Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Josef Studnička

Mathematická nauka o plynech

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 4 (1875), No. 4, 176--180

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122646

Mathematická nauka o plynech.

Podlé Langa sestavil

Dr. F. J. Studnička.

§. 1.

O domněnce Krönigově.

Zákony, jimiž se plyny řídí, byly, jak z rozvoje fysiky známo, dříve pokusem vyvinuty, nežli se *Krönig* *) o to zasadil počtem je odůvodniti, při čemž arci byl přinucen *určitou domněnku o vnitřním stavu neb podstatě plynů* položiti za základ a pravděpodobnost její pak odůvodniti souhlasem výsledků obdržených s jedné strany pokusem, s druhé pak strany počtem. Abychom ukázali, jak tímto spůsobem přišlo se k zajímavým výsledkům nejen známým a pokusem již odůvodněným, nýbrž i novým a pokusem nedostižitelným, chceme zde krátce vyložiti tuto nauku o plynech spůsobem zcela přesným sice, ale vyšší mathematiku obcházejícím.

Podle domněnky Krönigovy skládají se plyny z jednotlivých částic neb molekulů pružných semo tamo se pohybujících, čímž odůvodňuje se jak plynů rozbíhavost, tak jich rozpínavost neb tlak na stěny nádoby je uzavírající. Částice tyto, pohybujíce se směrem přímým nepůsobí na sebe vzájemně než *nárazem*, když se při svém různosměrném pohybu náhodou na své dráze setkají, při čemž se řídí podlé zákonů platících o rázu pružných koulí, takže

a) směr se nezmění, rychlosti však vymění, pohybují-li se přímo proti sobě, jelikož u plynu stejnorodého částice patrně jsou stejné velikosti;

b) změní se i směr i rychlost, pohybují-li se nepřímo neb v jistém úhlu proti sobě, při čemž platí vzorce známé

*) *A. K. Krönig* „Grundzüge einer Theorie der Gase" Pogg. Ann. Bd. 99, pag. 315, o čemž zpráva obsažena v *Živě* r. 1861 „O domněnkách silozpytných vůbec a Krönigově vnitřního zřízení plynů se týkajících zvlášť," sepsal Dr. *F. J. Studnička.*

$$P = p + 2m' \frac{p' - p}{m + m'}, \quad P' = p' + 2m \frac{p - p'}{m + m'}. \quad ^{*)} \qquad (1)$$

Podlé toho představujeme si, že jistá částice a pohybuje se rychlostí α směrem přímky nějaké tak dlouho, až se setká neb srazí s částicí b rychlostí β směrem jiné přímky se ubírající, načež po změně rychlosti a směru dále se pohybují tak dlouho, až opět každá z nich srazí se s jinými částicemi, z čehož soudíme, že dráhy částic plynových skládají se ze samých přímek, jež probíhají rozmanitými rychlostmi; průměrná hodnota těchto rychlostí u jest pro absolutní pružnost částic plynových nezměnitelna.

Srazí-li se částice a napřed s částicí b, pak s částicí c, uplyne mezi oběma nárazy nějaký čas a proběhne a nějakou dráhu, již nazýváme jejím *rozběhem.* Tento čas i rozběh bude pro rozličné nárazy rozličný, ale průměrná hodnota i času ϑ i rozběhu l bude pro určitý stav jednoho plynu veličinou stálou, takže můžeme položiti

$$l = u\vartheta, \qquad (2)$$

při čemž pak znamená

$$\frac{1}{\vartheta} = \frac{u}{l}$$

počet nárazů jedné částice v časové jednotce. Podlé toho můžeme výsledek nárazů spůsobených n částicemi v jednotce časové nahraditi výsledkem nárazů $\frac{1}{\vartheta}\, n$ částic, z nichž každá v jednotce časové jen jedenkráte se s jinou srazí.

Chceme-li tedy ustanoviti účinek částic plynových na bod nějaký O, nepotřebujeme přihlížeti k účinku částic, majících větší vzdálenost od O nežli jest průměrný jich rozběh, při čemž arci si představujeme, že u všech jest tato veličina *v průměru* stejná; zároveň si pak pro jednoduchost můžeme představovati, že pohyb částic děje se ve třech kolmo na sobě stojících směrech, ač ve skutečnosti každý směr jest stejně hojný a tudíž nepřevladá žádný.

*) *Lang* „Einleitung in die theoretische Physik" pag. 407.

§. 2.

O rozpínavosti.

Podlé předcházejícího výkladu povstává tlak plynu na stěny jej uzavírající nárazem částic plynových; vrazí-li totiž částice hmoty m na stěnu rychlostí průměrnou u a jestli u_x složka této rychlosti kolmo na stěnu sestrojená, můžeme sílu nárazu měřiti součinem $m u_x$. Abychom tedy celý tlak plynu na stěny jej objímající vyšetřili, musíme vypočítati, mnoho-li hybné síly se na tyto stěny přenese.

Především mějme na zřeteli část plochy f tak malou, že ji možná považovati za rovinu, a zvolme ji za rovinu YZ osnovy pravoúhlé; pak představme si, jak dříve již bylo poznamenáno, že částice plynu pohybují se jen třemi směry našich os souřadnicových, takže na plochu f narážeti budou jen částice směrem osy X se pohybující a z těch třeba jen do počtu vzíti ty, jichž průmět připadá na plochu f a jichž vzdálenost od f jest menší nežli průměrná hodnota rozběhu l.

Jestli tedy n počet částic plynových na jednotku obsahu připadajících, bude jich směrem X se pohybovati průměrně třetina, tedy $^1/_3 n$ a tudíž jich narazí na plochu f počet $^1/_3 n f l$, z čehož jde podlé předcházejícího, že účinek bude pro jednotku časovou tentýž jako kdyby tu bylo

$$\frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{n}{3} f l = \frac{n}{3} f u$$

částic, z nichž by každá v této době jen jednou na plochu f narazila.

Poněvadž náraz tento dopadne *kolmo* na stěnu, převede se na ni hybné síly mu, takže tu pro součet těchto jednotlivých nárazů obdržíme výraz

$$R = {}^1/_3\, n f m u^2,$$

z čehož plyne, dělíme-li veličinou f, pro jednotku plošnou

$$\frac{R}{f} = p = \frac{nmu^2}{3}, \qquad (3)$$

kdež pak značí p *tlak* plynu na jednotku stěny.

Značí-li N počet částic na obsah plynu v připadající, jest

$$N = nv,$$

takže se obdrží, spojíme-li tento vzorec s (3),

$$pv = \frac{Nmu^2}{3}. \tag{4}$$

Poněvadž N, m a u jsou pro určitý plyn veličiny stálé, jest i stálým součin pv neb

$$pv = k,$$

což jest výrazem *zákonu Mariotte-ova* pokusem poznaného; neb podobně bude pro jiný obsah téhož plynu v' jiný tlak p' a

$$p'v' = k$$

a tudíž, porovnáme-li obě rovnice,

$$p \,.\, v = p' \,.\, v'$$

aneb jakž obyčejně se píše

$$p : p' = v' : v.$$

§. 3.

O rychlosti postupného pohybu molekulárního.

Poněvadž Nm ve vzorci (4) značí hmotu plynu, bude podlé známého výměru

$$Nm = v\,d,$$

značí-li d hustotu tohoto plynu, načež z téhož vzorce (4) dosazením této hodnoty obdržíme pro průměrnou rychlost u vzorec

$$u = \sqrt{3\frac{p}{d}}, \tag{5}$$

kterýž se zcela podobá vzorci Laplace-ovu platícímu pro rychlost, jakou se zvuk v plynech rozšiřuje, jelikož tu $k = 3$. Uvedeme-li pak poměr $p : d$ na známé pojmy, promění se vzorec poslední v

$$u = \sqrt{3\frac{gP}{S} \cdot \frac{T}{\varrho\, T_0}},$$

kdež značí, jak odjinud známo, užíváme-li metru a grammu,

$$P = 1032{\cdot}951{\cdot}10^4,$$
$$S = 0{\cdot}129276{\cdot}10^4$$
$$g = 9{\cdot}80917,$$

takže pomocí těchto hodnot se obdrží z posledního vzorce

$$u_{cm} = 48500 \sqrt{\frac{T}{\varrho T_0}}, \tag{6}$$

kdež značí ϱ poměrnou hustotu plynu měřenou hustotou vzduchu při stejném tlaku a při stejné teplotě.

Podlé tohoto vzorce obdržíme tedy, položíme-li $T = T_0$, pro některé plyny tyto výsledky:

Plyn	Hutnost	Průměrná rychlost
N_2O	1·5241	39 300^{cm}
CO_2	1·5201	39 300
O	1·1056	46 100
Vzduch	1·0000	48 500
N	0·9713	49 200
H	0·0692	184 400

z čehož patrno, jak tu rychle s ubývající hustotou přibývá průměrné rychlosti, jakou se částice plynové semo tamo pohybují což i ze vzorce (6) lze všeobecně poznati, zavedeme-li pro ϱ' hodnotu u', jelikož pak

$$u'_{cm} = 48500 \sqrt{\frac{T}{\varrho' T_0}}$$

a tudíž ze srovnalosti

$$u^2 : u'^2 = \varrho' : \varrho$$

vysvitá, že čtverce rychlostí u se mají k sobě jako převratné hodnoty příslušných ϱ.

(Pokračování.)