Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Karel Pánek

O dělitelnosti čísel dekadických jedenácti

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 3, 122--123

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122781

$$(n+1)[(n+1)^{k-1}-1]=\binom{k}{1}\sum_1^n n^{k-1}+\binom{k}{2}\sum_1^n n^{k-2}+\ldots$$
$$+\binom{k}{1}\sum_1^n n.$$

Je-li $k=2$, bude $(n+1)\,.\,n=2\sum_1^n n$, z čehož

$$\sum_1^n n=\frac{n}{2}(n+1). \tag{1}$$

Je-li $k=3$, bude

$$(n+1)[(n+1)^2-1]=3\sum_1^n n^2+3\sum_1^n n$$

aneb

$$(n+1)\,.\,\frac{2n^2+n}{2}=3\sum_1^n n^2,$$

tedy

$$\sum_1^n n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1). \tag{2}$$

Klademe-li $k=4$, bude

$$(n+1)[(n+1)^3-1]=4\sum_1^n n^3+6\sum_1^n n^2+4\sum_1^n n,$$

a užijeme-li předchozích vzorců, konečně

$$\sum_1^n n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ a t. d.} \tag{3}$$

O dělitelnosti čísel dekadických jedenácti.

Napsal

Karel Pánek,

professor akademického gymnasia v Praze.

1. Číslo jest dělitelno 11, skládá-li se ze sudého počtu pouhých devítek; na př. ... 9999, neboť pak je lze psáti

$$99+99\,.\,10^2+99\,.\,10^4+\ldots+99\,.\,10^{2n}.$$

Každý sčítanec obsahuje činitele 99 a proto jest celý součet 11 dělitelný.

2. Sudá mocnosť čísla 10 zmenšená o jedničku jest 11 dělitelná $(10^{2n}-1)$, neboť vykonajíce, co tu naznačeno, nabudeme případu prvního; na př. $10^4-1=10000-1=9999$.

3. Lichá mocnosť čísla 10 zvětšená o jedničku jest 11 dělitelná ($10^{2n+1}+1$).

Výraz ten lze proměniti takto:

$$\begin{aligned} 10^{2n+1}+1 &= 10^{2n}.10+1 \\ &= 10^{2n}.(11-1)+1 \\ &= 10^{2n}.11-10^{2n}+1 \\ &= 10^{2n}.11-(10^{2n}-1). \end{aligned}$$

První sčítanec obsahuje činitele 11, druhý sčítanec jest dle odstavce 2. dělitelen 11, proto jest celý součet 11 dělitelný.

Na základě těchto vět nalezneme snadno známým způsobem dělitelnosť čísla dekadického jedenácti:

$$\begin{aligned} N &= \ldots + a_4 10^4 + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0 \\ &= \ldots + a_4(10^4-1+1) + a_3(10^3+1-1) \\ &\quad + a_2(10^2-1+1) + a_1(10+1-1) + a_0 \\ &= \ldots + a_4(10^4-1) + a_3(10^3+1) + a_2(10^2-1) \\ &\quad + a_1(10+1) + \ldots + a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0. \end{aligned}$$

V tomto součtu jsou všechny sčítanci 11 dělitelny až na

$$\begin{aligned} \ldots + a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 &= (\ldots + a_4 + a_2 + a_0) \\ &\quad - (\ldots + a_5 + a_3 + a_1). \end{aligned}$$

Chtějíce tedy vyšetřiti, zda-li jest dané číslo 11 dělitelno čili nic, sečteme vždy zvláště číslice na místech sudých a lichých, součty ty odečteme a je-li rozdíl 11 dělitelný, jest celé číslo 11 dělitelno.

Drobné zprávy.

Sestavil **A. S.**

O rychlosti světla. V roč. XI. str. 244. bylo referováno o novějších pokusech čelících k určení rychlosti světla. Všechny pokusy ty zdají se býti překonány řadou experimentů, vykonaných *S. Newcombem* v r. 1880—82, o nichž teprvé nyní podána zpráva v publikaci Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac, vol. II., p. III., IV. (1885). Monografie Newcombova opatřena jest historickým úvodem; uvádíme z něho některé zajímavější a méně známé věci.