Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 44 (1915), No. 1, 124--128

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122391

24. 2^h Merkur v odsluní. — *Radiant* v souhvězdí Velkého Vozu (AR 161°, $\delta + 58°$); let rychlý.
25. 12^h *konjunkce* Neptuna s Měsícem (2° 55′ již.). — *Zákryt* μ^2 Cancri (vel. 5·5), z. $14^h\,54^m$, k. $15^h\,29^m$; Měsíc zapadá v $15^h\,55^m$. — 20^h Venuše v ekliptice.
27. *Radiant* mezi souhvězdím Koruny a Boota (AR 229°, $\delta + 32°$); let rychlý, dráha slabá.
29. 14^h Merkur v konjunkci s Jupiterem (Merkur 1° 18′ již.).
30. *S.*

Úlohy.

Z mathematiky.

1.

Stanoviti hodnotu součinu prvých n členů řady arithmetické čtvrtého stupně

1, 5, 15, 35, 70, 126, . . .

Jan Svoboda, úř. hypot. banky v Brně.

2.

Řešiti jest rovnici

$$1 + \sin x + \frac{3}{4}\sin^2 x + \frac{4}{8}\sin^3 x + \frac{5}{16}\sin^4 x + \ldots = \frac{16}{9}$$

Dr. *J. Štěpánek* v Táboře.

3.

Do přímého kužele kruhového o daném úhlu vrcholovém vepíši kužel podobný, jehož vrchol padne do středu základny prvého kužele. Do tohoto druhého kužele vepíši podobný třetí, do tohoto čtvrtý atd. vždy dle týchže pravidel.

Jaký jest součet řady objemů a řady povrchů těchto kuželů?

Dr. *J. Štěpánek* v Táboře.

4.

Dokázati, že platí vztah

$$nx^{n-1} - (n-1)\,x^n = 1 - (1-x)^2\,X,$$

je-li $X = 1 + 2X + 3X^2 + \ldots + (n-1)\,x^{n-2}$

Prof. *Jan Kroupa.*

5.

Pravidelný jehlan přímý n-boký jest stanoven poboční hranou b jakož i hranovým úhlem β hran pobočných. Vrcholem základny vésti po jeho plášti lomenou čáru tak, aby každá její úsečka byla kolmá k následující hraně pobočné, a určiti délku této spiralovité čáry vedoucí k vrcholu jehlanu.

Prof. *Jan Kroupa.*

6.

Přímý trojboký jehlan pravidelný jest určen základní hranou a, poboční b; vrcholem základny vésti rovinu, aby protínala jeho plášť v trojúhelníku nejmenšího obvodu, jeho pak délku stanoviti.

Prof. *Jan Kroupa.*

7.

Sestrojiti rovnostranný trojúhelník, dán-li jeden jeho vrchol a zbývající dva jsou na daných dvou přímkách.

Dr. *Josef Klíma.*

8.

Kružnice k dotýká se kružnice l v bodě C, jímž vedena jest libovolná sečna s, sekoucí kružnici k v bodě A a kružnici l v bodě B; jaké jest geometrické místo bodu D harmonicky sdruženého s bodem C vzhledem k bodům A, B.

Josef Kálal, prof. r. v Příboře.

9.

Vrcholem čtverce vedena jest přímka o v úhlu α k jeho straně. Jak velké jsou pláště vytvořené otočením obou úhlopříčen kolem osy o a jak velký musí býti úhel α, aby pláště ty byly co největší.

Školní rada *Václav Hübner.*

10.

Ze všech kulových výsečí o daném objemu stanoviti onu, jejíž povrch jest co největší a co nejmenší.

Školní rada *Václav Hübner.*

11.

Řešiti tětivový čtyřúhelník, dány-li dvě protilehlé strany a, c a obě úhlopříčky m, n svými délkami.

Prof. *Rudolf Hruša.*

12.

Dokažte, že plocha tětivového čtyřúhelníku dá se vyjádřiti vzorcem

$$\frac{mn\,(a^2 - c^2)}{(ma - nc)\,(na - mc)} \sqrt{s\,(s - a - c)\,(s - m - c)\,(s - n - c)}$$

Prof. *Rudolf Hruša.*

13.

Do deltoidu ABCD jest možno vepsati kruh o středu S a poloměru r. Vedle toho jsou čtyři kruhy o středech S_1, S_2, S_3, S_4, jež se vně dotýkají tří stran deltoidu. Jsou-li poloměry těch kruhů r_1, r_2, r_3, r_4, tu vedle vztahů $r_1 = r_2$, $r_3 = r_4$ platí ještě

$$\alpha)\ r_1 : r_3 = tg\,\frac{\delta}{2} : tg\,\frac{\beta}{2},$$

$$\beta)\ (r_1 - r) : (r - r_3) = a : c,$$

γ) Středy S_1, S_2, S_3, S_4 tvoří rovnoramenný lichoběžník, jehož úhlopříčky se protínají v bodě S.

Prof. *Rudolf Hruša.*

14.

Dokázati, že objem čtyřbokého hranolu o hranách a, b, c, d, jenž má plochu kolmého řezu z a délku průsečnice řezů úhlopříčných f, jest

$$K = \frac{z}{3}\,(a + b + c + d - f)$$

a délka těžnice rovnoběžné s hranami pobočnými

$$t = \frac{a + b + c + d - f}{4} + \frac{1}{4}\,\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - f^2}{a + b + c + d - f}$$

Prof. *J. Schuster.*

15.

Ve čtyřstěnu, jehož protější hrany jsou střídavě stejně dlouhé $a = a_1$, $b = b_1$, $c = c_1$, *platí pro jich sklony vztah*

$$sin\ (aa_1)\ .\ sin\ (bb_1)\ .\ (cc_1) = \frac{8\varrho^2}{R^2},$$

kde ϱ *jest poloměr koule čtyřstěnu vepsané, R poloměr kružnice stěně opsané.*

Prof. *J. Schuster.*

16.

Výška přímého kužele elliptického budiž geometrickým průměrem poloos podstavy, nejkratší strana geometrickým průměrem strany nejdelší a výšky. Které úhly svírají nejdelší a nejkratší strana s podstavou? Je-li dána lineární výstřednost ellipsy, který jest objem kužele?

Dr. *Josef Tomáš.*

17.

V bodě paraboly $y^2 = 2px$, *jehož pořadnice* $y_1 > o$ *jest dána, vedena tečna. Ve které vzdálenosti od počátku souřadnic musí byti vrchol souosé paraboly (o ose* $+ x$*), jejíž parametr* $2p' > 2p$, *aby tečna byla oběma křivkám společna? Jest vypočítati plochu, již omezují tečna a oblouky obou křivek, jakož i poměr její ku ploše trojúhelníku z tečny a tětiv.*

Dr. *Josef Tomáš.*

18.

Jest určiti geometrické místo průseků hyperboly $x^2\ sin^2\varphi - y^2\ cos^2\ \varphi = a^2$ *s přímkou* $x\ tg\ \varphi - y\ cotg\ \varphi = \frac{2a}{sin\ 2\varphi}$, *je-li* φ *proměnlivé.*

Dr. *Josef Tomáš.*

Z deskriptivní geometrie.

1.

Určiti rotační ellipsoid vejčitý, dáno-li jedno jeho ohnisko, tři roviny tečné a bod povrchu.

Dr. *Josef Klíma.*

2.

Třemi danými body proložiti rotační plochu válcovou, protínající jednu danou rovinu v nejhezčí ellipse ($a^2 = 2b^2$) *a druhou danou rovinu ve dvou povrchových přímkách.*

Dr. *Josef Klíma.*

3.

Dvěma body proložiti plochy kulové, dotýkající se dvou ploch kulových.

Dr. *Josef Klíma.*

4

V rovině ϱ *dány body* A, B, *na přímce k* ϱ *kolmé body* C, D. *Najíti rotační plochu válcovou, procházející body* A, B, C, D, *jejíž osa je rovnoběžná s rovinou* ϱ.

Josef Ždárek, assist. české techniky.

5.

Nalézti směr a nezávisle od něho rovinu orthogonálního promítání, tak aby průměty daných dvou mimoběžných úseček měly stejnou danou délku.

Josef Ždárek, assist. české techniky.