

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

František Josef Studnička

O původu a rozvoji nauky o determinantech. [III.]

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 5 (1876), No. 6, 279--281

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122449>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1876

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Dosazením této hodnoty do (5) obdržíme snadným převodem  
 $a^2 \sin \alpha \sin \beta - b^2 \cos \alpha \cos \beta = AB \sin^2 \gamma \cos \delta$ . (7)

Dosadíme-li posléz (3), (4), (6), (7) do (2) vznikne, nám rovnice  
 $B^2 \sin^2 \gamma x^2 + A^2 \sin^2 \gamma y^2 - 2AB \sin^2 \gamma \cos \delta xy = A^2 B^2 \sin^2 \gamma \sin^2 \delta$   
 neboli

$$B^2 x^2 + A^2 y^2 - 2AB \cos \delta xy = A^2 B^2 \sin^2 \delta.$$

Tato **průměrová rovnice ellipsy** jest připodobena ke vzorci pro *záchvěje elliptické* (I).

## O původu a rozvoji nauky o determinantech.

Sepsal

Dr. F. J. Studnička.

(Dokončení.)

Cauchy četl své pojednání, jímž položen základ k nauce o determinantech, dne 30. listopadu 1812 ve francouzském Institutu, kdež arci zasedali nejčelnější tehdejší matematikové Francie a tudíž bezprostředně poznali výsledky nových těchto výzkumů; ale pojednání samo vyšlo tiskem až na počátku r. 1815, takže ostatní svět matematický teprv později mohl míti příležitost seznámiti se s touto novou naukou i theoreticky i prakticky tak důležitou.

Dvojí okolnost vadila však rychlejšímu a obsáhlejšímu rozšíření theorie determinantů; jednak byla Evropa ještě rozvlněna neukrotitelnou ctižádostí samozvance Korsikánského, jednak nebylo uveřejnění této práce matematické v sborníku tak málo v ostatních zemích rozšířeném, jako jest „Journal de l'école polytechnique“, tomu valně příznivo. Cauchy pak sám nevěnoval tomuto svému mnohoslibnému dítku později tolik pozornosti, aby je byl přivedl k samostatné platnosti a všestrannému uznání, jakého zjednal jiným svým vynálezům a výzkumům, ba ve svých pozdějších Exerc. de Math. a Exerc. d'Analyse ani nezachoval stále pojmenování „determinant“, vraceje se často k Laplaceovu názvu „resultant“.

I bylo tudíž nutno ještě jednou takřka znova položit základy pro tuto nauku, což podnikl *Jacobi*, jeden z nejslavnějších matematiků německých, který již od r. 1826 determinanty pilně a s úspěchem pěstoval; vyložil v mathematickém časopise *Crelle-ově* r. 1841 ve dvou pojednáních \*) všechny poučky, které až do té doby byly vynalezeny, zejména pak vyložil v druhém pojednání nový pojem a vlastnosti *funkcionálního determinantu* \*\*) jež někteří angličtí matematikové, na př. *G. Salmon* jemu na počest pojmenovali *Jacobian*, jako později zavedl anglický matematik *Sylvester* pojmenování *Hessian* k označení souměrného *determinantu Hesse-ho*, \*\*\*) jež tento výtečný geometr německý o šest let později poprvé sestavil. †)

Abychom poznali poměr obou těchto nových druhů determinantních, představme si, že máme  $n$  funkcí o  $n$  proměnných a sice

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \vdots \end{aligned} \tag{1}$$

a že zavedeme symbolické označení

$$f_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \tag{2}$$

načež bude výraz

$$J_n = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} \tag{3}$$

funkcionálním determinantem soustavy (1); máme-li však jen jednu funkci o  $n$  proměnných

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{4}$$

\*) „De formatione et proprietatibus Determinantium“ a „De Determinantibus functionalibus“ *Crelle's Journ. f. d. reine und angew. Math.* XXII. Band, pag. 285 a 319. V druhém tomto pojednání zaveden operační symbol  $\partial$  pro částečné derivování.

\*\*) Viz *Studnička* „O determinantech“ pag. 51.

\*\*\*) *ibid.* pag. 56.

†) V *Crelle's Journ. f. M.* XXVIII. Band, pag. 83.

a zavedeme-li symbolické označení

$$f_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (5)$$

bude výraz (3) symmetrickým determinantem Hesseho.

K těmto dvěma druhům se v poslední době přidružil mnou tak zvaný *determinant diferenciální*, jehož prvky následujících řádků rovnají se diferenciálům prvků řádků předcházejících, takže značí-li

$$f_1, f_2, \dots, f_n$$

funkce proměnné  $x$  a zavedeme-li symbolické označení

$$f_{ij} = d^i f_j,$$

výraz (3) též značí nový tento druh determinantů,\*) jež zvláště s dobrým prospěchem zavedl jsem do theorie křivek prostorových.

Ačkoli pojednání Jacobi-ho, jsouc uvěřeno v časopise vesměs přístupném, obrátilo pozornost všech tehdejších matematiků k nauce o determinantech a její veliké prospěšnosti, předc tím nebyla ještě nová tato nauka vybavena z područí časopiseckého, nýbrž stále jen zdokonalována od jednotlivých matematiků v různých časopisech, oni sice z ní vyvedli mohutný prostředek pro svá bádání, avšak nepostarali se o všeobecné její rozšíření.

Tento poslední a pro nauku tuto samu nejdůležitější krok učiněn byl teprv vydáním spisů samostatných, kterými se neodvisle od časopiseckých úvah dostala theorie determinantů co samostatný člen do proudu mathematického, v němž od té doby důstojné zaujímá postavení. Spisy, kterými se toto vyproštění z časopiseckých okovů provedlo, jsou především tyto:

1851 *Spottiswoode* „Elementary theorems relating to determinans“.

1854 *Brioschi* „La teorica dei determinanti“

1857 *Baltzer* „Theorie und Anwendung der Determinanten.“

A od té doby stává se literatura den ode dne hojnější a i co do hloubky i co do obsáhlosti dokonalejší, ba v nejnovější době přičiňuje se i valná řada elementárních spisů k tomu, aby nauka o determinantech, jež se stanoviska theoretického jest tak zajímavou, se stanoviska pak praktického tak prospěšnou, stala se přístupnou i středním školám.

\*) Srovnej *Frobenius* „Über die Determinante mehrerer Funktionen einer Variabeln“ *Crelle's J. f. M.* Band 77., pag. 244.