Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Augustin Haas

Poznámka o číslech spřízněných

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 25 (1896), No. 5, 349--350

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122438`

Poznámka o číslech spřízněných.

Podává

Aug. Haas v Praze.

Značí-li $\Sigma\frac{1}{m}$, $\Sigma\frac{1}{n}$ součty převratných hodnot všech dělitelů čísel M, N, čísla samá v to čítaje, jest

$$\frac{1}{\Sigma\frac{1}{m}}+\frac{1}{\Sigma\frac{1}{n}}=1,$$

jsou-li M, N čísla *spřízněná.*

Důkaz: Součty dělitelů čísel:

$$\mathrm{M}=a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}\ldots$$
$$\mathrm{N}=m^{\mu}n^{\nu}p^{\pi}\ \ldots,$$

kdež a, b, c, ..., m, n, p, ... jsou prvočísla, jsou vyjádřeny součiny

$$\Sigma m=(1+a+a^2+\ldots+a^{\alpha})\,(1+b+b^2+\ldots+b^{\beta})\\ .(1+c+c^2+\ldots+c^{\gamma})\ldots$$
$$\Sigma n=(1+m+m^2+\ldots+m^{\mu})\,(1+n+n^2+\ldots+n^{\nu})\\ .(1+p+p^2+\ldots+p^{\pi})\ldots$$

Pro čísla spřízněná platí

$$\Sigma m=\Sigma n=\mathrm{M}+\mathrm{N}.$$

Poněvadž

$$\frac{\Sigma m}{\mathrm{M}}=1+\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}=\Sigma\frac{1}{m}$$

$$\frac{\Sigma n}{N} = 1 + \frac{M}{N} = \Sigma \frac{1}{n}$$

snadno odvodíme vztah svrchu vyslovený

$$\frac{1}{\Sigma \frac{1}{m}} + \frac{1}{\Sigma \frac{1}{n}} = 1.$$

Když M = N je číslo dokonalé, a obdržíme

$$\Sigma \frac{1}{n} = \Sigma \frac{1}{m} = 2,$$

kterouž vlastnost objevil *Catalan* (viz Přílohu k Časopisu pro pěst. math. a fys., ročník letošní str. 229.).

Úlohy.

Úloha 33.

Obvod kruhové výseče jest 2p, obsah její q^2. Vypočítati poloměr r, oblouk s a úhel středový α.

Řešení. (Zaslal p. *Antonín Ringl,* stud. VII. tř. g. ve Vys. Mýtě).

Úloha vede k rovnicím

$$2r + s = 2p,$$

$$\frac{rs}{2} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = q^2,$$

z nichž snadno vypočítáme

$$r = \frac{1}{2}\left(p \pm \sqrt{p^2 - 4q^2}\right),$$

$$s = p \mp \sqrt{p^2 - 4q^2},$$

$$\alpha = \frac{720\, q^2}{\pi\,(r^2 - 2q^2 \pm \sqrt{p^2 - 4q^2})}.$$