II. 1. J III z $13^h 51^m 21^s$, k $16^h 48^m 37^s$.
2. *Merkur* ve svrchní konjunkci se Sluncem.
3. *Min. Algolu* $17^h 25^m$.
4. J I k $16^h 27^m 56^s$.

☾ 5. J II k $11^h 40^m 37^s$.
6. J I k $10^h 56^m 46^s$ — 14^h *Konjunkce* Marta s Měsícem — *Min. Algolu* $14^h 14^m$.
8. 6^h *Konjunkce* Marta s β Scorpii (Mars 14′ jižněji) — 17^h *Venuše* v největší západní elongaci $46^0 53'$ — 20^h *Konjunkce* Venuše s Měsícem. Pokrytí u nás neviditelné.
9. *Min. Algolu* $11^h 3^m$.
10. J IV z $6^h 10^m 58^s$, k $8^h 24^m 50^s$.

● 12. *Min. Algolu* $7^h 52^m$ — J II k $14^h 15^m 45^s$ — 21^h *Konjunkce* Merkura s Měsícem.
13. J I k $12^h 52^m 17^s$ — 19^h Konjunkce Saturna s Měsícem.
15. *Min. Algolu* $4^h 41^m$ — J I k $7^h 21^m 13^s$.

☽ 19. J II k $16^h 50^m 55^s$.
20. J I k $14^h 47^m 52^s$.
21. 0^h Konjunkce Merkura se Saturnem (Merkur $1^0 40'$ severněji).
22. *Konjunkce* Jupitera s Měsícem — J I k $9^h 16^m 50^s$.
23. J II k $6^h 8^m 31^s$ — *Zákryt* ζ Geminorum (vel. 3,8) z $8^h 32^m$, k $9^h 50^m$ — Měsíc vrcholí v $8^h 48^m$ — *Min. Algolu* $19^h 8^m$.
25. *Zákryt* δ Cancri (vel. 3,9) z $6^h 38^m$ k $7^h 45^m$. Měsíc vrcholí v $10^h 26^m$.
26. *Min. Algolu* $15^h 27^m$.

○ 27. J I k $16^h 43^m 30^s$.

N.

Směs.

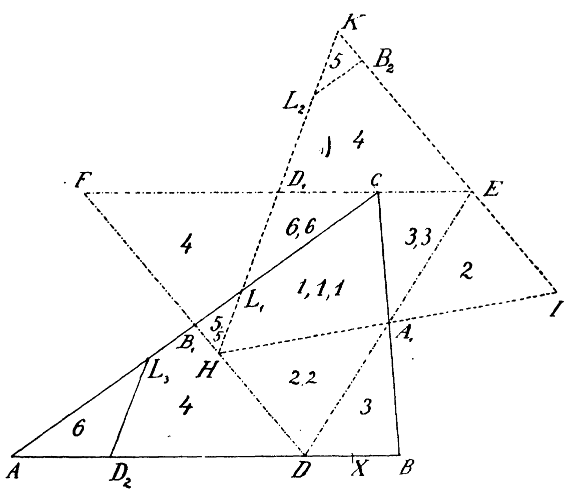
Zvláštní způsob proměny obrazců. *H. M. Taylor* zabývá se v č. 6. a 7. XXXV. vol. časopisu „The Messenger of mathematics“ (Londýn, 1905) systematickým řešením planimetrických úloh tohoto rázu:

*Daný obrazec rozděliti úsečkami v takové díly, aby z nich složen býti mohl stejnoplochý obrazec nový daného tvaru.**)

Jest to jistý druh proměňování obrazců, ale nový obrazec musí vzniknouti jako *součet* součástí starého obrazce, kdežto při obvyklých způsobech proměn vyskytuje se často i rozdíl.

K znázornění methody, vedoucí u úloh takových k cíli, proveďme úlohu speciální:

Daný trojúhelník převésti v trojúhelník rovnostranný.

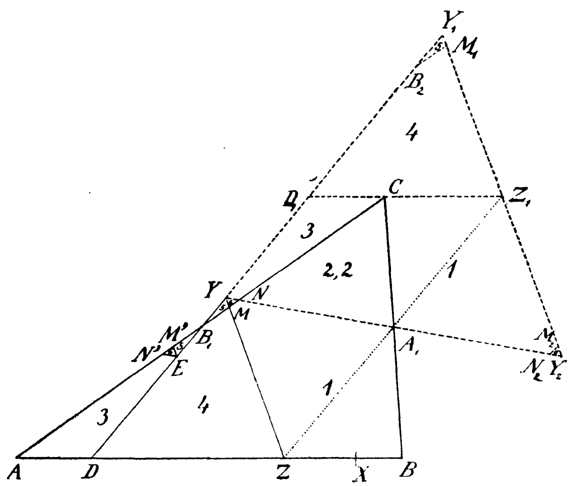


Obr. 1.

I. způsob (obr. 1.): Daný trojúhelník ABC proměníme nejdříve na trojúhelník daného tvaru známým způsobem (viz ku př. Strnad, Geometrie I., str. 157.). V našem obrazci jest úsečka $\overline{AX}$ rovna straně onoho trojúhelníka rovnostranného. B_1 a A_1 jsou středy stran $\overline{BC}$ a CA. Učiňme $\overline{B_1D} = \frac{1}{2}\overline{AX}$ a otočme trojúhelníky B_1DA a BDA_1 kolem B_1 a A_1 o 180^0. Vznikne $\triangle DEF$, který ze žádaného trojúhelníka má už jednu stranu $(\overline{DF})$. Bod D_1 budiž středem strany $\overline{FE}$, A_1 jest středem strany $\overline{DE}$. Polovinou druhé strany žádaného tvaru (v našem případě

*) Tedy ku př. danou čtvrtku papíru rozstříhati tak, aby z části se dal složiti čtverec.

tedy opět polovinou AX) přetneme z bodu D_1 stranu $\overline{FD}$. Obdržíme tak bod H. Otočíme-li pak trojúhelníky D_1HF a A_1HD kolem D_1 a A_1 o 180^0, vznikne trojúhelník HKI, který ze žádaného tvaru už má *dvě strany* a poněvadž je s ním rovnoplochý, i třetí stranu. Jest tedy HKI trojúhelníkem žádaným. Ze středových souměrností dle středů B_1 a D_1 odvodíme body D_2, L_3 a B_2, L_2. Jest pak nový trojúhelník složen z týchže částí jako trojúhelník daný a úloha je řešena. V našem obrazci jsou vzájemně shodné části označeny stejnými ciframi.



Obr. 2.

II. způsob (obr. 2): Při stejném základním označení učiňme $\overline{A_1Z} = \frac{1}{2}AX$ a sestrojme nad $\overline{A_1Z}$ trojúhelník A_1ZY daného tvaru; strany jsou polovice stran žádaného trojúhelníka, obsah tedy je roven čtvrtině obsahu daného i žádaného trojúhelníka. Poněvadž i $\triangle A_1B_1Y = \frac{1}{4}ABC$, musí $YB_1 \parallel A_1Z$. Obrazec A_1BZY otočíme kolem A_1 o 180^0 do polohy $A_1CZ_1Y_2$. Prodloužené B_1Y a Y_2Z_1 omezí s YY_2 žádaný trojúhelník YY_1Y_2. Padne-li Y dovnitř trojúhelníka ABC, rozpadne se tento trojúhelník pouze na 4 části; padne-li mimo něj, přibude část 5. a 6. Obr. 2 ukazuje složení nového trojúhelníka obdobně, jako to bylo v obr. 1.

V citovaném článku řešeny ještě podobným způsobem úlohy o proměně rovnoběžníka v jiný daného tvaru, trojúhelníka v ob. čtyřúhelník, trojúhelníka v rovnoběžník.

Křivočaré obrazce proměnitelné ve čtverec. Je známo, že nelze kruh konečným počtem užití kružítka a pravítka proměniti ve čtverec Ale existují obrazce omezené oblouky kruhovými, které jsou přesně rovny obrazcům přímočarým a tudíž schopny kvadratury Všeobecně známým příkladem jsou měsíčky Hippokratovy. Jiný příklad budiž uveden tuto:

Mějme na jedné přímce úsečky $AB = BC = CD = DE = r$. Ze středů B a D opsány jsou poloměrem r dvě polokružnice dotýkající se vně v bodě C. Veďme v obou polokružnicích rovnoběžné poloměry $BF \parallel DG$; jest pak $\overline{FG} = \overline{BD} = 2r$. Nad úsečkou FG sestrojíme novou polokružnici. Jak lze se snadno přesvědčiti, jest obrazec $\widehat{CF}\widehat{GC}$ (t. zv. *drepanoid*) přesně roven rovnoběžníku $BFGD$ a tudíž kvadratury schopen.

Pomyslíme-li si všecko v rovině nakloněné k průmětně a pak promítnuto, bude průmětem našeho obrazce část roviny omezená elliptickými oblouky a bude i tento obrazec přesně roven průmětu rovnoběžníka $BDGF$, tedy také rovnoběžníku (Enriques-Amaldi, Geometria, pag. 206.)

Násobení bez násobilky, aspoň bez úplné, provádějí dle udání p. Plachova, ruského mathematika (Journal des mathématiques élémentaires 1896, p. 23) ruští kupci takto: Činitelé napíší se vedle sebe; pak jednoho postupně dělíme a druhého násobíme dvěma a výsledky píšeme do dvou sloupců Přijdeme-li při dělení na liché číslo, poznamenáme sousední násobek nějakou značkou a pak při dělení zanedbáme zbytek 1. Pokračujeme v dělení až k podílu 1. Součet označených násobků je hledaný součin.

Tedy ku př. 247×74:

247	74
,494	37
988	18
,1976	9
3952	4
7904	2
,15808	1

Součin jest 18278.

Počet jest tu tedy omezen na násobení a dělení dvěma a sečítání. Odůvodnění tohoto způsobu násobení dovede čtenář zajisté snadno podati. *L. Č.*

Ukázky themat

danýcb k pís. maturitním zkouškám z mathematiky na českých středních školách r. 1906. *)

(Vybral **L. Borovanský.**)

1. Číslo 35 rozložiti jest ve dva sčítance tak, aby dvojnásobný čtverec prvního s trojnásobným čtvercem druhého byly dohromady minimum.

2. Jest stanoviti pátý člen výrazu $(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[5]{b^3})^x$ pro ten případ, že x jest číslem celým, vyhovujícím rovnici

$$\frac{x^{\log x + 2}}{10} = x^{3 - \log x}.$$

3. Jest řešiti rovnici

$$x^{2 \log x} \cdot \sqrt[n]{x} = x^{4n} \cdot \sqrt[\log x]{x^2}.$$

4. Kdosi uložil si před 5 lety částku $a = 10.000$ K a chce bráti nyní po 20 let na konci každého roku $r = 1000$ K; kolik jest mu k tomu ještě přidati, úrokuje-li se složitě ročně na 4% ?

5. Řešiti soustavu rovnic: $3x^2 - xy + 3y^2 + x - y = 14$; $2x^2 + xy + 2y^2 - 3x + 3y = 9$.

6. Který ostrý úhel vyhovuje rovnici

$$1 - tg\,\alpha + tg^2\,\alpha - tg^3\,\alpha + \ldots = \frac{tg\,2\alpha}{1 + tg\,2\alpha}.$$

7. Řešiti: $\dfrac{\sin x + 2 \cos x}{4 \sin x - \cos x} = \dfrac{1 + 2\sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}}$.

8. Úhel 45^0 rozložiti ve dva díly x a y tak, aby součet $2\,tg\,x + 3\,tg\,y$ měl hodnotu minimální.

9. Úhly trojúhelníka tvoří řadu arithmetickou; součet cosinů jednotlivých úhlů činí $^5/_4$. Které jsou to úhly?

10. Dán jest kruhový kužel přímý, jehož výška jest 36 *cm*, poloměr základny $r = 15$ *cm*. V které výšce jest jej zkomoliti rovnoběžně se základnou, aby do zkomoleného bylo lze vepsati

*) Po příkladě cizojazyčných, zvláště francouzských časopisů obdobného účelu uveřejňujeme letos některá themata maturitní dle šk. programů, doufajíce, že se tím našim čtenářům zavděčíme. Úlohy ty zde ovšem ani řešeny nebudou, ani nebudte řešení jejich redakci zasílána. Příště přijdou na řadu i úkoly z deskriptivní geometrie.