Jan Vojtěch

Theorie geometrických konstrukcí. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 31 (1902), No. 3, 248--260

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122612

oko jest *dichromatické* a v řídkých případech také *monochromatické.*

Záleží-li trojí druh nervů zrakových v trojí na sítnici rozestřené látce fotochemické, jejíž jeden druh rozkládá se hlavně světlem červeným, druhý druh zvláště světlem zeleným a třetí druh světlem fialovým, vykládáme oko dichromatické jako takové, jež na sítnici obsahuje fotochemické ony látky *změněné,* tak že jedna se přizpůsobila druhé. Oko, které nerozeznává barvy červené, obsahuje na sítnici látku, která se přizpůsobila onomu pigmentu zelenému, tak že fotochemický rozklad této látky příčinou jest vjemu barvy zelené.

Podrobněji o povaze změn v fotochemických látkách na sítnici jedná novější theorie *E. Heringova,* která předpokládá šest jednoduchých složek při dojmu zrakovém vůbec. Složky tyto jsou dojem barvy bílé, černé, žluté, modré, červené a zelené. Změny fotochemické na sítnici jsou dvojího druhu, změna *dissimilační,* - rozklad látek na sítnici a změna *assimilační,* process výživy. Složkám vjemu barvy bílé, žluté a červené odpovídají změny dissimilační, složkám ostatním změny assimilační. Dvojí tyto změny udržují se tak rozmanitým světlem v rovnováze. Zatemníme-li oko úplně i na delší chvíli, zbývají určité dojmy zrakové, neutuchají změny v látce na sítnici, kterými si vysvětlujeme dojem černa a bíla a máme dojem barvy šedé.

Do ostatních podrobností duchaplné této theorie nelze se na tomto místě pouštěti.

Theorie geometrických konstrukcí.

Napsal

Jan Vojtěch v Praze.

(Pokračování.)

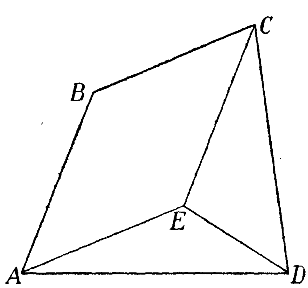
b) Methoda translace. Přenesme některé části obrazce hledaného buď rovnoběžně je pošinouce nebo jinak za tím cílem, aby nový obrazec obsahoval počet daných elementů dostatečný k přímému sestrojení.

Příklad rovnoběžného posunutí: *Sestrojiti čtyrúhelník, dány-li jsou úhly a dvě strany protilehlé.*

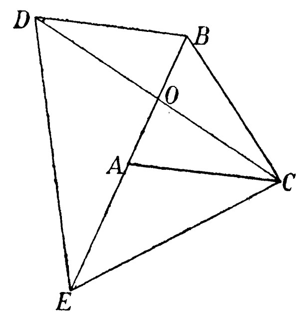
Provedení (obr. 2.): Dejme tomu, že je úloha řešena a čtyrúhelník $ABCD$ budiž čtyrúhelník hledaný; strany BC a AD jsou dány. Přenesme stranu BC rovnoběžně vůči původní její poloze do polohy AE, i obdržíme tak trojúhelník AED snadno sestrojitelný (známeť strany AD a AE i úhel

$$EAD = BAD - [180^0 - CBA]$$

jimi sevřený). K provedení konstrukce dostačí tedy sestrojiti trojúhelník ADE, vésti stranu AB, dále rovnoběžku EC a z bodu D vésti stranu DC. Průsek přímek EC a DC dá nám bod C, z něhož zbývá vésti $CB \parallel EA$.



Obr. 2.



Obr. 3.

Mnoho úloh dá se řešiti na základě následujících pomocných obrazců k trojúhelníku a čtyrúhelníku.

I. Sestrojme trojúhelník libovolný ABC (obr. 3.), veďme $BD \# CA$, prodlužme BA a nanesme na prodloužení toto $AE = AB$. Body C, D a E určují nový trojúhelník, jenž — jak snadno seznáváme — má tyto vlastnosti:

1. Strany trojúhelníka EDC jsou dvakrát větší než mediany trojúhelníka ABC;

2. plocha trojúhelníka EDC je rovna trojnásobné ploše trojúhelníka ABC;

3. dvě z výšek každého z trojúhelníků ADE, AEC, ADC, které skládají trojúhelník EDC, rovnají se dvěma výškám trojúhelníka ABC;

4. úhly u vrcholu A jsou rovny vnitřním nebo vnějším úhlům trojúhelníka ABC;

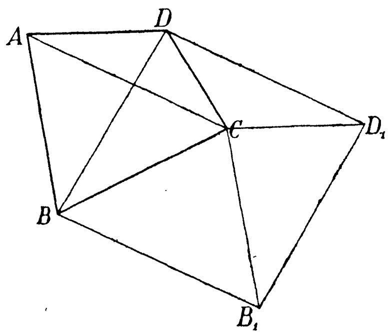
5. úhly sevřené medianami trojúhelníka ABC jsou rovny úhlům trojúhelníka EDC;

6. bod A je průsečík median trojúhelníka EDC.

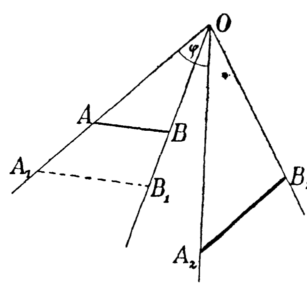
II. Sestrojme libovolný čtyrúhelník (obr. 4.) a přenesme rovnoběžně k původní poloze AB do CB_1, AD do CD_1. Obdržíme tak čtyři body B, B_1, D, D_1, jež tvoří rovnoběžník těchto vlastností:

1. Úhly u bodu C jsou rovny úhlům čtyrúhelníka původního;

2. strany a úhly rovnoběžníka BB_1DD_1 jsou rovny diagonálám čtyrúhelníka $ABCD$ a úhlům jimi sevřeným.



Obr. 4.



Obr. 5.

3. plocha rovnoběžníka je rovna dvojnásobné ploše čtyrúhelníka $ABCD$;

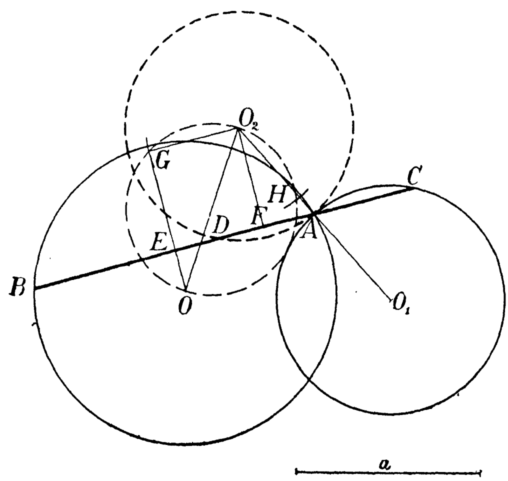
4. úhlopříčky rovnoběžníka jsou dvakrát větší než přímky spojující středy protilehlých stran čtyrúhelníka $ABCD$;

5. přímky spojující bod C s vrcholy rovnoběžníka jsou rovny stranám čtyrúhelníka $ABCD$;

6. pro určité čtyrúhelníky lomená čára BCD_1 přejde v přímku.

V uvedených dvou význačných případech posunuty části obrazců tak, že vznikly nové útvary výhodných vlastností.

c) Methoda rotace kol bodu. Petersen podává širokou theorii této rotace. Přidržíme se Alexandrova, který rozeznává 3 případy. Dříve však nutno předvésti stručně pojmy této transformace. — Mysleme si (obr. 5.) úsečku $\overline{AB}$ a bod O; násobme $\overline{AB}$ číslem n vzhledem k bodu O. Budiž resultující úsečka $\overline{A_1B_1}$ $(\frac{A_1O}{AO} = n)$. Přenesme trojúhelník A_1OB_1 do A_2OB_2 tak, aby úhel A_1OA_2 byl roven danému úhlu φ. Pravíme tedy, že A_2B_2 vzniká z AB násobením číslem n (v obrázku $n = \frac{3}{2}$) vzhledem k bodu O a rotací kol tohoto O, středu rotace. Libovolný bod C přímky AB přejde do bodu C_2; jsou to body korrespondující. Víme-li, že úsečka $\overline{AB}$ přešla multiplikací a rotací v $\overline{A_2B_2}$, můžeme nalézti střed rotace. Stačí sestrojiti nad přímkami AA_2 a BB_2 dva oblouky, jejichž obvodové úhly by byly φ; průsek jich dá bod O. Tato poznámka dovoluje řešiti problémy o rotaci, není-li střed rotace dán. (Nazýváme v dalším rotací vlastně spojení dvou výkonů: prostého otočení kol bodu a násobení.) — Tři zmíněné skupiny úloh jsou tyto:



Obr. 6.

1. Rotace kol bodu má týž význam jako translace, dovoluje totiž sblížiti elementy obrazce tak, že konstrukce se usnadní, zavádí do náčrtku jeden nebo několik nových prvků, přivádí úhly nebo přímky do té polohy, že se stotožňují, a všeobecně

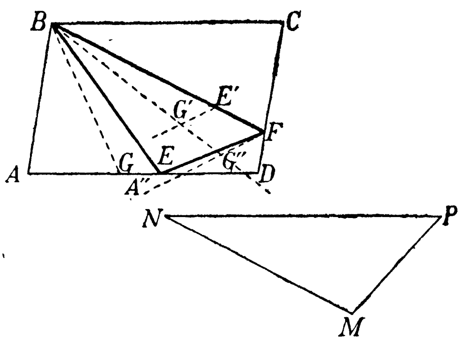
nahrazuje danou úlohu úlohou novou, snažší. Při úkolech této skupiny jest střed rotace přímo dán.

2. Máme střed rotace, úhel rotace a poměr (týká se násobení), jest nám nalézti dva korrespondující body, ležící na dvou přímkách, dvou kružnicích nebo na přímce a kružnici (daných).

3. Máme dvě přímky (kružnice) a dva body ležící na nich; hledáme jiné dva body, ležící na týchž přímkách (kružnicích) a hovící daným podmínkám. Střed rotace není dán.

Příklady: Ad 1. *Dány dvě kružnice O a O_1, které se protínají; vésti jedním z průsečíků A sečnu BAC tak, aby rozdíl $BA - AC$ byl roven dané délce a.*

Provedení (obr. 6.): Bychom zavedli do náčrtku rozdíl $BA - AC$, otočme kružnici O_1 kol bodu A o 180^0, čímž ji přivedeme do polohy O_2; tětiva AC padne do tětivy AB a bod C stotožní se s bodem D. Veďme $OE \perp AB$, $O_2F \perp AD$. Budeme míti tedy $EF = \frac{a}{2}$. Budiž $O_2G \parallel FE$, $O_2G = EF = \frac{a}{2}$; i můžeme sestrojiti trojúhelník OGO_2 (známe přeponu OO_2 a stranu



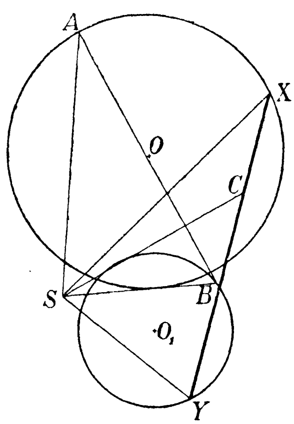
Obr. 7.

O_2G), čímž určen je směr přímky OE neb přímky O_2G. — Chtějíce tedy provésti konstrukci, prodlužme O_1A, nanesme na tomto prodloužení $AO_2 = AO_1$; nad OO_2 jako průměrem opišme kružnici a z bodu O_2 jako středu poloměrem rovným $\frac{a}{2}$ opišme druhou, jež protne předešlou v G a H. Hledaná sečna je $BAC \perp$ na OG.

Ad 2. *Vepsati do daného rovnoběžníka $ABCD$ trojúhelník EBF, podobný danému MNP.*

Rozbor (obr. 7.): Budiž EBF hledaný trojúhelník. Otočme přímku BE kol bodu B až padne do přímky BF; bod E padne do bodu E'. Násobíme-li BE' poměrem $\frac{NP}{NM}$, přejde bod E' v F. (Střed rotace $= B$, úhel r. $= EBF = MNP$, poměr r. $= \frac{NP}{NM}$).

Sestrojení: Veďme bodem B libovolnou přímku BG a druhou BG', jež svírá s BG úhel MNP. Budiž $BG'' = BG \cdot \frac{NP}{NM}$. Bodem G'' veďme $A''G''$, jež svírá s BG'' úhel $BG''A'' = BGA$



Obr. 8.

a prodlužme tuto přímku, až protne stranu DC v bodě F. Zbývá vésti BE pod úhlem MNP vzhledem k BF.

Důkaz: Trojúhelníky BGE a $BG'E'$ majíce stejnou stranu ($BG = BG'$) a dva přilehlé k ní úhly, jsou shodné; pročež $BE' = BE$. Avšak $\frac{BF}{BE'} = \frac{NP}{NM}$ a tedy $\frac{BF}{BE} = \frac{NP}{NM}$.

Ad. 3. *Dány dvě kružnice a dva body A a B, ležící na nich,* *jest vésti třetím bodem kdekoli daným C sekantu XY tak, aby arc AX a arc BY měly tutéž míru úhlovou.* (Obr. 8.)

Určeme střed rotace S (je to průsečík oblouků kruhových sestrojených nad $\overline{OO_1}$ a $\overline{AB}$ jako tětivami s obvodovým úhlem rovným úhlu, který svírají spolu poloměry OA a O_1B) a otočme kružnici O tak, aby body A a X padly do B a Y. Trojúhelníky ASB a XSY jsou podobné; abychom určili X, stačí sestrojiti nad $\overline{SC}$ oblouk s obvodovým úhlem SAB.

d) Methoda inverse.

Budiž v rovině řada bodů A, B, $C, \ldots$, jež tvoří obrazec K, a bod O; volíme-li na paprscích OA, OB, $OC, \ldots$ body A_1, B_1, $C_1, \ldots$ tak, aby součiny $\overline{OA} \,.\, \overline{OA_1}$, $\overline{OB} \,.\, \overline{OB_1}$, $\overline{OC} \,.\, \overline{OC_1}, \ldots$ byly všechny rovny konstantě r^2, tvoří body tyto A_1, B_1, $C_1, \ldots$ nový obrazec K_1, který nazýváme inversním prvého. Bod O je střed (l'origine) inverse, konstanta r^2 jest mocnost inverse (puissance), body A a A_1, B a $B_1, \ldots$ jsou body korrespondující. (Inverse bývá také nazývána transformací reciprokých průvodičů.)

Platí tu věty:

1. Inversní čarou přímky neprocházející středem inverse jest kružnice jdoucí středem.

2. Inversní čarou přímky jdoucí středem inverse je přímka sama.

3. Inversní čarou kružnice procházející středem jest přímka kolmá na průměr vedený středem.

4. Inversní čarou kružnice, jež nejde středem, jest kružnice, a střed inverse je středem podobnosti obou kružnic.

Je často snažší sestrojiti obrazec inversní než hledaný přímo; touto oklikou tedy si pomáháme.

Příklad: *Sestrojiti kružnici, jež by procházela daným bodem M a dotýkala se dvou daných kružnic.*

Inversí, jejíž středem je M, redukuje se úloha na tuto: Vésti k daným dvěma kružnicím společné tečny. Mocnost inverse lze tak voliti, že jedna daná kružnice zůstane bez proměny.

Poznámka: Pojímáme-li transformaci v širším smyslu, lze k methodě transformační čítati i methodu podobných obrazců (odst. 9.).

11. Netřeba podotýkati, že uvedené methody mají podati jen první přehled po širém poli geometrických úloh konstruktivních a jich řešení. Jsou to jen hlavní rysy; je přece pochopitelno, že k vůli nějaké obtížné úloze nutno vyhledati zvláštní způsob postupu, nehledě k tomu, že i pro skupiny jistých úloh existují specialní methody. Tak možno zmíniti se příkladem o methodě, která danou úlohu obrací, by ji usnadnila; na př. „Do daného trojúhelníka vepsati trojúhelník jiný, shodný s daným" snadno se řeší ve znění: „Opsati danému trojúhelníku jiný, shodný s daným." Trojúhelníky si tu vyměnily své postavení.

Stejně samozřejmé jest, že methody lze kombinovati; to ovšem závisí na jednotlivých úlohách. Konečně dovoluje leckterý úkol celou řadu různých řešení.

12. Dosavadní methody jsou po výtce geometrické. Neukazují-li ony cestu, kterou jest se bráti za účelem rozřešení úkolu, utíkáme se k methodě početní, algebraické. Applikace algebry na geometrii rozmohla se do té míry od dob, kdy založena algebra Vietou, že již záhy ozvaly se hlasy volající zpět, po očistě geometrie. Avšak důsledné projednávání celé geometrie methodou ryze geometrickou jest nám nyní dosti cizí; algebra nabyla už domovského práva v geometrii. (Jak naopak geometrie odplácí algebře, bylo by zajímavo stopovati). Pokud se týče pouze našich strojných úkolů, jest spíše možno jednati o nich methodami aspoň zdánlivě čistě geometrickými; za takové můžeme pokládati methody předcházející. Methoda, kterou zbývá uvésti, jest právě *methoda algebraické analyse.*

Jest patrno, jak zde se bude postupovati. Neznámá délka, úhel se vypočte cestou algebry, a výsledek se sestrojí dle pravidel známých. Objasní to příklad:

Vésti příčku v trojúhelníku ABC, jež dělí na dvě stejné části jeho plochu i obvod.

Budiž MN příčka, která provádí, co žádá úkol; bod M budiž na straně c, N na straně a. Tedy $MBN = \frac{1}{2} ABC$, $MB + BN = MA + AC + CN$. K určení příčky MN stačí znáti BM a BN; označme BM písmenou x, BN pak y.

Víme, že platí $\frac{ABC}{MBN} = \frac{ac}{xy}$, tedy v našem případě $ac = 2xy$, vedle toho $x + y = \frac{1}{2}(a + b + c) = p$. Řešením těchto dvou rovnic dostaneme $x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - \frac{ac}{2}}$, $y = \frac{p}{2} \mp \sqrt{\frac{p^2}{4} - \frac{ac}{2}}$. Kořeny jsou realné pro $\frac{p^2}{4} > \frac{ac}{2}$.

Abychom provedli konstrukci, prodlužme stranu CB a naneseme $BD = \frac{c}{2}$; nad CD jako průměrem sestrojme polokružnici a vztyčme v B kolmici ku DC. Máme tu $\overline{BH}^2 = \overline{BD}.\overline{BC} = \frac{ac}{2}$. Z bodu H jako středu délkou $\frac{p}{2}$ jako poloměrem opišme oblouk kruhový, jenž protne stranu DC v bodě K. Trojúhelník BHK dává: $BK = \sqrt{\overline{KH}^2 - \overline{BH}^2} = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{ac}{2}}$. Majíce sestrojiti konečně délku x, přičtěme k délce $\frac{p}{2}$ délku tuto, y pak obdržíme odečtením této od $\frac{p}{2}$, nebo naopak. — Aby řešení bylo možno, je podmínka

$$BN = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{ac}{2}} < a$$

$$BM = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{ac}{2}} < c;$$

první nerovnost dává: $a > b$, druhá $b > c$, dohromady: $a > b > c$.

Pokud se týče úhlů, nutno do takových rovnic zavésti ovšem funkce goniometrické.

13. Na konec budiž učiněna zmínka o některých zvláštních *druzích a skupinách konstruktivních úloh geometrických.* — Možno sem zařaditi úlohy proměňovací a dělící, o nichž také v učebnicích geometrie zvlášť se mluvívá. Právě příklad v předešlém odst. patří k nim. Dále jsou to konstrukce obrazců vepsaných a opsaných jiným; i takový úkol už uveden.

Zvláštního vytčení však zasluhují jednotlivé úlohy nebo skupiny úloh historicky důležité. Tak na př. známý *problém*

Apolloniův, obsahující 10 úloh, a úzce příbuzný problém Pappův, zahrnující 6 úloh, od starých dob stále jsou předmětem pojednání zvláštních.[8]) Nechceme vzpomínati starých tří problémů, neřešitelných buď vůbec nebo našimi prostředky, totiž trisekce úhlu, zdvojení krychle a kvadratury kruhu. Ale uvádíme jako příklad ještě *problém Malfattiho*, jenž zní: Vepsati jest do trojúhelníka tři kružnice té vlastnosti, aby se každá dotýkala druhých dvou a zároveň dvou stran trojúhelníka. Úloha položena Malfattim roku 1803 (Memoria sopra un problema stereotomico v Memorie di Matematica e di Fis. della Soc. Ital. delle scienze, tomo X., parte I[a], p. 235, Modena) a projednávána od té doby velmi často. Tak psali o té věci Gergonne, Lavernède, Steiner, Cayley, Plücker, Quidde, Clebsch, Schellbach, Schröter (hlavně v Crellově žurnálu) a jiní, zvl. Binder, Mertens.[9]) — O takových úlohách zde jednati vedlo by příliš daleko.

II. O pomůckách, jimiž lze prováděti geom. konstrukce.

14. Přihlédněme nyní z obecnějšího stanoviska k theorii geometrických konstrukcí. Opustíme podmínku, která praví, že konstrukce se mají prováděti jedině a bez omezení kružítkem a pravítkem, podržíme však z uvedených na počátku podmínku první a třetí, totiž budeme se zabývati jen konstrukcemi elementárními a theoreticky přesnými.

Přístroje, jichž užívá se k sestrojení geometrických obrazů vytčeného druhu, jsou dosti četné; jsouť to hlavně:

A) Pravítko obyčejné s jednou hranou, dle které rýsujeme přímky.

B) Pravítko s dvěma hranami, jež dovoluje vésti dvě přímky rovnoběžné v konstantní vzdálenosti.

C) Pravítko s jednou hranou, kterým možno zároveň měřiti a přenášeti úsečky.

---

[8]) Viz na př. *H. Cranz*, Das Apollonische Berührungsproblem und verwandte Aufgaben, Stuttgart, J. Maier, 1891.

[9]) K informaci o řešeních před rokem 1885 může sloužiti pojednání ve výr. zprávě gymn. ve Stanisławowie za rok 1885: Różne sposoby rozwiązania zagadnienia Malfattego i krytyczne uwagi nad nimi przez *A. Nakoncznego*.

D) Pravítko s dvěma hranami, způsobilé přenášeti úsečky.

E) Pravý úhel, nejčastěji trojúhelníkové pravítko s takovým úhlem.

F) Kosý, řekněme ostrý úhel, rovněž na trojúhelníkovém pravítku.

G) Kružítko s konstantním rozevřením.

H) Kružítko obyčejné, jehož rozevření se dá měniti.

Podíváme se, do jaké míry lze elementární a theoreticky přesné konstrukce geometrické prováděti jednotlivými z uvedených nástrojů vůbec nebo za jistých podmínek; další otázka by byla, jaké spojení jich jest účelné. Pokusíme se tedy vyšetřiti *obor působnosti jednotlivých nástrojů*, t. j. zodpověděti otázku, co lze sestrojiti pouze pravítkem, pouhým pravým úhlem atd. bez použití jiných pomůcek.

15. Mnohé z vypočtených nástrojů stačí samy o sobě (jednotlivě) k sestrojení všech úloh elementárních, tedy úloh, které obvykle provádíme kružítkem a pravítkem, jak v I. oddílu stručně bylo vyloženo. K důkazu tohoto rozsahu jich působnosti není ovšem potřebí (a ani možno) provésti všechny možné konstrukce. Obecný důkaz vede se tímto rozborem: Ať jest geometrická konstrukce, která při neomezeném užívání kružítka a jednoduchého pravítka byla provedena, sebe složitější, lze ji vždy přece rozložiti na opětné provedení několika nejjednodušších operací. — Vezmeme-li totiž do ruky pravítko, můžeme jím bezprostředně provésti jen jeden z těchto dvou výkonů: vésti přímku; určiti průsečík přímky, která má býti rýsována, s přímkou již narýsovanou nebo s kružnicí již sestrojenou. Chopíme-li se pak kružítka, lze provésti jen jeden z výkonů: vyrýsovati kružnici; určiti průsečíky kružnice, kterou máme sestrojiti, s přímkou již sestrojenou nebo s kružnicí již sestrojenou.

Smíme-li používati pravítka i kružítka, provedeme tyto základní operace docela snadno; obtíž geometrické konstrukce spočívá v tom právě, abychom základní výkony vhodně kombinovali. Jsou-li však pomůcky omezeny, bylo by nutno především ukázati, že se jimi uvedené elementy konstrukcí vůbec dají provésti. Než jest možno postupovati racionálněji; ony základní výkony (které snad dovoleno přirovnati slovům ve větě) vyskytují se stále v určitých skupinách, základních konstrukcích. Tyto nejjednodušší a nejčastěji se vyskytující úkoly, o nichž už v I. odd. byla zmínka, jsou složkami všech úloh a dají se leckterou z našich pomůcek mnohem snáze řešiti jinou cestou, přiměřenější oné pomůcce, než kterou se dáváme obyčejně. Jest proto na místě, zabývati se napřed řešením těchto elementárních úloh omezenými jednotlivými pomůckami. Zmíněné základní úkoly jsou:

1. vésti rovnoběžné přímky,

2. danou úsečku znásobiti nebo rozděliti v stejné části,

3. vésti přímky navzájem kolmé,

4. daným bodem vésti přímku, která by s danou přímkou svírala úhel rovný úhlu, danému velikostí a polohou,

5. úhel rozpůliti nebo znásobiti,

6. vycházeje od daného bodu, sestrojiti daným směrem úsečku rovnou úsečce, dané co do velikosti a polohy.

K obecnému důkazu schází potom prokázati možnost dvou rozhodujících konstrukcí:

I. Nalézti průsečíky přímky a kružnice,

II. průsečíky dvou kružnic.

16. Přikročme již k jednotlivým pomůckám.

A) *Pouhým pravítkem s jednou hranou* nelze prováděti naše konstrukce, leda zcela jednoduché úkoly; neboť nedovedeme pouhým pravítkem ani rozpůliti úsečku nebo vůbec děliti přímky, nedovedeme vésti rovnoběžky. Obyčejně předpokládá se však, že dána v rovině buď rozpůlená úsečka nebo dvě rovnoběžky a pod.; za takového předpokladu lze pouhým pravítkem provésti mnohé konstrukce elementární. Chasles[10]) uvádí, že již Schooten († r. 1659) podal první příklady tohoto druhu; dále Servois, Mascheroni, Brianchon a j. Také Lambert ve

---

[10]) *Chasles*, Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la Géométrie moderne, Bruxelles, 1837.

spise „Freye Perspective“ zabývá se ku konci[11]) geometrií pravítka a mluví o významu jejím pro perspektivu, jakož i o poměru perspektivy a geometrie vzhledem k tomuto druhu konstrukce. Mezi jiným praví: Ich werde hier noch verschiedene Anmerkungen und Aufgaben beyfügen, die . . . die Verwandschaft der Geometrie und Perspective noch mehr ins Licht zu setzen dienen können. Letztere wird insbesondere die Linearperspective oder Linealperspective genannt, wenn man sie von der Luft- und Farbenperspective unterscheiden will. Es ist aber diese Benennung in einem anderen Sinne noch ungleich mehr bedeutend, weil die Perspective überhaupt mehr auf dem Gebrauche des Lineals als des Circuls beruht. . . . “ A dále pokračuje: „V tomto ohledu stálo by za to vyšetřiti, jak daleko lze dojít v perspektivě a potom i v geometrii, smíme-li, vylučujíce kružítko, užívati pouze pravítka a snažíme-li se tedy obě učiniti v nejvlastnějším smyslu lineárními. Dále můžeme vyšetřovati, jak lze ony části, jež při řešení úloh nutně vyžadují užití kružítka, omeziti na nejmenší možný počet. Že se řešení zpravidla stanou delšími, na to netřeba hleděti; mohou se vždy vyskytnouti případy, kdy takové rozvláčnější řešení je při applikaci jediným možným prostředkem nebo aspoň může ušetřiti mnoho námahy. Nejkratší řešení na papíře vyžaduje často taková měření přímek a úhlů na poli, jež buď nelze provésti nebo která stojí příliš mnoho času a námahy a často i nákladu.“ Podává potom několik příkladů a poznamenává, že by bylo potřebí nekonečně dlouhého pravítka, abychom dovedli úsečku rozpůliti nebo vésti rovnoběžku k dané přímce, používajíce pouze pravítka a nemajíce nic jiného narýsováno.

(Pokračování.)

---

[11]) *J. H. Lambert,* Freye Perspective oder Anweisung, jeden perspectivischen Aufriss von freyen Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen, 2. Aufl. Zürich, 1774 (Zum Beschlusse).