V. „O základech geometrie“. Vydání fysiko-mathemat. obščestva. Kazaň. 1893. Str. IX.).

lutní prostor má svoji vlastní realnost, netoliko nezávislou od existence všeliké látky, ale i nevyhnutelnou pro její existenci. Avšak již po dvou létech v pojednání „De mundi sensibilis atque intelligibilis forma atque principiis" (1770.). *Kant* vykládá svoje učení o prostoru jakožto apriorné, všelikému pokusu předexistující, úplně subjektivné formě našeho názoru, učení, které též tvoří jednu z hlavních doktrin „Kritiky čistého rozumu" (1781.). V tomto učení *Kantově* má rozhodný význam jeho náhled o axiomatech geometrie. *Kant* užívá očividného fakta, že tato axiomata geometrie se nám jeví nevyhnutelně pravdivými, a my že sobě nemůžeme představiti prostoru nenadaného vlastnostmi vyjádřenými těmito axiomaty, aby dokázal, že jsou dány dříve než všeliký pokus, a že z toho důvodu prostor jest transcendentní, od pokusu nezávislá forma nazírání.

Učení *Kantovo*, opáčné učení *Lockeovu*, *Condillacovu* a jiných sensualistů setkalo se s četnými odpůrci.*)

Gauss n. př. několikrát se vyslovil proti učení *Kantovu* a vyjádřil náhled svůj slovy: „Nach meiner innigsten Ueberzeugung hat die Raumlehre in unserm Wissen a priori eine ganz andere Stellung wie die reine Grössenlehre; es geht unserer Kenntniss von jener durchaus diejenige vollständige Ueberzeugung von ihrer Nothwendigkeit (also auch von ihrer absoluten Wahrheit) ab, die der letzteren eigen ist; wir müssen in Demuth zugeben, dass, wenn die Zahl bloss unseres Geistes Product ist, der Raum auch ausser unserem Geiste eine Realität hat, der wir a priori ihre Gesetze nicht vollständig vorschreiben können.**)

---

*) Takovým protivníkem jevil se na příklad *Adam Weishaupt*, známý zakladatel řádu illuminatův, ve své brožuře: „Zweifel über die Kantischen Begriffe von Zeit und Raum". Nürnberg. 1788. O *Weishauptovi* viz mou brožuru: „*Bronner* a *Lobačevskij*. Dvě episody z života prvních professorů Kazaňské university". Kazaň. 1893.

**) Briefwechsel zwischen *Gauss* und *Bessel*. Leipzig. 1880. Str. 497.

Na Rusi proti učení *Kantovu* o prostoru vyvstal v prvním roce studentském *Lobačevského* jiný nadaný ruský mathematik počátku tohoto století, professor Charkovské university *Timofej Osipovskij*, překladatel „Logiky" *Condillacovy*, v řeči „O prostoru a čase". *) Ve své kritice *Osipovskij* se staví na sensualistické stanovisko a kategoricky se zastává objektivnosti prostoru. „Prostor a čas jsou podmínkami bytí všech věcí, v samé přírodě i v sobě samých existující, a ne toliko v naší obraznosti. Ponětí o prostoru pochází od dojmů vycházejících od něho prostřednictvím našich vnějších smyslův na vnitřní".

Sotva lze předpokládati, že mnohostranně vzdělaný *Lobačevskij* zůstal netečným k těmto otázkám, naplňujícím mysli onoho času. A *Lobačevskij* svými geometrickými výzkumy, jím dokázanou možností přesně logické ne-*Euklidovské* geometrie, pronesl závažné slovo v otázce *Kantem* položené. Na řešení dané v „Kritice čistého rozumu" *Lobačevskij* odpovídá přiznáním, že jedna z nevyhnutelných pravd geometrie — *Euklidův* postulat — jest fysickým zákonem, t. j. pokusem daným, a hledá v astronomických pozorováních odpověď k otázce po jeho pravdivosti.

Nade vše jasněji *Lobačevskij* formuloval svoji genialní myšlénku na první straně svých „Nových Základův" v slovech: „V samých pojmech geometrie se jestě neuzavírá ta pravda, kterou chtěli dokazovati a kterou pověřiti rovněž jiné fysikalné zákony, mohou jen pokusy, jako na př. astronomická pozorování". Tato myšlénka přímo odporuje mínění, podle něhož naše znání o prostoru jest znání absolutné, k jehož pověření se pokus nejeví nevyhnutelným.

Tomuto učení o absolutném znání prostoru, jež jest mezi úhelnými kameny „Kritiky čistého rozumu", zasadil

*) Řeč proslovená v slavnostním shromáždění cís. Charkovské university, konaném 30. srpna 1807.

Lobačevskij ránu nezhojitelnou. Do *Lobačevského* bylo možno tvrditi, že neznajíce ničeho o podstatnosti jevů ve světě, vidouce toliko fenomeny a neznajíce „věcí samých o sobě“, alespoň v geometrii jsme měli absolutné znání prostoru, majícího jedny a tytéž vlastnosti jak zde, tak i v ohromně velikých vzdálenostech, jak dnes, tak včera a zítra. Po *Lobačevském* současný geometr, pro kterého jsou stejně logicky možnými i forma prostoru učená *Euklidem*, i forma prostoru učená *Lobačevským*, i ta, které se dává jméno *Riemanna*, — nebude tvrditi, že zná vlastnosti prostoru v ohromných vzdálenostech od nás; nebude tvrditi, že ví, jaké vlastnosti prostor měl, jaké bude míti.*)

Podobně jako po objevu *Koperníkově*, rozšířil se neobyčejně obzor světový po výzkumech *Lobačevského*. Po *Koperníkovi* lidé, kteří myslili, že mají absolutní ponětí o všemíru, v jehož středu že byla země, pojednou se octli živoucími na nepatrném zrnu píščitém v neobsáhlém okeanu světův. Zda-li konce tomuto okeanu, a v čem záleží? — Ejhle otázky, jež položil system *Koperníkův*! Výzkumy *Lobačevského* položily přírodní filosofii otázky ne menší vážnosti — otázku po vlastnostech prostoru: jedny-li tyto vlastnosti zde a v těch dalekých světech, odkud světlo přichází k nám ve stech tisících, v millionech let? takové-li tyto vlastnosti nyní, jakými byly, kdy slunečná soustava se tvořila z mlhových skvrn, a jaké budou, kdy svět se bude blížiti onomu stavu energie všude rovnoměrně rozprostřené, v němž fysikové spatřují budoucnost světa? Hle v čem se uzavírá parallela mezi *Koperníkem* a *Lobačevským*, provedená poprvé *Cliffordem* v jeho „Philosophy of the pure sciences“ **) a posvěcená nyní autoritou mnohých vynikajících učencův. Název „*Koperníka* geometrie“, dvojnásob lichotící slovanskému srdci,

---

*) *W. K. Clifford*, Lectures and Essays. 2. ed. London. 1886. p. 213.

**) Lectures and Essays. 1. ed. London. 1886. p. 180—243.

dán *Lobačevskému* na př. velkým anglickým mathematikem *Sylvesterem.* *)

Tvrdě relativnost našich znání o prostoru, *Lobačevskij* ukazuje zároveň onu cestu, kterou dlužno jíti, a rozšiřuje naše vědomosti o něm. Tato cesta jest cesta pokusu. V tomto ohledu se jeví *Lobačevskij* pokračovatelem v díle těch velikých učencův a filosofův: *Bacona, Descartesa, Galilea* a *Newtona*, kteří zanechavše aprioristických soudův, počali se tázati přírody, vědouce, že ona, jakož praví *Lobačevskij*, odpovídá k otázkám jistě a uspokojivě. **)

Výzkumy *Lobačevského* osvětlují myšlénku pronesenou *Newtonem* v předmluvě k jeho *Principiím* o geometrii, jakožto části mechaniky, zakládající se na mechanických výkonech nevyhnutelných při měření: „Fundatur igitur Geometria in praxi Mechanica et nihil aliud est quam Mechanicae universalis pars illa, quae artem mensurandi proponit ac demonstrat.“

Ve vší své vědecké činnosti *Lobačevskij* se jeví vynikajícím představitelem jasného ducha ruského, usilujícího o očividnost a dávajícího přednost vědecké pravdě, osnované na pokuse, před pochybnými pokyny vnitřních smyslův a před úvahami metafysickými. Několikráte *Lobačevskij* pronáší své zdravé názory na přírodní filosofii. „V přírodě,“ praví on, „poznáváme vlastně toliko pohyb, bez kterého smyslné dojmy nemožny. Vše další ponětí, na př. geometrická, utvořeny naším umem uměle, jsouce

---

*) I cordially join with you in the hope that our english mathematicians may not be wanting in the manifestation of honor due to your illustrious compatriot, „the *Copernicus* of geometry.“ (Z dopisu prof. *Sylvestera* k autoru řeči.)

**) Řeč o hlavních předmětech vychování (Kazaňský Věstník, 1830).

vzata z vlastností pohybu; a proto prostor sám sebou, odděleně, *) pro nás neexistuje.“ **)

Prvními danými, bez pochyby, budou vždy ona ponětí, kterých nabýváme v přírodě prostředkem svých smyslův. Um může a má je převésti na nejmenší počet, by sloužila pak vědě za pevný základ. ***)

Svou vysokou vážnost k pokusu *Lobačevskij* projevuje ve své pozoruhodné řeči „O hlavních předmětech vychování.“ „Mathematikové odkryli přímé prostředky k dosáhnutí poznání. Však ještě ne dávno tomu, co užíváme těchto prostředkův. Ty ukázal nám znamenitý *Bacon*. „Zanechte,“ pravil on, „marné práce chtíce vyvésti z rozumu všecku moudrost; ptejte se přírody, ona obsahuje všecky pravdy a na vaše otázky vám odpoví jistě a uspokojivě.“ Na konec genius *Descartesův* přivodil tuto šťastnou změnu a, díky jeho nadání, žijeme již v takovém čase, kdy jedva stín staré scholastiky obchází universitami.“

Z řečeného očividno, že idea *Lobačevského* — odvrhnouti jeden z těch postulatův *Euklidových*, který *Kant* pokládal za nutnou pravdu, ukázati možnost logického sestrojení geometrie, i bez tohoto postulatu a zároveň marnost všech úsilí dokázati jej — nebyla myšlénka svévolného ducha, dychtícího po originalnosti, jakož myslila většina mathematikův, jeho vrstevníkův. Úloha, kterou řešil *Lobačevskij*, byla úlohou danou i mathematikou i filosofií jeho doby. Avšak poznání této úlohy vyžadovalo genialnosti *Gaussovy* a *Lobačevského;* aby ku konci přivedena byla, byly nutny vytrvalost a pracovitost posledního. Pro nás zůstane vždy předmětem uctivého obdivu a vysoké vlastenecké hrdosti,

*) Mně se zdá, že slovo *odděleně* nutno pojímati v smyslu *„nezávisle od pohybu a měření.“* Otázka po vlastnostech prostoru jeví se takovým způsobem totožnou s otázkou po způsobech měření. Tato myšlénka leží v základu názorův *Cayleya* a *Kleina* na geometrii *Lobačevského*, o čemž bude jednáno níže.

**) Nové základy geometrie. Sebrané spisy *Lobačevského*. T. I. str. 227.

***) Tamže str. 231.

že tuto úlohu, postavenou duševním hnutím předních národův Evropy, řešil učenec žijící v daleké od středů vědeckého života Kazani, neopustivší nikdy Rusko a nenalezavší se v živém bezprostředním obcování s mysliteli a geometry západní Evropy.

Prázdné chvíle pro zaměstnání se systematickým vyložením geometrie, nezávislé od postulatu *Euklidova*, té geometrie, která nyní nese jméno *Lobačevského*, dala *Lobačevskému* ona doba života Kazaňské university, která souvisí s jménem *Magnického*, kuratora university Kazaňské, pokryteckého a zlomyslného nepřítele vědy a lidského rozumu. Tato doba neochraňovala práce přesně vědecké. Avšak v tom čase, kdy kollega *Lobačevského*, professor *Nikolskij*, podřiďuje se panující náladě, v svém spise „O užitku mathematiky" hledá mystických výkladův k mathematickým pravdám, *Lobačevskij* v pracích, majících na zřeteli jen vědeckou pravdu, hledá uspokojení a zapomenutí tížící přítomnosti.

V archivě kazaňské university našlo se zajímavé dílo, ukazující, že práce *Lobačevského* o systematickém vyložení geometrie počaly se ještě před rokem 1823. V tomto roce předložil *Magnickému* rukověť geometrie psanou ve formě „klassické knihy", aby byla tištěna na účet erarní. *Magnickij* poslal knihu akademiku *Fussovi*. *Fuss* posoudil spis velmi přísně, nalézaje, „že jestli spisovatel myslí, že může sloužiti za učební knihu, to on tím dokazuje, že nemá zevrubného ponětí o potřebách učebné knihy, t. j. o úplnosti geometrických pravd, tvořících všecek system základního vědeckého kursu, o způsobě mathematickém, o nevyhnutelnosti zevrubných a jasných definic všech pojmův, o logickém pořádku a methodickém rozložení předmětův, o náležité posloupnosti geometrických pravd, o neupustitelné a, dle možnosti, čistě geometrické přesnosti jich důkazův. O všech těchto nutných vlastnostech není ani sledu v geometrii mnou prohlédnuté."

Avšak zvláště se durdí *Fuss*, přizpůsobuje se duchu času a svému korrespondentu, nad tím, že spisovatel přijímá francouzský metr za jednici měření přímých čar, a stotinu kruhového kvadrantu pod jménem stupně za jednici při měření kruhových oblouků. „Známo,“ píše *Fuss*, „že toto rozdělení vymyšleno v době francouzské revoluce, kdy zběsilost národa v ničení všeho rozšířila se i na kalendář a na dělení kruhu; avšak tato novota nikde přijata nebyla, i v samé Francii dávno již ostavena, za příčinou očividných nepohodlí.“

Nemilosrdný ve svém úsudku *Fuss* nemohl předvídati, že po sedmdesáti letech netoliko mathematikové ruští, ale všeho světa by jevili nejživější interes pro první pokus *Lobačevského* o vyložení geometrie. Žel, že tento zajímavý rukopis ztracen.

Z dopisu *Fussova* není vidno, že by *Lobačevskij* vykládal ve své učebnici originalné názory na theorii rovnoběžek; avšak nepochybno, že zanášení se *Lobačevského* s geometrií počalo již před r. 1823. Pravděpodobno, že brzy po předložení učebnice geometrie, končícím nezdarem, byl vypracován *Lobačevským* jeho system geometrie, však pro uveřejnění jeho *Lobačevskij* čekal na jinou dobu. Nezdá se nahodilou ta shoda, že 8. února roku 1826. začata byla general-majorem *Želtuchyným* revise Kazaňské university, přivedené pod záminkou „obnovení“ v úplný rozklad, a že tři dny na to, 11. února r. 1826. fysiko-mathematické oddělení zkoumalo *Lobačevským* předloženou „Exposition succincte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles.“

Revise *Želtuchyna* přivodila odstranění *Magnického*. Nastala pro Kazaňskou universitu jiná, jasnější doba, kdy bylo třeba lidí oddaných náuce, milujících universitu. Důvěra kollegův padá na *Lobačevského*, a od 3. května r. 1827. on po devatenáct let zaujímá první místo v Kazaňské universitě a nezištně a neunavně jí slouží.

Mladý rektor (*Lobačevskému* při vstoupení v rektorství bylo toliko třicet tři roky) užívá první příhodné příležitosti, by nepokrytě projevil svoje názory na vychování mládeže, opačné názorům panujícím po několik let před tím, a v slavnostní schůzi 5. července r. 1828. pronáší svoji pozoruhodnou řeč: „O hlavních předmětech vychování," na kterou sobě nyní dovolím obrátiti vaši pozornost.

Řeč počíná s poukázáním na význam vychování. „V jakém stavu, uvažujte, byl by asi člověk, odloučený od společnosti lidské, vydaný jen vůli divoké přírody! Obraťte pak mysl k člověku, který uprostřed spořádaného, vzdělaného měšťanstva posledních věkův osvěty, vysokými vědomostmi jest ke cti a slávě své otčině! Jaký rozdíl! Jaký bezměrný rozdíl odděluje toho od onoho? Tento rozdíl způsobilo vychování. Ono počíná s kolébkou, nabývá se zprva pouhým nápodobením, postupně rozvinuje se rozum, paměť, obraznost, krásochuť, probouzí se láska k sobě, k bližnímu, láska k slávě, smysl pro čest, přání užívati života. Všecky mohutnosti ducha, všecka nadání, všecky náruživosti, vše to zdokonaluje vychování, ladí v jediný harmonický celek a člověk, jakby se znovu narodil, jeví se stvořením dokonalým." Avšak vychování nemá utlačiti a vykořeniti náruživosti člověka a zvláštní jeho přání. „Vše se má zůstaviti při něm; sice zkazíme jeho povahu, znásilníme ji a poškodíme jeho blaho." „Nejčastěji slyšeti žaloby na náruživosti, avšak, jakož správně pravil *Mably*, čím náruživosti silnější, tím užitečnější v společnosti; toliko směr jejich může býti škodlivý."

„Avšak pouhé vědecké vzdělání nedovršuje ještě vychování. Člověk, obohativ svůj um vědomostmi, ještě má se učiti užívati života. Chci hovořiti o vzdělání vkusu. Žíti značí cítiti, užívati života, pociťovati neustále něco nového, co by připomínalo, že žijeme .... Nic tak nestěsnává tok života jako nevědomost; mrtvou, přímou drahou provádí ona život od kolébky k mohyle.

Ještě v nižší třídě umořující, nutné práce, střídající se s oddechem potěšují um zemědělce, řemeslníka; avšak vy, jichž existenci nespravedlivá náhoda učinila těžkým břemenem jiným, vy kterým um otupěl a cítění se udusilo, vy neužijete života. Pro vás mrtva příroda, cizí krásy poesie, zbavena vnady i velkoleposti architektura, nezajímava historie věkův. Těším se myšlenkou, že z naší university nevyjdou podobné plody vegetační přírody; ano že sem ani nevejdou, jestli se na neštěstí s takovým osudem narodili. Nevejdou, opětuji, protože zde vládne láska k slávě, cit cti a vnitřní důstojnosti.“

„Podobá se, že příroda, obdařivši tak štědře člověka při eho narození, se ještě neuspokojila, a vdechla v každého přání předčíti nad druhé, býti známým, býti předmětem obdivu, proslaviti se a takým způsobem vložila na samého člověka starost o vlastní zdokonalení. Um v neustálé činnosti se namáhá získati pocty, povznésti se, a vše lidské plémě jde od dokonalosti k dokonalosti — a kde se zastaví?“

„Važme si života, pokud neztratil své důstojnosti! Nechť příklady v historii, pravdivé ponětí o cti, láska k otčině, probuzená v mladých létech, dají co nejdříve ten blahodárný směr náruživostem i tu sílu, která nám dovoluje triumfovati nad hrůzou smrti.“

Obraceje se k mravnosti, jako k nejhlavnějšímu předmětu vychování, *Lobačevskij* zmiňuje se zvláště o lásce k bližnímu. *„Duclos, Rochefoucauld, Knigge* objasnili, jakým způsobem samoláska bývá skrytou pružinou všech skutků člověka v společnosti. Kdo, ptám se, uměl úplně vyložiti, jaké povinnosti vyplývají z lásky k bližnímu?“ *)

Celá řeč, z níž jsem úryvky předvedl, dýše, jakož vidíte,

*) Ve své výše připomenuté brožuře *„Bronner* a *Lobačevskij“* jsem ve způsobě domněnky pronesl myšlénku, že *Lobačevskij* svými mravně-filosofickými vzhledy v mnohém zavázán vlivu svého učitele *Bronnera.*

planoucím idealismem, láskou k universitě, úctou k lidské přirozenosti, k lidskému rozumu, k lidské důstojnosti.

Překrásným slovům řeči odpovídal i překrásný život, všecek plný prací na rozvití náuky, na zisk rodné university. Jeho nejlepším výsledkem jevily se geometrické výzkumy, o jichž významu pro mathematiku a přírodní filosofii bylo jednáno výše. Avšak náš veliký geometr nebyl výlučně geometrem, jakými byli *Steiner* aneb *Staudt*, a jeho práce o algebře a analysi poskytují též nemalého interesu. Výše bylo připomenuto, že *Lobačevskij* návodem *Bartelsovým* zabýval se studiem znamenitého díla *Gaussova*: „Disquisitiones arithmeticae.“ V tomto díle podává *Gauss*, jakožto korunu svých výzkumů v theorii čísel, znamenité upotřebení jich. Staří geometrové podali známé sestrojení stran pravidelného trojúhelníka, šestiúhelníka, desetiúhelníka pomocí kružítka a pravítka. *Gauss* ukázal, že existuje nekonečné množství jiných pravidelných mnohoúhelníkův, které též mohou býti sestrojeny pomocí kružítka a pravítka.

První práce *Lobačevského,* předložená jím fysiko-mathematickému oddělení v r. 1813: „O řešení algebraické rovnice $x_n - 1 = 0$“, odnášela se zejména k této úloze. Později *Lobačevskij* se vrátil k této úloze v stati: „Snížení stupně v dvoučlenné rovnici, kdy mocnitel zmenšen o jednici jest dělitelen osmi“, a vnesl důležité doplnění v theorii *Gaussovu.*

Ještě na konci let dvacátých, jak nutno předpokládati, *Lobačevskij* obmýšlel napsati učebnici algebry pro gymnasia. Později *Lobačevskij* provedl tento úmysl a rozhodl se sestaviti rukojeť pro učitele i učební knihu pro posluchače na universitách. Taková kniha byla jím vydána v r. 1834 s názvem: „Algebra čili vyčíslení konečných“. Učebnice *Lobačevského* liší se výhodně od tehdejších učebnic algebry netoliko na Rusi, ale i za hranicemi — systematičností rozložení i přesností výkladu základních ponětí. „První ponětí ve všech odvětvích mathematických náuk", píše v předmluvě, „získají se lehce, avšak všude spojeny s nedostatky. Někde záhodno vrátiti se znova k počátkům a pak užíti vší přesnosti". Dle mínění *Lobačevského* „algebra první zahajuje mathematiku se vší přesností ponětí a se vší obšírností názoru; kdežto arithmetika jest pouhým úvodem, jsouc přípravou a cvičením". Proto *Lobačevskij* začíná svoji algebru od prvních ponětí arithmetiky, od základních zákonův arithmetických operací a podává systematický výklad pravd pouhé mathematiky, jevě se důstojným předchůdcem velkého mathematika-systematika naší doby, německého učence *Weierstrassa.* Charakteristickým črtem algebry *Lobačevského* jeví se i její pozoruhodná úplnost. Tak na př. *Lobačevskij* uvádí v algebru učení o trigonometrických funkcích, dávaje jim čistě analytickou definici; v tomto ohledu jeho učebnice má přednost i před klassickými díly *Eulera*: „Introductio in Analysin infinitorum" i *Cauchy*-ho: „Analyse algébrique". V učebnici *Lobačevskij* vykládá mezi jiným i svůj zvláštní způsob přesvědčiti se o divergenci neb konvergenci nekonečných řad. Tento způsob později byl jím vyložen v pojednáních:

1. O konvergenci trigonometrických řad.*)

2. Způsob přesvědčiti se o konvergenci nekonečných řad i přiblížiti se k hodnotám funkcí velmi velkých čísel.**)

3. Ueber die Convergenz der unendlichen Reihen. Kasan. 1841.

Již v prvním z těchto pojednání *Lobačevskij* se dotýká základní otázky differencialního počtu — otázky po vztahu mezi spojitostí a mezi differenciabilitou, a zde právě tak, jako v otázce po základech geometrie, předbíhá své současníky o půlstoletí. Mathematikové XVIII. století nedotkli se otázky o poměru

---

*) Vědecké zápisky cís. kazaňské university, 1834.

**) Tamže, 1835.

mezi spojitostí a differenciabilitou, mlčky předpokládajíce, že každá spojitá funkce jest eo ipso funkcí mající derivaci.

Ampère se pokoušel dokázati tuto větu, avšak jeho důkaz se nevyznamenává přesvědčivostí. Otázka o poměru mezi spojitostí a differenciabilitou obrátila na sebe pozornost v sedmdesátých létech, kdy *Weierstrass* dal příklad funkce spojité v známém intervallu a současně nemající určité derivace v tomto intervallu. Zatím *Lobačevskij* již v třicátých létech ukazoval k nevyhnutelnosti rozlišovati postupnost (po naší terminologii — spojitost) a spojitost (nyní — differenciabilita) funkcí. Zvlášť přesně formuluje on tento rozdíl v „Způsobě přesvědčiti se atd.“ „Funkce jest postupná, kdy přírůsty její se umenšují do nully zároveň s přírůsty proměnné x. Funkce jest spojitá, kdy poměr těchto dvou přírůstů s jich umenšením přechází nenáhlým spůsobem v novou funkci, která bude tedy differencialným koefficientem. Integraly nutno vždy rozděliti na takové intervally, aby elementy pod znakem každého integralu zachovaly postupnost a spojitost.“*)

Podrobněji *Lobačevskij* se zabývá s touto otázkou v stati: „O konvergenci trigonometrických řad“, v které velký interes mají též obecné úvahy o funkcích. „Zdá se“, píše, „že nelze pochybovati ani o pravdě toho, že vše ve světě může býti představeno čísly, ni o správnosti toho, že každá v něm přeměna a poměr se vyjadřuje analytickou funkcí. Zároveň obšírný názor theorický dopouští existenci závislosti toliko v tom smyslu, že přijímá čísla na sobě závislá jakožto současně daná. *Lagrange* ve svém „Calcul des fonctions“, kterým chtěl zaměniti differencialný počet, uškodil tedy tolik obšírnosti ponětí, kolik myslil vyzískati v přesnosti úsudku.“**)

---

*) Další podrobnosti o *Lobačevském* jakožto algebraistovi lze nalézti v Bulletin of the New-York Mathematical Society, Vol. III., Nro. 10., July, 1894.

**) Vědecké zápisky kazaňské university. 1834. Kniha II., str. 183.

Nebudu připomínati ostatní práce *Lobačevského* o theorii pravděpodobnosti a o mechanice. Všecky práce *Lobačevského* svědčí o jeho pozoruhodné zručnosti v počítání a ukazují, že jeho mathematický genius pronikal i nejjemnější otázky analyse.

Láska k vědě neomezovala se pouze na mathematiku, „triumf lidského rozumu". Ona se rozprostírala na všecky ratolesti vědění: botanika, chemie, anatomie rovně zajímaly jeho a byly mu velmi známé.

Avšak zvláště miloval *Lobačevskij* náuky pokusné.

Nemluví nadarmo ve své řeči na místě, námi výše uvedeném, s takým žárem o významu pokusu.

. . . .

. . . .

Vynikající vlastnosti umu i duše získaly *Lobačevskému* za živobytí v universitě i v městě všeobecné úcty. Tato úcta se stejně vztahovala k *Lobačevskému* jakožto rektoru i k *Lobačevskému* jakožto pomocníku „popečitele" (kuratora kazaňského okresu), „Belisara", jak jej tehdy zvali, přišedšímu ke zkouškám universitním.

Avšak vážnost se nesla k člověku, professoru, administratoru; nemohla uspokojiti muže vědy, vědoucího, že do ní vnesl „nové základy."

V tomto smyslu se *Lobačevskij* setkal, jakož známo, buď s lhostejností*) aneb s hrubými a urážlivými výsměchy, kterými naplněna byla kritika v jednom z Petrohradských listův.**) Ano i mezi žáky *Lobačevského* nikdo nepracoval o jeho ideách, aniž se jevil jich přesvědčeným hajitelem. Útěchou mohlo býti jediné jen uznání *Gaussovo*, s nímž si *Lobačevskij* dopisoval, a snad i „příklady historie", ukazující, že lidé, kteří příliš vy-

---

*) Akademik V. J. Buňakovskij v svém díle „Rovnoběžné přímky", tištěném r. 1853, se nezmiňuje o výzkumech *Lobačevského.*

**) Syn otěčestva. 1834.

soko stojí nad svými vrstevníky, docházejí náhrady uznání a slávy toliko po smrti.

Neprošlo ani čtyřicet let po smrti *Lobačevského*, kdy tato odměna i jemu byla údělem.

První, nejvyšší odměnou pro myslitele, tou odměnou, které byl *Lobačevskij* zbaven za svého žití, jevilo se rozvití jeho idey, práce ve směru, jejž dal náuce. Tato práce provádí se nyní i ve vlasti *Lobačevského*, i ve všech vzdělaných krajích Evropy: v Anglii, Francii, Německu, Italii, i ve Španělsku jedva se probudivším z duševního spánku, i uprostřed panenských lesův Texasu.

Práce ta počala r. 1866, kdy zvěčnělý francouzský mathematik *Hoüel*, na něhož musíme dnes vděčně vzpomínati, vydal francouzský překlad německého spisu *Lobačevského*: „Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien",*) přidav k němu výtahy z korrespondence *Gaussa* a *Schumachera*, načež věnoval i samostatný neodvislý spis**) rozvití idey *Lobačevského*.

R. 1867 uveřejněno pojednání *Riemannovo*, ukazující na možnost geometrie prostoru sferického, geometrie, u které nemá místa ani axioma: „dvě přímky nemohou uzavírati prostor".***) Výzkumy ve fysiologické optice přivedly *Helmholtze* okolo téhož času k téže otázce o základech geometrie.†) S jiné strany badání vlašského mathematika *Eugenia Beltramiho* o theorii křivých

*) Etudes géométriques sur la théorie des parallèles, suivies d'un extrait de la correspondance de *Gauss* et *Schumacher*. Traduit de l'Allemand par *J. Hoüel*.

**) Essai critique sur les principes fondamentaux de la Géométrie. Paris 1867. 2e éd. 1886.

***) Ueber die Hypothesen, die der Geometrie zu Grunde liegen. V ruském překladě *D. M. Sincova* pojednání se čte ve sborníku: „O základech geometrie", vydaném fysiko-mathematickým spolkem při cís. kazaňské universitě k jubileu *N. I. Lobačevského*.

†) Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zu Grunde liegen. Ruský převod, mnou sdělaný, nalézá se v témž sborníku.

ploch*), badání, při nichž se řídil principy vyloženými *Gaussem* v jeho znamenitém pojednání: „Disquisitiones generales circa superficies curvas“, přivedla jej k studiu zvláštního rodu ploch — pseudosferických, jak jím byly nazvány, při čemž *Beltrami* ukázal na totožnost geometrie těchto ploch s geometrií *Lobačevského.*

Shrnutí těchto badání vedlo takým způsobem k výsledku, že stejnorodý (t. j. dopouštějící pohyb pevného nezměnitelného tělesa) mathematický prostor může býti trojího druhu; u jednoho z těchto druhů prostoru se čím dále tím více ustaluje pojmenování prostoru *Lobačevského.* Druhé dva nesou název prostoru *Euklidova* a prostoru *Riemannova.* Analytická theorie těchto prostorů se liší dle znamení jistého výrazu, analogického křivosti plochy. Pro prostor *Euklidův* tento výraz — křivost prostoru — roven nulle; pro prostor *Lobačevského* jest záporný a pro prostor *Riemannův* kladný.

Studium prostorů v obecném vzhledě tvoří nyní ne-Euklidovu geometrii. Pro toto studium se jeví nepostrádatelným pomocným prostředkem představa těchto prostorův jakožto obsažených v prostoru o čtyřech rozměrech. Proto k ne-Euklidově geometrii se přimyká a tvoří jaksi její pokračování geometrie více rozměrův, která, osvětlujíc mnohé otázky geometrie, současně se jeví nenahraditelnou pomocí při řešení mnohých úloh analyse.**) Připomínám pro příklad pozoruhodná badání *Poincaréa* v theorii automorfních funkcí, a tu pomoc, kterou geometrie více rozměrův poskytla *Kroneckerovi* v otázce po oddělení kořenův soustavy soudobých rovnic.

---

*) Saggio di una reppresentazione della geometria non — euclidea — Teorica degli spazii di curvatura costante. (Převod těchto pojednání, sdělaný P. P. Meem, nalézá se v témž sborníku).

**) Překrásný výklad badání o základech geometrie a geometrii více rozměrů čte se ve spise professora *Killinga* právě vydaném a našemu fysiko-mathematickému obščestvu věnovaném: „Einführung in die Grundlagen der Geometrie.“

Myšlénka *Lobačevského*, jak bývá se všemi genialními myšlénkami, vyvolala nejrůznější otázky. S jedné strany klade otázku, je-li „fysický prostor naší zkušenosti“ skutečně *Euklidův* prostor, jak se nám to zdá a jak nás přesvědčuje naše omezená zkušenošt. *Newcomb*, *Ball, Peirce* a j., po příkladě samého *Lobačevského*, zajímali se otázkou, do jaké míry astronomická pozorování dovolují řešiti otázku o součtu úhlův trojúhelníku, a sledujíce cestu ukázanou samým *Lobačevským*, viděli odpověď na tuto otázku v stanovení parallax stálic. Hle, co praví o této otázce proslulý učenec, král. irský astronom *Ball*: „Astronomové byli často nepříjemně překvapeni, nalézajíce ve výsledku svých prací zápornou parallaxu. Snad to vždy pocházelo od chyb nevyhnutelných při takých trudných pozorováních; avšak nelze neobrátiti pozornost na to, že kdyby skutečný prostor měl křivost, tu by záporná parallaxa mohla vycházeti i z pozorování nadaných mathematickou přesností.“ Americký učenec *C. S. Peirce* zachází ještě dále a myslí, že dokázal, na základě astronomických pozorování, že náš prostor jest prostorem *Lobačevského.*

Naproti tomu *Zöllner*, na základě úkazu temnoty nebe, na základě výzkumu o tlačení hmot, rozložených v prostorech různých typův, přišel k závěru, že náš prostor přináleží k typu prostoru *Riemannova.*

Mnozí učenci pokoušeli se vysvětliti fysické výjevy supposicí o existenci křivosti prostoru i připuštěním prostoru o větším počtu rozměrův.*) Nejdále v tomto směru zašel nadšený ctitel *Lobačevského Clifford*, unesený hypothesou, dle které pohyb tě-

*) *Mach.* Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag. 1872. „Nedostatek uspokojivé theorie elektřiny závisí snad od toho, že elektrické výjevy hleděly se vysvětliti molekulárnými změnami v prostoru tří rozměrův.“ On a *Bresch* (Der Chemismus im Lichte mehrdimensionaler Raumanschauung. Leipzig. 1882) upotřebili hypothesi o prostoru čtyř rozměrů k objasnění chemických jevův.

lesa, námi pozorovaný, není ničím jiným než změnou křivosti prostoru.

. . . .

. . . .

Připojuji ostatně, že *Lobačevskij* (a jest to velmi charakteristické pro jeho názory filosofické) netoliko nikdy nehovoří o vlastnostech prostoru, ale tvrdí, že prostor sám sebou, odděleně, neexistuje. Proto se podobá, že by *Lobačevskij* neschválil přemítání o vlastnostech prostoru; avšak shledal by, zdá se, rozvití svých názorův a myšlének v té formulaci otázky po ne-*Euklidově* geometrii, kterou nalézáme u *Cayleya* a *Kleina.**) Pro tyto mathematiky otázka, poněkud metafisická, o vlastnostech prostoru zaměňuje se otázkou o způsobu měření vzdáleností. Abychom si učinili ponětí o jich myšlénce, představme si, že naměříme na přímé čáře ABCDEFGH. . . vzdálenosti, rovnající se absolutně AB jedné verstě, BC — $\frac{1}{2}$ versty, CD — $\frac{1}{3}$ versty, DE — $\frac{1}{4}$ versty, EF — $\frac{1}{8}$ versty, atd., měrou, stahující se (na př. náhlou změnou temperatury) při přechodu od AB k BC na polovici, při přechodu od BC k CD opět na polovici, atd. Tu všecky úseky budou se nám zdáti rovnými naší míře, rovnými verstě, a vzdálenost dvou verst rovnající se součtu nekonečné geometrické řady $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$ bude subjektivně rovna nekonečně velkému počtu verst; konec její nikdy nemůže býti dostihžen při našem způsobě měření. Kruh opsaný kolem bodu A poloměrem dvou verst, bude omezujícím kruhem geometrie *Lobačevského.* Soustava relací mezi vzdálenostmi a úhly

---

*) *F. Klein.* Ueber nicht-euklidische Geometrie. (Math. Ann. sv. IV. a VI.). *A. Cayley.* Adress as Praesident of British Association at Southport. 1883.

bude splývat, jak ukázali *Cayley* a *Klein*, s tou soustavou, která tvoří geometrii *Lobačevského.*

Avšak nechť dáme přednost kterékoli stránce otázky, jest patrno, že otázky, postavené naším nesmrtelným geometrem, se neodnášejí toliko k oblasti mathematiky. V jich řešení musí míti účast i fysiologie ústrojí smyslových (především zraku a hmatu) i ta ratolest filosofie, které se dává název theorie poznání. Od jich řešení závisí naše názory na obecnou filosofii přírody.

V tom se i jeví velikost ideí *Lobačevského.*

Čím silnější úder padáním těžkého tělesa v stojatou vodu, tím dáleji se rozprostírá pohyb vln, tím větší místo zachvacují; čím geniálnější myšlénka, tím větší počet oblastí vědeckého myšlení se podrobuje jejímu vlivu. V tom, že idey *Lobačevského* od nynějška budou vždy víc a více zajímati netoliko mathematiky, ale i fysiky, astronomy, fisiology a filosofy, záleží první odměna našeho geometra-myslitele.

Jinou náhradou *Lobačevskému* se jeví všeobecná úcta k jeho jménu, o které též svědčí četné shromáždění sebravší se, aby poctilo jeho paměť, jakož i přípisy, které jsme právě vyslechli, i ta sympathie, s níž se potkalo pozvání fysiko-mathematického Obščestva k založení ceny jména *Lobačevského.* Příspěvky došly bezmála ze všech končin Evropy; v nich měly účastenství i daleká Amerika, i jedna z nejvyšších vědeckých institucí světa — král. Společnost v Londýně, i realné učiliště nevelkého německého města. Na naše vyzvání se ozvali sympathicky netoliko mathematikové, ale i filosofové.

Díky všem těmto příspěvkům, cena jména *Lobačevského* bude existovati, a podporujíc a posilňujíc mladé mathematiky, bude zdárně sloužiti rozvoji zamilované nauky *Lobačevského.*

Avšak ruské vzdělané společnosti a především vzdělané společnosti tohoto města, v kterém *Lobačevskij* byl vychován, učil, myslil a pracoval, náleží i jiná povinnost.

Pomník *Lobačevského*, postavený naproti budově milované jím university, není přílišná odměna muži, jehož celý život byl posvěcen osvětě rodného kraje, velikému mysliteli, tolik vykonavšímu pro slávu Rusi i kazaňské university.

Nechť tento pomník připomíná příštím pokolením učících i učících se v kazaňské universitě velikou osobnost professora, věnovavšího celý život službě rodné university, professora, který za cíl universitě stanovil netoliko „osvítiti um poznáním, ale i vštípiti cnosti, vdechnouti touhu po slávě, smysl pro šlechetnost, spravedlivost a čest, pro tu přesnou, nedotknutelnou poctivost, která by odolala svůdným příkladům zlého činění, trestu nedosažitelným.“

Nechť obraz genialního a mocného myslitele, rozlivšího nové světlo a vnesšího „nové základy“ v jednu z nejhlavnějších ratolestí lidského vědění, věští i vší Rusi, že „na závodišti ducha nelze nám ustoupiti!“

P. V. Čebyšev.*)

Veliký ruský mathematik, jehož pamět se slavila včera fysiko-mathematickým spolkem při cís. kazaňské universitě, ještě v ranním dětství, podobně jako většina živých dětí, jevil zvláštní zálibu k zařízení mechanických ústrojí. Rozvití této náklonnosti mírní u dětí, přinucených vychoditi obecnou školu, abstraktní a slovesný směr zaměstnání jenž v této škole převládá. *Čebyševu* se dostalo vychování domácího; jeho láska k mechanickým poznatkům mohla se vyvíjeti bez překážky. Nadaný hoch při prvních úlohách v geometrii pocítil souvislost předmětu se svými

*) Podáváme zde — s dovolením autora — doslovný překlad stati, již prof. *Vasiljev* v kazaňském věstníku ze dne 29. prosince 1894 uveřejnil o zesnulém, velkém mathematiku *Čebyševu*. *Ed. Weyr.*