Bohuslav Hostinský
Odpověď k poznámkám p. A. Dittricha

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 54 (1925), No. 3, 278--280

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122599`

Odpověď k poznámkám p. A. Dittricha.

Napsal *Bohuslav Hostinský.*

Uveřejnil jsem nedávno článek nadepsaný „Sur les transformations des équations de la mécanique" v časopise Bulletin des sciences mathématiques (1924), jehož obsah shrnuji takto: Budiž φ hodnota funkce, která závisí na n neznámých funkcích proměnné t a jejich prvních derivacích q'_k dle t; předpokládáme, že φ je homogenní 1. stupně vzhledem k derivacím q'_k. Utvořme soustavu diferenciálních rovnic (R), které vyjadřují, že variace integrálu

$$J = \int_a^b \varphi\,(q_1, q_2 \dots q_n, q'_1, q'_2, \dots q'_n, t)\,dt,$$

rovná se nule. Zaveďme pak na místo t novou integrační proměnou u libovolnou transformací a aplikujme na veličiny q_1, $q_2, \dots q_n, t = q_{n+1}$ libovolnou substitucí (veličiny ty jsou libovolnými funkcemi transformovaných veličin Q_1 až Q_{n+1}). Rovnice (R) přejdou tak v rovnice (R'), které vyjadřují, že variace transformovaného integrálu rovná se nule. Tak docházíme k obecnému principu variačního počtu:

Soustava diferenciálních rovnic, jež vyjadřují podmínku, aby variace integrálu J rovnala se nule, je kovariantní s funkcí φ vůči libovolným transformacím proměnných $q_1 \dots q_{n+1}$.

Jednotlivé diferenciální rovnice (R) jsou druhého řádu; uvedený princip dá se snadno zobecniti tak, že vede ke konstrukci kovariantních systémů, které jsou složeny z diferenciálních rovnic libovolného řádu obyčejných nebo parciálních.

Považujme φ za kinetický potenciál (rozdíl energie kinetické a potenciální pro systémy konservativní) dané mechanické soustavy; (R) jsou pak pohybové rovnice. Provedeme-li shora naznačenou úpravu, jsou v těchto rovnicích souřadnice $q_1, q_2 \dots q_n$ i čas $t = q_{n+1}$ souměrně zastoupeny.

Speciální případ, kdy $n = 3$ $(q_4 = t)$ a kdy mimo to je funkce φ tak volena, že

$$\varphi\,du = \Big(\sum_{i=1}^{4} \sum_{k=1}^{4} a_{ik}\,(q_1, q_2, q_3, q_4)\,dq_i\,dq_k\Big)^{\frac{1}{2}}$$

vede k pohybovým rovnicím (R) pro soustavu o čtyřech stupních volnosti, která se pohybuje bez vlivu vnějších sil (φ = dvojnásobné kinetické energii, potenciální energie=const). Rovnice (R) jsou v tomto případě totožny s rovnicemi Einsteinovými pro pohyb bodu hmotného v gravitačním poli. Methoda převáděti soustavu pohybových rovnic na soustavu obdobných rovnic s větším počtem souřadnic je známa již z prací Routhových (1877).

Dittrich (viz poznámky uveřejněné v předešlém čísle Časopisu na str. 152—155) praví, že v citované práci dokazuji z Hamiltonova integrálního principu „rovnoprávnost času t a všeobecných souřadnic q_v." Odmítám tento výrok; napsati rovnice ve tvaru symetrickém vůči několika veličinám neznamená ještě tvrditi, že tyto veličiny jsou „rovnoprávné". Nikdy jsem netvrdil, že čas t je rovnoprávný se souřadnicemi q. Naopak myslím, že je nutno rozlišovati čas od souřadnic q a že relativisté chybují, když přeceňujíce formální symetrii některých vzorců hledají za ní jakousi fysikální symetrii či rovnoprávnost. Pokud vím, ani Routh, ani Hamilton ani Jacobi ani nikdo před nimi nepsal o rovnocennosti času se souřadnicemi; slova „rovnocennost" a „rovnoprávnost souřadných systémů" byla zavedena od relativistů, kteří podle Machova příkladu popírají zvláštní dynamický význam systémů inerciálních.

Transformace, kterými se nemění tvar pohybových rovnic, dají se ovšem odvoditi také užitím t. zv. kanonických rovnic; Dittrich dokazuje to na str. 152—155. Nemyslím však, že užití kanonických rovnic dodává důkazu nějaké zvláštní výhody.

Obecný princip variačního počtu, nahoře citovaný, neuvedl jsem, jak doufám, zbytečně; domnívám se, že objasňuje pojem obecné kovariance, o kterém se tolik v poslední době píše; ukazuje se, že problémy t. zv. absolutního differenciálního počtu jsou zahrnuty v obecnějších problémech, které se vyskytnou při studiu rovnic a výrazů kovariantních s omezenými integrály.*)

Ke konci svých poznámek vytýká mně Dittrich, že jsem o významu věty („Einsteinovy rovnice pro pohyb hmotného bodu neliší se formálně od Lagrangeových rovnic pro speciální soustavu o 4 stupních volnosti") pro posouzení relativistiky nic neuvedl. Odpovídám takto: Poněvadž Einsteinovy rovnice pro pohyb hmotného bodu jsou totožny s Lagrangeovými rovnicemi upravenými podle Routhovy methody z r. 1877, není třeba ani při jejich odvození

*) K Dittrichově poznámce, že jeho práce vyšla o rok dříve než můj důkaz, dodávám, že číslo 1. — 2. ročníku 53. Časopisu s Dittrichovou prací vyšlo v prosinci 1923, kdy jsem měl svou práci hotovu. Všechny podstatné výsledky své práce přednesl jsem v přednáškách konaných v Jednotě čsl. matematiků a fysiků dne 10. ledna 1924 (v Brně) a 12. ledna (v Praze). Práce byla vytištěna v Bulletin des sc. m. v červenci a v srpnu 1924. — Upozorňuji též na práci Differencial segundas que se comportan de modo invariantivo, kterou uveřejnil T. Levi Civita v Revista Matematica Hispano-Americana (separát této práce, bez udání roku, obdržel jsem v době, kdy moje práce byla v tisku).

ani v applikacích užívati „relativistiky“. Až se někomu naskytne příležitost užíti takových rovnic (uvádím, že J. J. Thomson a H. Hertz užívali Routhovy methody zavádějíce nadpočetné parametry q a t. zv. skryté vazby), postačí mu zajisté spolehnouti se na střízlivé odvození Routhovo, takže nebude nucen obírati se vlastnostmi Einsteinova „elastického časoprostoru“; nedozví se ovšem ničeho o „podivuhodných možnostech, jež v nových prostoro-časových teoriích dřímají“, za to však budou jeho výpočty spočívati na srozumitelném základě.