Josef Vavřinec

Méně tabule a méně křídy!

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 59 (1930), No. 2, D15--D19

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122745

míra a tvar pronikají všechno myšlení a zaměstnání, což si při úlohách v knize cele obsažených ani náležitě neuvědomí.

V. Obsah úloh.

Znám je didaktický požadavek, aby se obsah slovných úloh opíral o poměry skutečné, nikoliv vybájené. Na prvním místě jest hleděti k takovým úlohám, jejichž výsledky mají nějakou cenu nebo praktický význam. Bezcenné jsou úlohy neurčité, jako: »Za $4\frac{3}{4}$ *K* dostaneme 5·7 *kg* zboží; kolik....«

Není tu třeba jmenovati rozsáhlé ty různé obory matematických aplikací na poli praktického života i věd. Chci zvláště zdůrazniti naléhavou potřebu dnešní doby, aby škola vedla budoucí inteligenci k širšímu a hlubšímu pochopení problémů národohospodářských a sociálních. Poukazuje se v souvislosti s t. zv. krisí inteligence jistě právem na to, že dnešní inteligence pranepatrně rozumí těmto akutním otázkám doby. Vyučování matematické tu může vykonati také více než dosud. Vedle velmi cenných kapitol i jednotlivých úloh dosud probíraných a osvětlujících zásady úvěrní, pojišťovací, daňové, otázky obchodní a jiné, jsou tu také všední problémy sociálně hospodářské, jako otázky výživy, bydlení a pod., které mohou platně v přehledném zpracování nahraditi leckteré bezvýznamné úlohy. Takovými tématy jsou na př. hospodaření a výživa mlékem u jednotlivce a ve statistice města, země, státu, nebo cukerní výroba a obchod a pod.

V poválečné době značně zesílilo volání po sblížení školy s praktickým životem. Pokud tím bylo žádáno, aby praktická užitečnost jednotlivých vědomostí byla loktem, kterým by se měřilo při výběru učiva, musila se škola takovým nestřízlivým požadavkům opříti. Účel její jest vznešenější, jest jím obecné vzdělání. Správným však jest volání po větší životnosti školy, žádá-li se, aby v sobě obsahovala prvky soudobé kultury. Matematika prokáže svoje významné postavení ve škole tím lépe, čím lépe dovede žáka vychovati svými pracovními metodami k vědeckému pojímání zjevů okolního světa a k řešení jeho problémů.

JOSEF VAVŘINEC (Plzeň, I. R.):

Méně tabule a méně křídy!

Až dosud jest, tuším, u nás většinou zvykem rýsovati při geometrii veškery konstrukce na tabuli, což jest zbytečné a nikterak nepřispívá k pěstění samostatnosti žáků. A přece jest snadno vyhnouti se veliké části tohoto rýsování a to nejen při řešení úloh, ale i při výkladu nové látky. Není zajisté pochyby o tom, že zbytečné rýsování na tabuli vede ve velmi mnohých případech a u veliké části žáků k pouhému bezduchému kopírování. S omezením

rýsování na tabuli lze a také jest třeba počíti již v primě. Nejlépe lze začínati konstrukcemi. Tak už sčítání a odčítání úseček lze prováděti toliko v sešitech. Potom rýsování kolmic, rovnoběžek, měření vzdálenosti bodu od přímky a vzdálenosti dvou přímek rovnoběžných; dále konstrukce čtverce a obdélníka; rýsování kružnice o daném středu a poloměru, oblouku kruhového, tětivy, úseku a výseku kruhového, tečny kružnice v bodě, kružnice daného poloměru dotýkající se přímky nebo kružnice v daném bodě, kružnice daného poloměru jdoucí dvěma body; úhlů pravých, ostrých, tupých, úhlů dané velikosti užitím úhloměru a početních výkonů s úhly; konstrukcí trojúhelníků z nejjednodušších dat, rýsování jejich výšek při nejrůznějších polohách stran a při všech jejich tvarech. Rovněž sítě těles mohou žáci rýsovati v sešitech, aniž se kreslí současně na tabuli. V sekundě jest nepřehledné množství úloh, počínaje základními konstrukcemi osy úsečky, kolmic ku přímce, osy úhlu, opisování a vepisování kružnice trojúhelníku; dále úlohy na sestrojování kružnic, trojúhelníků, čtyřúhelníků atd. V tercii proměňování obrazců a konstrukce, při nichž se aplikují věty Euklidovy a věta Pythagorova, nemusejí býti bezpodmínečně rýsovány všecky na tabuli. Stejně jest tomu i v kvartě a v kvintě, kde i složitější konstrukce kružnic užitím chordál se dají řešiti pouze v sešitech. V některých případech jest zase naopak účelno užívati toliko tabule, aniž žáci rýsují a píší v sešitech; tyto jsou ovšem řidší.

Záleží na provedení v konkretních případech. V primě bude velmi často postup ten, že provedeme za součinnosti žáků obrazec na tabuli, tito sledují konstrukci i její odůvodnění, a potom se opakuje postup konstrukce a žáci rýsují v sešitech, majíce obrazec na tabuli před očima. Mezi konstrukci na tabuli a v sešitech vsune se podle potřeby ještě opakování celého postupu, který se ukáže na obrazci již hotovém. Jindy se provede konstrukce v sešitech přímo bez užití tabule, při čemž jednotliví žáci líčí její postup i označení jednotlivých prvků. Učitel prochází lavicemi a sleduje postup práce jednotlivých žáků, dávaje jim po případě nutné pokyny. Ještě jiný způsob jest ten, že se provede společně rozbor a vylíčí postup konstrukce, načež žáci rýsují samostatně; učitel si opět všímá jejich práce, maje na zřeteli zvláště žáky slabší. Při konstrukcích složitějších možno postupovati též tak, že se s počátku kreslí na tabuli a žáci provedou bez tabule jen dokončení konstrukce, jež neobsahuje již nic nového. Posléze možno rozbor i konstrukci provésti toliko v sešitech.

Při společné práci žáků v sešitech třeba dbáti dokonalého rozčlenění konstrukce, jakož i toho, aby žák vyvolaný postupoval tak, aby mu mohli druzí všichni (pokud jsou slušně připraveni) dobře postačiti. Doporučuje se, aby žák označoval též význam čáry a způsob, jak bude narýsována. Vylíčení konstrukce nebude vždy stejně podrobné. S počátku popisují se konstrukce velmi podrobně, později se uvádějí jen hlavní věci. Tak na př. bude-li v sekundě úloha najíti střed kružnice trojúhelníku vepsané, popíše žák podrobně každou konstrukci půlení úhlu, aby si žáci každý krok této částečné konstrukce řádně uvědomovali; později, když jest již jisto, že žáci konstrukci tuto řádně ovládají, stačí na př. říci: „Rozpůlíme dva úhly trojúhelníka, třeba α a β." Při práci zcela samostatné dá se úspěšně vsunouti moment závodění: „Kdo bude hotov první?" a to nejen v primě, ale i ve třídách vyšších. V takové kvartě se sice někdy některý „vážný starý pán", který už nějakou tu třídu opakoval, podívá na učitele trochu s despektem, co že si to o něm myslí, ale tento despekt potrvá právě jen tak dlouho, pokud se mu nepodaří konstatovati, že tentokráte byl on ten první; potom třepe též bujaře rukou, aby na sebe upozornil — a zkusí závoditi příště zas. Důležito jest ovšem prohlédnouti všecky konstrukce, jsou-li správné a všecky čáry narýsovány způsobem, který odpovídá jejich významu. Nevyžaduje to mnoho času. Ostatně možno mezi tím diktovati další úlohu. V případě, že není práce hotova a jest zřejmo, že žák konstrukce nepochopil a že jí nedovede, třeba posuzovati výsledek jako nedostatečný, o čemž ovšem nesmí žák zůstati v pochybách.

Zkouší-li se důkaz, hodí se postup právě opačný. Obrazec i důkaz se provádí toliko na tabuli, a žáci sledují postup, aniž v sešitech rýsují a píší.

Jde o význam, který má vylíčený postup. Primánovi je třeba dosti mnohou věc narýsovati napřed na tabuli, neboť málokterý by ani dovedl narýsovati na př. úsečku podle definice, že jest to část přímky, omezená dvěma body, protože definice jest pro něho příliš abstraktní; on potřebuje kromě ní také něco naprosto konkretního. S druhé strany není ovšem definice nic zbytečného, neboť jde o to, aby žák poznal postupně definice všech potřebných geometrických pojmů, dovedl pojmů náležitě užívati a dokonale se s nimi po všech stránkách seznámil. Když žák však po druhé vysloví (nebo uslyší) definici úsečky a potom ji narýsuje sám beze vzoru na tabuli, užívá již této definice anebo aspoň se učí spojovati ji s určitým výkonem; zdařilý výkon ukazuje také, zda-li jest mu pojem definovaný jasný a pokud ho dovede užívati. Při konstrukcích, jejichž postup jednotliví žáci líčí, poznáváme, jak se žák, který mluví, zmocnil terminologie i vyjadřování, a také pokud je on i ostatní chápou. Stejně při konstrukcích, které žáci po provedeném rozboru provádějí v sešitech zcela samostatně. Uvedu příklad. Jest sestrojiti v bodě tečnu ke kružnici. Po provedené úvaze o vlastnosti tečny, kolmé k poloměru bodu dotyčného, vyvodí se postup konstrukce narýsovati poloměr daného dotyčného bodu a vztyčiti k němu v dotyčném bodě kolmici. Přece však se najde žák, který nakonec narýsuje místo tečny sečnu, jež prochází daným bodem, jenž měl býti dotyčným; znamená to, že žák dokonale nepochopil jednak definice tečny jako přímky, mající s kružnicí jediný bod společný (věnuje prostě pozornost jen onomu jednomu, totiž danému bodu, který jest ovšem jeden, ale nevšímá si již, že jeho „tečna" má s kružnicí ještě další společný bod), jednak definice sečny, a konečně též významu polohy tečny k poloměru dotyčného bodu. Ještě jeden příklad: Jest sestrojiti kružnici, jež jde dvěma danými body a má daný poloměr. Konstrukce toliko v sešitech provedená ukáže, že někteří žáci jsou zcela popleteni, že nechápou rozdílu významu rčení „kružnice opsaná z daného bodu" a „kružnice jdoucí daným bodem", že jim není jasný rozdíl mezi kružnicemi pomocnými a kružnicemi výslednými. Tu nezbývá nic jiného, než provésti konstrukci příští hodinu znovu na tabuli a sice nejlépe po částech, vyložiti opětně význam každé čáry a konečně v další hodině provésti tutéž konstrukci zase toliko v sešitech. Rozumí se ovšem, že vpředu líčená gradace osamostatnění žáka neznamená, že se v primě rýsuje vše na tabuli a žáci více méně jen kopírují, v sekundě se postoupí o krok dále, v tercii opět atd., nýbrž, že užijeme některého z vylíčených zde způsobů, jak toho daná situace vyžaduje, a tedy hned v primě ponecháme pracovati žáky zcela samostatně a třeba i v kvintě nebo i ještě výše provedeme celou konstrukci na tabuli. A dokonce neužijeme ani při téže věci téhož postupu letos, jako jsme užili loni. Každá situace vyžaduje právě individuelního řešení. Rozhodující jest v každém případě snaha po největší možné samostatnosti žáků v souhlase s vyspělostí třídy.

Právě opačný postup při opakování důkazu jest odůvodněn tím, že žák má vniknouti v jeho smysl, věnovati pozornost logickým souvislostem a při tom jest mnohému (veliké většině žáků) právě rýsování (i psaní) na překážku; tím, že jest nucen věnovati pozornost technickým výkonům, nemůže se věnovati současně dosti intensivně tomu nejdůležitějšímu, totiž pochopení věci. Při důkazu jde o pochopení, při konstrukci o účelné užití poznaných vlastností útvarů; třeba tu zdůrazniti, že konstrukce musí býti skutečně provedena, nikdy jen slovy popsána; také však pouhé provedení bez náležitého rozboru a popisu nemá ceny, neboť v tom případě není jisto, že žák konstrukci skutečně dokonale rozumí, že vnikl do všech jejích vlastností. Dosti často lze konstatovati, že žák dovede konstrukci popsati, ztroskotá však úplně při jejím provádění, ale také naopak. Pouhý popis konstrukce, ani pouhou konstrukci nelze nazvati ani polovinou práce.

Ani při výkladu nového důkazu není třeba psáti, někdy ani ne rýsovati všeho na tabuli; každý žák píše důkaz v sešitě a učitel řídí postup podle obrazce na tabuli narýsovaného, anebo konečně každý žák sám se zabývá vlastním obrazcem za vedení učitelova. Rozumí se, že také tu — a zvláště tu — záleží na okamžité situaci, kam až se smí učitel pustiti.

V aritmetice jest již častější počítání toliko v sešitech. Již v primě by se měla valná část počítání prováděti bez tabule. Ovšem třeba dobře dbáti toho, zda-li žáci dovedou správně užívati schemat, kterých při uspořádávání výpočtů užíváme. Látka sekundy přímo vybízí k tomuto způsobu práce. Proč na příklad rozklady čísel v prvočinitele psáti na tabuli? Rovněž počítání se zlomky, počty úsudkové, procentové a úrokové se dají takto dobře prováděti. Analogicky v dalších třídách. Také tu jest možna jistá gradace. Nejdříve dáme jenom dopočítati v sešitech příklad, který byl začat na tabuli, na které provedeme jenom část, ve které se aplikuje nejnověji probraná látka, v níž nedosáhli žáci ještě žádoucího cviku. Další krok jest, že příklad zcela vypočítaný ponecháme na tabuli, a další se počítají toliko v sešitech; žáci tu mají před očima schema výpočtu. Hodí se to v přemnohých případech; kromě již uvedených na příklad při násobení mnohočlenu mnohočlenem, při dělení mnohočlenu mnohočlenem, při počítání se zlomky, jejichž čitatel nebo i jmenovatel jsou výrazy algebraické, při řešení rovnic sestavených i slovných (tu zvláště) ať o jedné nebo více neznámých atd. V algebře jest dobře zvykati žáky na počítání pouze v sešitě hned na začátku, totiž již v tercii; tu poznají nejlépe, jak veliký význam má přesné vyslovování všech značek, znamének, závorek atd. a lépe si zvyknou správně vše vyslovovati a psáti a ovšem také vše pozorně sledovati. Třeba tu dbáti co největšího střídání žáků, aby si nezvykli psáti podle sluchu, tak jako jindy opisovali s tabule.

Zde jest možno ve větší míře, než v geometrii, probírati novou látku bez užití tabule anebo aspoň s velikým omezením jejího užití. Uvádím tu v tercii odvození vzorců $(a+b) . (a-b) = a^2-b^2$, $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ atd. Užitím vhodného postupu dá se obejíti nutnost psaní na tabuli. V málokteré třídě dalo by se na př. odvození vzorce pro řešení kvadratické rovnice provésti beze všeho, aniž by se užívalo tabule. A přece lze vhodným postupem docíliti toho, že žáci sami postupně vzorec odvodí, aniž je učitel nucen i jen sáhnouti na křídu. Vyjdeme z rovnice ryze kvadratické, na př. $x^2 = 9$, $x_{1,2} = \pm 3$; provedeme několik úloh tohoto druhu a přejdeme k rovnici $x^2+2ax+a^2 = m$, při níž žáci ihned přijdou na to psáti $(x+a)^2 = m$, určí $x + a = \pm\sqrt{m}$ a $x_{1,2} = -a \pm\sqrt{m}$; po rozřešení několika numerických příkladů tohoto druhu jako na př. $x^2-10x+25 = 16$, $(x-5)^2 = 16$, $x-5 = \pm 4$, $x_{1,2} = 5 \pm 4$ zabýváme se numerickými úlohami tvaru $x^2+6x = m$, kde žáci ihned přijdou na myšlenku doplniti levou stranu na úplný čtverec $x^2+6x+9 = m+9$ a řeší beze všeho dále $(x+3)^2 = m+9$, $x+3 = \pm\sqrt{m+9}$, $x_{1,2} = -3 \pm\sqrt{m+9}$, načež vezmeme rovnici tvaru $x^2+10x+3 = 0$; potom jest již snadno řešiti obecně redukovaný tvar $x^2+px+q = 0$ a tvar normální $ax^2+bx+c = 0$. Na tabuli se napíší nejvýše na konec oba tvary s příslušnými vzorci.