Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 63 (1934), No. 1, R25--R28

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122514

světový čas, tedy o 1^h méně čili:

$$12^h + R - \lambda. \tag{4}$$

Pro tento okamžik se musí interpolovati R. Máme-li na př. počítati pro poledne dne 5. X., vypíšeme rovnici časojevnou pro půlnoc dne 5. — označme ji r — a půlnoc, jíž začíná den 6. — označme ji $r + \Delta r$. Za jednu hodinu mění se oprava o $\Delta r : 24$. Za čas uplynulý podle vzorce (4) od světové půlnoci o

$$\tfrac{1}{24}\,\Delta r\,(12 + R - \lambda).$$

Je tedy

$$R = r + \tfrac{1}{24}\,\Delta r\,(12 + R - \lambda)^h$$

čili

$$R = r + \tfrac{1}{2}\,\Delta r + \tfrac{1}{24}\,\Delta r\,(R - \lambda)^h. \tag{5}$$

Při praktickém počítání vypočte se nejprve

$$\bar{r} = r + \tfrac{1}{2}\,\Delta r,$$

pak

$$R = \bar{r} + \tfrac{1}{24}\,\Delta r\,(\bar{r} - \lambda)^h;$$

$\bar{r}$ v závorce vyjádří se jako zlomek hodin; v hodinách a zlomcích jejich vyjádří se i λ v závorce. Proto za závorkou nahoře, připojeno h od hora = hodina.

Pro víceronásobné použití doporučuje se schematisace počtu, jež píše obezřetně hned předem pod sebe, co se bude slučovat. Počítám pro 5. X. r. 1930 pro Starou Ďalu.

$r + \Delta r = -11^m\,31{,}8^s$	$\bar{r} = -11^m\,22{,}75^s = r + \frac{1}{2}\Delta r$
$r = -11^m\,13{,}7^s$	$-\lambda = -1^h\,12^m\,45{,}5^s$
$\Delta r = -18{,}1^s$	$\bar{r} - \lambda = -1^h\,24^m\,08{,}25^s = -1{,}40^h$
$\Delta r : 2 = -9{,}05^s$	$+1{,}05^s = \frac{1}{24}\Delta r\,(r - \lambda)^h$
$\Delta r : 24 = -0{,}75^s$	$R = -11^m\,21{,}70^s$

Máme-li poledník již vyznačený, lze přesnost jeho kontrolovati tím, že určíme čas, kdy se linie dotkl napřed jdoucí okraj eliptického obrázku slunce, pak druhý. Aritmetický průměr těchto dvou okamžiků musí dáti pravé poledne, jež stanoví náš vzorec, je-li linie poledníková správná. Dr. *A. Dittrich.*

Úlohy.

Z matematiky.

1. Sestrojte trojúhelník, dáno-li: γ, $a + b$, $v_b - v_a$.

Prof. *J. Dvořák* (Písek).

2. Dokažte tuto konstrukci tečny elipsy v lib. jejím bodě M: Spojíme M se středem úsečky, kterou na hlavní ose vytínají spojnice bodu M s vrcholy vedlejší osy. *Týž.*

3. Je-li $\overline{AB}$ tětiva, která prochází ohniskem F elipsy, a ϱ poloměr s ní rovnoběžný, jest dokázati, že je výraz $\dfrac{\overline{FA}\,.\,\overline{FB}}{\varrho^2}$ konstantní. *Týž.*

4. Určiti střed inverse tak, aby dvě nesoustředné kružnice přešly v kružnice soustředné. *B. Havelka.*

5. V jakém poměru dělí těžiště komolého kužele jeho výšku, jestliže rovina rovnoběžná s podstavou a vytínající tento komolý kužel z přímého kužele o výšce h, dělí výšku h v poměru $1 : \sqrt{6}$? Dr. *Č. Kohlmann.*

6. Jaký úhel svírá dráha slunce s rovinou horizontu těsně před západem? (Dána zem. šířka a deklinace.) Prof. *J. Široký.*

7. Vyjadřte daný rac. zlomek $\dfrac{p}{q}$ součtem kladných rac. zlomků, jichž jmenovatelé tvoří danou geom. řadu $a, a^2, a^3, \ldots, (a \neq q)$. Specielně pro $\dfrac{p}{q} = \dfrac{7}{36}$, $a = 7$. *Týž.*

8. Řešte soustavu rovnic:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$$
$$xy + 2y - x = 4.$$

Prof. *St. Teplý.*

9. Nad trojúhelníkem o stranách a, b, c je sestrojen pravoúhlý trojhran. Stanovte objem komolého jehlanu, který vznikne, protneme-li trojhran rovinou rovnoběžnou k rovině trojúhelníka ve vzdálenosti v. *V. Veselý.*

10. Pravidelný s-stěn, který je omezen n-úhelníky, má počet tělesných úhlopříček $u = \frac{1}{2}s\,(\frac{1}{2}n - 1).\,[(s - 4).\,(\frac{1}{2}n - 1) - 1] + 1$. Dokažte! *V.*

Poznámka. Úlohy 1—10 jsou určeny pouze pro studující V. a VI. tř. stř. škol. Při jejich řešení musí tedy býti užito pouze látky probírané v těchto třídách v matematice resp. deskr. geometrii.

11. Řešte soustavu rovnic:

$$yz\,(y + z - x) = a$$
$$zx\,(z + x - y) = b$$
$$xy\,(x + y - z) = c.$$

Řed. *Al. Bezloja.*

12. Určete dvojciferné číslo, které má největší počet dělitelů. Prof. *J. Dvořák* (Písek).

13. Je dána přímka $\dfrac{x}{p} + \dfrac{y}{q} - 1 = 0$ a křivka $\mathrm{f}(x, y) = 0$. Stanovte rovnici křivky souměrné k dané křivce vzhledem k dané přímce jako ose. *Týž.*

14. Dvě paraboly o stejných parametrech a pevných vrcholech $V_1\,(0,0), V_2\,(1,1)$, se otáčejí tak, že jejich osy jsou stále k sobě kolmé. Stanovte závislost poloměru kružnice jdoucí společnými body obou parabol na úhlu otočení. *B. Havelka.*

15. Dokažte, že nutná podmínka, aby rovnice:

$$\frac{x^k}{n} = n\,\mathrm{f}(x_i) \pm 1,$$

kde k je celé reálné číslo, $\mathrm{f}(x_i)$ pak nějaký mnohočlen s celistvými reál. koeficienty o libovol. počtu neznámých, měla celistvá reálná řešení, jest, aby absol. hodnota čísla n byla k-tou mocninou celého reál. čísla.

Dr. *K. Koutský.*

16. Absolutními permutacemi nazýváme permutace, v nichž žádný prvek není na témže místě jako ve skupině původní. Kolik absol. permutací lze vyvoditi z n různých prvků? *K. Lerl.*

17. Z určitého bodu jsou vrženy současně všemi směry a stejnou rychlostí hmotné body. Kde se musíme nacházeti, abychom jimi nebyli zasaženi? Určiti geom. m. vrcholů a ohnisek parabol v případě, že body jsou vrženy v rovině. *V. Münz.*

18. Určiť algebraický súčet vzdialeností vrcholóv trojuholníka od Eulervej priamky. (E. priamka je spojnice stredu kružnice opísanej a ťažišťa.) *Štefan Schwarz.*

19. Sestrojte rovnoosou hyperbolu určenou imag. osou co do polohy a dvěma body. Prof. *B. Starosta.*

20. Stanovte maximální pětiúhelník určený pěti stranami a úhlem. Prof. *J. Široký.*

21. Udejte součet nekonečné řady:

$$S = 1 . 2 . 3 + 2 . 3 . 4x + 3 . 4 . 5x^2 + 4 . 5 . 6x^3 + \ldots \text{ pro } |x| < 1.$$

Prof. *St. Teplý.*

22. Sestrojte trojúhelník, dáno-li: ortocentrum, střed kružnice opsané a střed jedné těžnice. *F. Tvrdý.*

23. Najděte reálné řešení soustavy:

$$1296 . 3^{4x} = (65 . 3^{4x} + 1296) . 2^{4y}$$
$$216 . 3^{2x} = (5 . 3^{3x} . 2^{y} + 216) . 2^{2y}$$

V. Veselý.

24. Stanovte všechna racionální řešení rovnice:

$$x^y = y^x.$$

V.

25. Určete objem sudu výšky v, je-li poloměr dna r, poloměr středního řezu R a jsou-li dužiny parabolicky zakřiveny. Z. š. i. *A. Ždímal.*

Z fysiky.

1. Vypočtěte o kolik procent klesne intensita slunečního světla při centrálním kruhovém zatmění je-li zdánlivý průměr Slunce 32′ 35″, Měsíce 29′ 26″ a předkládáme-li *a)* že plošná jasnost slunečního kotouče je všude stejná, *b)* že jasnosti jeho ubývá od středu k okraji podle Emdenova vzorce $I = \frac{2}{5} I_0 (1 + \frac{3}{2} \cos \gamma)$, v němž I značí intensitu plošného elementu, jehož normála svírá se zorným paprskem úhel γ. Dr. *B. Hacar.*

2. Použitím Varignonovy poučky stanovte těžiště lichoběžníku. Dr. *Č. Kohlmann.*

3. Dokažte, že lze měřením doby kyvu stanoviti nadmořskou výšku pozorovacího místa. *Týž.*

4. Na drátě jsou zavěšeny 2 koule, z nichž první (ve vzdálenosti ϱ_1 od bodu závěsu) je pevně zavěšena (její poloměr je r_1, hmota m_1). Druhá koule (poloměru r_2 a hmoty m_2) může býti posunována podél drátu. V které vzdálenosti (ϱ_2) musíme ji upevniti, aby doba kyvu byla minimální? *Týž.*

5. Kdyby k zemi dopadl hmotný bod z nekonečné vzdálenosti, jaká by byla rychlost dopadu? *V. Münz.*

6. Jaké jsou meze délky fysického kyvadla sekundového, které tvoří homogenní tyč všude stejného průřezu? *Týž.*

7. Nádoba s vodou padá po nakloněné rovině skloněné o úhel α; koeficient tření jest k. Jaký úhel tvoří hladina vodní s rovinou vodorovnou? Dr. *Ant. Pleskot.*

8. Na dolním konci nakloněné roviny skloněné o úhel 30^0 jest připevněna příčka. Do jaké největší výše může býti na nakloněnou rovinu položena krychle, aby se při dopadu nepřevrhla? *Týž.*

9. Jsou dány Lissajousovy křivky *a*) $y^2 = 4x^2 (1 - x^2)$, *b*) $y = 3x - 4x^3$, po nichž se pohybuje nehmotný bod. Jest určiti — pokud existují — body, v nichž α) rychlost, β) zrychlení jest rovno nule a udati periody pohybů. Prof. *St. Teplý.*

10. Z válce průřezu q vytéká ideální kapalina otvorem u dna průřezu q'. Určiti pohybovou rovnici bodu plovoucího na jejím povrchu. *W.*

Z deskriptivní geometrie.

1. Posuňte jednu ze čtyř mimoběžek tak, aby byla osou rotační válcové plochy, která se dotýká zbývajících tří. *K. Lerl.*

2. Sestrojte rotační paraboloid, dána-li elipsa, podél které se dotýká paraboloidu kužel, jehož osový řez je pravoúhlý trojúhelník o přeponě v hlavní ose elipsy. Prof. *Rud. Marek.*

3. Dána přímka o v rovině π a přímka s. Sestrojte kulovou plochu, která se dotýká π tak, že jejím vrženým stínem na tuto rovinu, ze svíticího bodu S vhodně na s voleném, je parabola s osou o, jejíž parametr se rovná průměru plochy. *Ota Setzer.*

4. Sestrojte rotační kuželovou plochu, dána-li její površka, rovina rovnoběžná s její osou, která seče plochu v rovnoosé hyperbole o daném vrcholu. *B. Starosta.*

5. Udejte v šikmém promítání *přímou* konstrukci pro mez vlastního stínu a mez vrženého stínu na souřadnou rovinu, kulové plochy osvětlené *a*) centrálnými, *b*) rovnoběžnými paprsky. *V.*

Poznámka. Redakce odmění zvláštními knižními cenami (150 Kč, 100 Kč) 2 studující, kteří provedou úlohy z deskr. geom. ve vzorných rysech (rozměr 297×210 mm) tuší a s normalisovaným popisem, jehož vzor a potřebné nástroje prodává JČMF.

Vypsání cen za řešení úloh.

Studujícím středních škol, kteří jsou odběrateli „Rozhledů", budou uděleny ceny za správné řešení úloh z matematiky, fysiky a deskriptivní geometrie, a to knihy vydané nákladem Jednoty. Kromě toho z fondu Jaromíra Mareše obdrží letos po čtrnácté studující středních škol ceny za nejlepší řešení úloh; při stejné jakosti řešení náleží přednost řešitelům z české reálky a českého gymnasia v Českých Budějovicích a z české reálky v Praze III. Dále obdrží odměnu nejlepší počtář z české školy obecné v Českých Budějovicích v Dlouhé ulici.

Řešení úloh, psaná na čtvrtkách po jedné straně, každá úloha na zvláštním listě, buďte zaslána redakci do **15. března 1934** neodvolatelně. Úprava buď tato: Číslo úlohy, znění její a autor. Řešil p. (jméno, ústav). Řešení. Úplná adresa bytu. Vzory najde čtenář v posledním čísle minulého ročníku. Buď přiložen pro kontrolu seznam řešených úloh s podpisem a adresou. Zásilky nedostatečně frankované se nepřijímají.

Na řešení pozdě došlá není možno bráti zřetel.

Oprava. Na str. 138 Rozhledů předch. ročníku 2. řádek zdola čti: ... a tím je koule určena 4 body M, N, M', N', ležícími v rovině a tečnou p. Osu ...