V. Pospíšil

O velikosti pohybu, který černý zářič koná vlivem kvantového tlaku záření

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 59 (1930), No. 2, 132--136

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122743

O velikosti pohybu, který černý zářič koná vlivem kvantového tlaku záření.

Dr. *V. Pospíšil.*

V roce 1916[1]) vyslovil *A. Einstein* domněnku, že každý elementární proces absorpce i *emise* světelného kvantu $h\nu$ je provázen tlakem záření $h\nu/c$. Není pochyby, že tomu tak je při absorpci, neboť je to pokusně prokázaný tlak záření Maxwell-Bartoli-Lebeděvův. Problematickými zůstávaly pouze impulsy při emisi kvantu. Děje-li se emise všestranně podle principu Huyghensova, není impulsu. Emisní impuls může nastati jedině tehdy, je-li kvant vystřelen jediným směrem, t. j. je-li záření paprskovité (Nadelstrahlung). Jelikož tehdy nebylo ještě pro tuto představu experimentálního dokladu, podpírá Einstein svoji domněnku úvahou, jejíž hlavní body zde načrtneme.

Impulsy $h\nu/c$, různosměrné podle zákona náhody, uvádějí molekulu v prostoru, naplněném zářivou energií, v pohyb. Einstein předpokládá, že její konečný pohyb co do velikosti je právě takový, jaký vyžaduje mechanická teorie tepla, t. j., že střední pohybová energie molekuly na jeden stupeň volnosti je $\frac{1}{2} kT$, (k je konstanta Boltzmannova, T teplota). Záření prostorové, které je pro klidnou částici isotropické, přestává býti takovým pro částici v pohybu. Energie zářivá působí na pohybující se částici jako viskosní prostředí jistým odporem R, který by přivedl částici do klidu, kdyby nebylo impulsů $h\nu/c$, jež jí ztrátu pohybové energie nahrazují. Z porovnání výrazů pro R a pro střední čtverec impulsů plyne, že jenom tehdy budou ztráty energie způsobené odporem R vykompensovány impulsy, t. j. jenom tehdy bude mezi tepelným zářením a tepelným pohybem molekul rovnováha, jestliže nejenom absorpce, nýbrž též emise kvantů děje se paprskovitě.

Poslední léta přinesla v Comptonově zjevu experimentální fakta takové váhy, že o existenci paprskovitého záření nemůže býti pochyby. Světelný kvant na své cestě prostorem drží se pohromadě, při srážce s hmotnými částicemi (elektrony na př.)

---

[1]) Phys. Zeitschr. 1917, p. 121, Mitteil. d. Phys. Ges. Zürich 18, 1916.

chová se jako projektil, plyne tedy odtud nejjednodušší závěr, že byl emitován jednosměrně.

1. *Absolutní velikost pohybu černého zářiče ve viskosním prostředí teploty T.* Idealisovaný zářič nechť je kulová částice hmoty m, poloměru r, absorpčního koeficientu 1. Je jasno, že pohyb zářiče v každém prostředí, jehož viskosnost ζ má hodnotu konečnou, bude míti následkem impulsů $h\nu/c$, jež jsou co do směru i co do velikosti nahodilé, karakter známého pohybu Brownova. Při tom k jeho obyčejnému tepelnému pohybu nepřihlížíme. Pro účel zde sledovaný stačí předpokládati záření pouze radiální.

Světelnou energii E, kterou naše částice v čase t vyzařuje, rozdělme na veliký počet spektrálních oborů dE, a energie, jež na jednotlivé obory připadají, označme dE_0, dE_1, dE_2, ... dE_n. Tím jsme vyčerpali všechny frekvence od $\nu = 0$ do $\nu = \infty$. Jednotlivé obory považujme za monochromatické o kmitočtu ν_i.

Při vyzáření kvantu $h\nu_i$ obdrží částice počáteční rychlost

$$v_i = \frac{h\nu_i}{mc}. \tag{1}$$

Proti pohybu částice působí prostředí silou $6\pi\zeta r v$. Označíme-li $6\pi\zeta r = K$, je elementární posunutí částice, způsobené impulsem $h\nu_i/c$, až do úplného jeho vyčerpání,[2])

$$\lambda_i = \frac{h\nu_i}{Kc}. \tag{2}$$

Pro střední čtverec posunutí podle jedné osy, $\overline{\lambda_{x,i}^2}$ na př., z mnoha takových případů plyne, jelikož platí $\overline{\lambda_x^2} + \overline{\lambda_y^2} + \overline{\lambda_z^2} = \overline{\lambda^2}$ a $\overline{\lambda_x^2} = \overline{\lambda_y^2} = \overline{\lambda_z^2}$,

$$\overline{\lambda_{x,i}^2} = \frac{1}{3}\left(\frac{h\nu_i}{Kc}\right)^2. \tag{3}$$

Značí-li $\overline{\Lambda_{x,i}^2}$ posunutí, vyvolané vyzářením všech kvantů $h\nu_i$ energie dE_i, bude, protože $\overline{\Lambda_{x,i}^2} = \Sigma\overline{\lambda_{x,i}^2}$,

$$\overline{\Lambda_{x,i}^2} = \frac{dE_i}{h\nu_i}\cdot\overline{\lambda_{x,i}^2}. \tag{4}$$

Pro posunutí, způsobené veškerou emitovanou energií E, platí

$$\overline{\Lambda_{x,E}^2} = \sum_{i=0}^{n}\overline{\Lambda_{x,i}^2}. \tag{5}$$

Jsou-li spektrální obory voleny dosti úzké a jsou-li na čase nezávislé, což je splněno jako podmínka tepelné rovnováhy, kterou

[2]) Časopis 58, str. 316, 1929.

předpokládáme, můžeme pro energii dE_i psáti

$$dE_i = 4\pi r^2 \,.\, 2\pi \mathfrak{K}_{\nu_i} d\nu \,.\, t, \tag{6}$$

kdež $\mathfrak{K}_\nu$ značí specifickou intensitu záření povrchu tělesa černého pro monochromatické, přímkově polarisované světlo, a je podle *Plancka*[3])

$$\mathfrak{K}_{\nu_i} = \frac{h\nu_i^3}{c^2} \,.\, \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{7}$$

Dosadíce do rovnice (5) patřičné hodnoty z příslušných rovnic, dostaneme

$$\frac{\overline{\Lambda_{x,E}^2}}{t} = \frac{8}{3}\left(\frac{\pi r h}{K c^2}\right)^2 \int\limits_0^\infty \frac{\nu^4}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}\, d\nu. \tag{8}$$

Po integraci a dosazení za K obdržíme

$$\frac{\overline{\Lambda_{x,E}^2}}{t} = \frac{16\beta(kT)^5}{9\,\zeta^2 h^3 c^4} \tag{9}$$

kdež

$$\beta = 1 + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} + \frac{1}{4^5} + \ldots = 1{,}0369\ldots$$

Zářivá energie, kterou naše částice absorbuje, je téhož složení, jako emitovaná, bude tedy celkové posunutí zářiče, způsobené kvantovým tlakem záření při teplotě T,

$$\overline{\Lambda_x^2} = \frac{32}{9}\,\frac{\beta(kT)^5}{\zeta^2 h^3 c^4}\, t. \tag{10}$$

Světelný Brownův pohyb je nezávislý na velikosti částice a je úměrný T^5.

2. *Poměr velikosti světelného a tepelného Brownova pohybu.* Jakousi představu o nepatrnosti světelného pohybu brownického si učiníme, srovnáme-li jej s obyčejným pohybem tepelným, který označíme Δ. Z poslední rovnice a ze známého vzorce Einsteinova pro $\overline{\Delta_x^2}$ obdržíme

$$\frac{\overline{\Lambda_x^2}}{\overline{\Delta_x^2}} = 2C\,\frac{rT^4}{\zeta}, \tag{11}$$

kdež konstanta $C = \dfrac{16\beta\pi k^4}{3h^3c^4} = 2{,}5\,.\,10^{-26}\ g\,.\,cm^{-2}\ sec^{-1}$. Při teplotě laboratorní na př. je střední čtverec světelného posunutí černé

[3]) Planck, Theorie der Wärmestrahlung, 2. vyd., p. 162.

částice o průměru 1μ, suspendované ve vodě, 5.10^{16}krát menší nežli u pohybu tepelného. Nemůže tedy přijíti prakticky v úvahu.

3. *Aplikace téhož na zvětšení Brownova pohybu světlem.* Ve své prvé publikaci[4]) uveřejnil jsem výsledky svých měření o vlivu osvětlení na Brownův pohyb. Připomenu z nich hlavní výsledek. Pro posunutí $\overline{\Delta_{x,0}^2}$ uhlíkových částic poloměru $0{,}4\mu$ ve stavu velmi slabě osvětleném a pro pohyb téže částice ve světelném proudu intensity $I = 2{,}2\ cal/cm^2\ min$ naměřen byl poměr

$$\overline{\Delta_{x,0}^2} : \overline{\Delta_{x,I}^2} = 1 : 1{,}45.$$

Tamtéž byla vyslovena domněnka, že toto zvětšení je způsobeno kvantovým tlakem záření, a to paprskovitým vyzařováním oné energie E, kterou částice z proudu světelného absorbovala (v. Výr. zprávu JČMF za r. 1923—4, p. 8). Pomocí nedokonalého počtu, který měl za úkol domněnku pouze ilustrovati, docílil jsem shody řádové i numerické. Teprve na základě citované práce Einsteinovy, jež mi tehdy bohužel nebyla známa, mohl jsem onu domněnku zpracovati kvantitativně. Zde budiž onen počet uveden na správnou míru.

Podle Einstein-Hopfovy početní metody, zde užívané, je

$$\overline{\Delta_{x,I}^2} = \overline{\Delta_{x,0}^2} + \overline{\Lambda_x^2}. \tag{12}$$

Aby částice uhlíková mohla z užitého světelného proudu absorbovanou energii vyzářiti jako těleso černé, musí zářiti jako těleso teploty $T_1 = 345$, jak vypočteme z dat, daných měřením za použití Stefan-Boltzmannova zákona. Za $\overline{\Lambda_x^2}$ můžeme tedy vzíti pouze rozdíl světelných pohybů při emisi, příslušných teplotám T_1 a $T_0 = 293$, který podle rovnice (9) je dán výrazem

$$\overline{\Lambda_x^2} = \frac{16\beta k^5}{9\zeta^2 h^3 c^4}(T_1^5 - T_0^5).$$

Pro poměr pohybu nulového a zvětšeného máme tedy, dosadíce za $\overline{\Delta_{x,I}^2}$ z rovnice (12),

$$\overline{\Delta_{x,0}^2} : \overline{\Delta_{x,I}^2} = 1 : \left[1 + C\frac{r}{\zeta}\left(\frac{T_1^5 - T_0^5}{T_0}\right)\right]. \tag{13}$$

Dosadíce do posledního zlomku příslušné hodnoty, obdržíme místo naměřených 0,45 nesmírně malou hodnotu $0{,}38.10^{-18}$.

Poznámka. Číselný souhlas v prvé publikaci byl tedy náhodný. Tamní počet byl založen na předpokladu, že tepelný pohyb vůbec je způsoben jenom tlakem záření. V této formě je ovšem ona představa nepravdivá.

Stejně lze početně ukázati, že i jiné děje fysikální, které by se při absorpci světla na uhlíkové částici mohly projeviti (zpětné

---

[4]) Ann. der Phys. 1927, 83 p. 735, Spisy přír. fak. Karlovy univ. č. 77.

odrazy ohřátých molekul kapaliny na povrchu částice, nebo zjev fotoelektrický), mohou způsobiti zvětšení pohybu jen prakticky nekonečně malé, takže naměřené zvětšení zůstává nevysvětleno.

Další experimentální výsledky o vlivu světla na tepelný pohyb uhlíkových částic, které současně publikuji v jiném článku*), ukazují v souhlase s těmito počty, že běží o nové silové působení světla na hmotu při absorpci.

I. fysikální ústav čes. vys. učení technického v Praze.

*

Sur le mouvement exécuté par une particule noire sous l'influence de la pression quantique de radiation.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur fait usage de l'hypothèse de M. Einstein sur le caractère unilatéral de l'emission et de l'absorption des quanta de lumière, se manifestant par ce que tout acte élémentaire de rayonnement est accompagné d'un moment $h\nu/c$, pour calculer le mouvement éxécuté par une particule sphérique noire au rayon r, en suspension dans un milieu à la viscosité ζ et à la température T, sous l'influence des moments lumineux du rayonnement noir. Ce mouvement, produit par la lumière, possède le caractère du mouvement thermique de Brown et le carré moyen de son déplacement Δ_x^2 est donné par l'équation 10, où k et h sont les constantes de Boltzmann et de Planck et $\beta = 1{,}0369$ . . . Ce mouvement est infiniment petit par rapport au mouvement thermique de Brown (le mouvement „lumineux" d'une particule noire au diamètre 1 μ dans de l'eau à la température de 20^0 C est 5.10^{16} fois plus petit que son mouvement thermique).

L'auteur applique ce calcul à un phénomène, trouvé par lui dans l'étude expérimentale de l'influence de la lumière sur le mouvement de Brown; il trouve que l'augmentation du mouvement de Brown par la lumière ne peut pas être expliquée, pour des particules de carbone, comme une conséquence de la pression quantique de radiation.

---

*) Vyjde v Rozpravách II. tř. Č. Akademie pod názvem „Pokusná badání o silovém účinku světla na drobnohledné částice". Výtah z téhož pojednání, přednesený 20. září m. r. na V. sjezdu něm. fysiků v Praze, vyšel ve Physik. Zeitschrift 31, str. 65—78, 1930 pod názvem „Eine neue Kraftwirkung des Lichtes auf die Materie."