Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Alois Strnad

Ellipsa průmětem kružnice

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 19 (1890), No. 3, 128--129

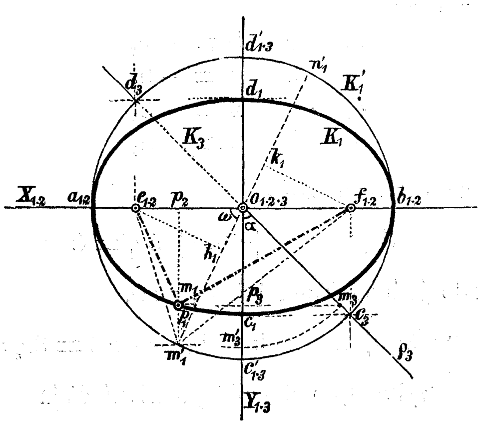
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122667

Ellipsa průmětem kružnice.

Napsal

A. Strnad, prof. v Hradci Králové.

V učebných knihách deskriptivní geometrie neradi pohřešujeme důkazu důležité věty: *Kolmým průmětem kružnice jest obecně ellipsa.* Důkaz ten obyčejně odkazuje se do analytické geometrie, ačkoli by jednoduché deskriptivní odůvodnění velmi bylo žádoucí. Podávám tuto zcela elementární důkaz oné věty, jak jsem si jej pro potřebu školskou upravil, přijav základní k němu myšlénku z výborného spisu: *Rouché et Comberousse*, Traité de Géométrie, 5. édition; II. partie, p. 331.



Dána buď kružnice K v rovině ϱ, která od průmětny π o úhel α jest odchýlena. Obecnosť důkazu neutrpí nižádné ujmy, zvolíme-li průmětnu π tak, aby procházela středem o kružnice dané. Průměr ab v rovině π obsažený budiž osou X společnou průmětně prvé π a kolmé k ní průmětně druhé ν; průměrem $cd \perp ab$ nechť prochází průmětna třetí $\mu \perp$ X. Za těchto podmínek bude

$$a_1 b_1 \equiv a_2 b_2 , \quad c_3 d_3 \equiv \mathrm{K}_3 ;$$

mimo to učiňme

$$d_3 e_1 \perp \mathrm{X}_{1.2}, \quad c_3 f_1 \perp \mathrm{X}_{1.2}.$$

Zobrazme v K_1' kružnici K sklopenou kolem osy X do průmětny π; vytknouce pak obrazy m_1', m_3' libovolného bodu m oné kružnice, stanovme z nich obrazy m_3, m_1. Vedeme-li průměr $m_1' \, n_1'$ (tvořící s $X_{1.2}$ úhel ω) a k němu kolmice $e_1 h_1$, $f_1 k_1$, bude

$$\overline{e_1 h_1} = \overline{f_1 k_1} = \overline{o_1 e_1} \, . \sin \omega$$

a poněvadž

$$\sin \omega = \frac{p_2 m_1'}{o_1 m_1'} = \frac{o_3 m_3}{o_3 c_3} = \frac{p_3 m_3}{c_1 c_3} = \frac{p_3 m_3}{o_1 e_1},$$

tedy jest

$$e_1 h_1 = p_3 m_3 \, .$$

Pozorujme nyní pravoúhlý trojúhelník epm v rovině kolmé ku π, srovnávajíce jej s trojúhelníkem $e_1 h_1 m_1'$. Jelikož

$$em = e_1 m_1', \quad pm = p_3 m_3 = e_1 h_1 ,$$

jest

$$\triangle\, epm \cong \triangle\, e_1 h_1 m_1'$$

a proto

$$e_1 m_1 = m_1' h_1 \, .$$

Z důvodů zcela obdobných jest

$$f_1 m_1 = m_1' k_1 = h_1 n_1'$$

a tudíž

$$e_1 m_1 + f_1 m_1 = m_1' h_1 + h_1 n_1' = m_1' n_1' = a_1 b_1 .$$

Tím dokázáno, že bod m_1 náleží ellipse, jejíž osy jsou $a_1 b_1$, $c_1 d_1$ a ohniska e_1, f_1.

Vysvětlení a upotřebení návodu Schellbachova při stanovení maxima neb minima funkce o jedné neznámé.

Žákům středních škol podává

Josef Koch,

professor v Praze.

Pozorujeme-li rozmanité úkazy kolem nás se jevící, puzeni jsme rozumem svým pátrati po příčinách jejich, po spojení předcházejících s následujícími — krátce po souvislosti. Hledí-li