Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Miroslav Hrabák

Aberrace

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 44 (1915), No. 1, 109--115

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122378

Aberrace.

Napsal Ph. C. **Miroslav Hrabák.**

Po marných pokusech Tychona Braheho změřiti parallaxu stálic a tím dokázati správnost Koperníkova systému zůstal tento problém více než 100 let neřešen. Teprve koncem roku 1725 James Bradley*) objevil pohyb stálic, který se s theorií parallaxy nesrovnával. Příčinu tohoto nového zdánlivého pohybu našel Bradley v konečné rychlosti světla a v pohybu země ve vesmíru. Pohyby tyto se dle principu nezávislosti skládají, způsobují odchylku směru paprsku světelného od původního směru, a odchylku tuto nazval Bradley aberrací.

K objasnění možno uvésti několik analogií z obecného života.

Po řece, jejíž rychlost toku budiž v, ať pohybuje se parník rychlostí V. Z parníku, na břehu ještě stojícího, pozorujme předmět velmi vzdálený ve směru A. Bude-li parník v pohybu, bude nutno dalekohled o jistý úhel φ otočiti, abychom zase viděli v něm onen vzdálený předmět. Tangenta úhlu φ rovná se poměru rychlostí $\frac{v}{V}$.

Mysleme si kámen padající do propasti. Následkem pohybu země bude se kámen stále straně východní blížiti. Kdyby propast byla šikmou a svírala se svislým směrem úhel, jehož tg jest dána poměrem rychlostí obou těles, pak by kámen byl vždy od stěn stejně vzdálen.

Nahraďme plující parník nebo padající kámen rychlostí světla V, tekoucí řeku nebo propast rychlostí naší země v, dostaneme též úchylku od původního směru, aberraci.

Země má 3 hlavní pohyby: rotaci, revoluci a translaci a každý z nich dá aberraci. První dva pohyby jsou periodické, prvý s periodou dne a druhý s periodou roku, a proto nazýváme

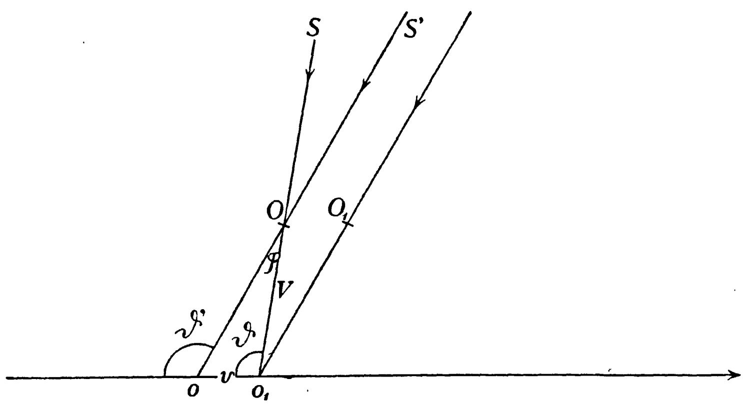
---

*) James Bradley, professor a později ředitel na hvězdárně v Greenwichi, počal svá pozorování dne 3. září 1725 na hvězdárně v Kew u Londýna a již 17. září poznal, že našel nový pohyb. Pozorování doplnil v letech 1725—8 a roku 1728 vydal úplné vysvětlení v „Philosophical Transactions 1728“.

aberrace ty denní, roční, a jsou též periodické. Třetí nazýváme kosmickou.

Uvažujme napřed aberraci roční. Úchylka tato jest v rovině určené hvězdou a tečnou ku dráze země, neb v tečné jest určen směr pohybu země v onom okamžiku. Předpokládáme-li, že dráha země jest kruhová, pak tečná jest kolmá ku průvodiči.

Budiž O objektiv, o okulár dalekohledu a S směr paprsku vycházejícího ze stálice. Než proběhne světlo dráhu $\overline{Oo}$, posune se okulár do místa o_1 a objektiv do O_1. Směr zdánlivý bude dán osou dalekohledu a bude s pravým směrem svírati úhel φ (obr. 1.).



Obr. 1.

Dle sinové věty jest

$$\frac{\sin \varphi}{\sin (180 - \vartheta')} = \frac{v}{V},$$

ale

$$\varphi = \vartheta' - \vartheta,$$

proto

$$\sin (\vartheta' - \vartheta) = \frac{v}{V} \sin \vartheta'. \tag{1}$$

Při velmi malých úhlech možno vždy sinus, tangentu a arcus pokládati za veličiny od sebe velmi málo rozdílné a psáti

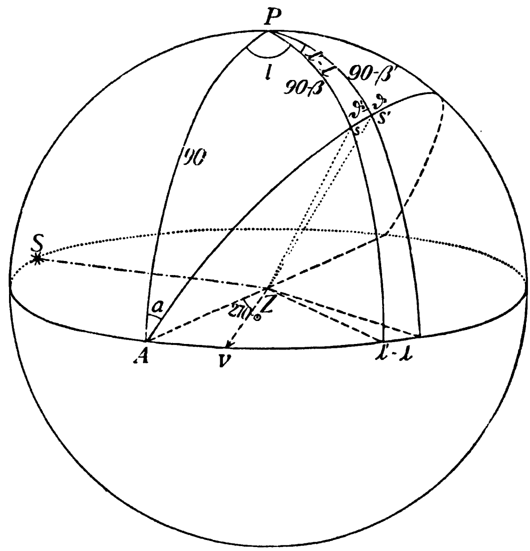
$$\sin (\vartheta' - \vartheta) = (\vartheta' - \vartheta) \sin 1''$$

a rovnici (1) psáti ve formě

$$\vartheta' - \vartheta = \frac{v}{V} \sin \vartheta' : \sin 1''.$$

Výraz $\frac{v}{V} : \sin 1''$ jest aberrační konstanta k.

Jakkoliv úchylka tato jest velmi malá, přece přesahuje meze pozorovacích chyb, způsobuje změnu souřadnic a proto nutno znáti výraz, dle kterého bychom mohli zdánlivé místo na pravé redukovati.



Obr. 2.

Zavedeme-li souřadnice ekliptikálné, vidíme slunce promítnuto v ekliptice do místa S. Aberrace jest však v rovině určené kolmicí ZA k ZS v rovině ekliptiky vedenou a směrem pravým $\overline{Zs}$ a zdánlivě vidíme hvězdu posunutou do místa s' (obr. 2.).

Řešíme sférické trojúhelníky PAs a PAs' tak, abychom našli rozdíly šířek a délek. Úhel při A budiž α, úhel při P budiž l. P jest polem ekliptiky, v buď bodem jarním. Z obrazu jest patrno, že úhel $vA = 360^0 - vS - 90^0$. Úhel vZS*) jest

*) Značí se k vůli krátkosti ⊙.

délkou slunce a jest pro všechny dny v roce tabulován. Úhel $l = \nu A + \lambda$, kde λ jest délka hvězdy s. Hodnota jeho se nezmění, když jej od 360^0 odečteme, pak $l = 90^0 + \odot - \lambda$.

Dle věty sinové v trojúhelníku AsP, kde $As = \vartheta$

$$\frac{\sin\vartheta}{\sin(90-\beta)} = \frac{\sin l}{\sin\alpha},$$

$$\sin\vartheta \sin\alpha = \sin l \cos\beta \qquad (2)$$

a podobně v trojúhelníku $As'P$

$$\sin\vartheta' \sin\alpha = \sin l' \cos\beta' \qquad (3)$$

Rovnici (2) násobme $\cos\vartheta'$, (3) $\cos\vartheta$ a (2) odečtěme od (3)

$$\sin(\vartheta' - \vartheta)\sin\alpha = \sin l' \cos\beta' \cos\vartheta - \sin l \cos\beta \cos\vartheta'.$$

Za $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta'$ dosaďme hodnoty plynoucí z cosinusových vět

$$\cos\vartheta = \cos\beta \cos l$$

$$\cos\vartheta' = \cos\beta' \cos l'$$

$$\begin{aligned}\sin(\vartheta' - \vartheta)\sin\alpha &= \sin l' \cos\beta' \cos\beta \cos l - \sin l \cos\beta \cos\beta' \cos l' \\ &= \cos\beta' \cos\beta (\sin l' \cos l - \cos l' \sin l) \\ &= \cos\beta' \cos\beta \sin(l' - l).\end{aligned}$$

Ale

$$\sin(\vartheta' - \vartheta) = k \sin 1'' \sin\vartheta',$$

proto

$$\sin(l' - l) = \frac{k \sin\vartheta' \sin\alpha \sin 1''}{\cos\beta' \cos\beta}.$$

Za $\sin\vartheta' \sin\alpha$ dosaďme z rovnice (3) hodnotu $\sin l' \cos\beta'$

$$\sin(l' - l) = k \sin 1'' \sin l' \sec\beta.$$

Dosadíme-li za $\sin(l' - l) = (l' - l)\sin 1''$ a za $l = 90 + \odot - \lambda$, $l' = 90 + \odot - \lambda'$

$$\underline{\lambda' - \lambda = -k \cos(\odot - \lambda') \sec\beta.} \qquad (4)$$

Obdobné formy lze stanoviti pro rozdíly šířek: z cosinových vět plynou rovnice

$$\sin\beta = \sin\vartheta \cos\alpha \qquad (5)$$

$$\sin\beta' = \sin\vartheta' \cos\alpha, \qquad (6)$$

$$\cos\beta' = \cos\vartheta' \cos l' + \sin\vartheta' \sin l' \sin\alpha, \qquad (7)$$

$$\cos\beta = \cos\vartheta \cos l + \sin\vartheta \sin l \sin\alpha. \qquad (8)$$

Násobíme-li (5) . (7) a (6) . (8) a součiny odečteme

$$sin(\beta' - \beta) = sin\,\vartheta' cos\,\vartheta\, cos\,l\, cos\,\alpha + sin\,\vartheta' sin\,\vartheta\, sin\,l\, cos\,\alpha\, sin\,\alpha$$
$$- sin\,\vartheta\, cos\,\vartheta' cos\,l' cos\,\alpha - sin\,\vartheta' sin\,\vartheta\, sin\,l' cos\,\alpha\, sin\,\alpha,$$

a předpokládáme-li, že veličina l' jest o velmi málo rozdílna od l, tak že možno psáti

$$l' = l,$$

pak
$$sin\,(\beta' - \beta) = cos\,l'\, cos\,\alpha\, sin\,(\vartheta' - \vartheta),$$
$$cos\,\alpha = \frac{sin\,\beta'}{sin\,\vartheta'},$$
$$(\beta' - \beta)\, sin\,1'' = k\, sin\,1''\, cos\,l'\, sin\beta',$$
$$\underline{\beta' - \beta = -k\, sin\,(\odot - \lambda')\, sin\,\beta'.} \qquad (9)$$

Formy tyto znal již Bradley; jelikož hodnoty λ a λ', β a β' se od sebe velmi málo liší, jest dovoleno s dostatečnou přesností souřadnice zdánlivé pravými nahraditi. U hvězd polových $\beta = (85 - 90)^0$ jest nutno vzíti v úvahu ještě další členy, které obsahují konstantu k v mocnině druhé. Po Bradleyovi zabýval se aberrací hlavně Bessel a zvláštní způsob odvození nalézá se ve spise „Abhandlungen von Friedrich Wilhelm Bessel“, Bd. I., Abh. 40, 44 a 45.

Analogické formy platí též pro aberraci denní, která má příčinu v rotaci země kol osy, když zavedeme místo $(\odot + 90)$ hvězdný čas Θ zmenšený o 90^0, místo délky λ rektascenci α, místo šířky β deklinaci δ a konstanty $k = \frac{v}{V} : sin\,1''$ konstantu $k' = \frac{v'}{V} : sin\,1''$, kdež v' značí rychlost otáčení se země kol osy. Takže

$$\alpha' - \alpha = k'\, cos\,(\Theta - \alpha)\, sec\,\delta,$$
$$\delta' - \delta = k'\, sin\,(\Theta - \alpha)\, sin\,\delta,$$

k' jest pro každé místo povrchu zemského jiné, ale dá se obecně vyjádřiti $\varkappa\, cos\,\varphi$, kdež $\varkappa$ značí konstantu platící pro rovník a φ zeměpisnou šířku. (S cosinem φ ubývá poloměru rotace a tím i tangenciální rychlosti.)

$$\frac{k'}{k} = \frac{v'}{v} = \frac{2\pi r\, cos\,\varphi}{t} : \frac{2\pi\varrho}{\tau\sqrt{1-e^2}}.$$

t značí počet sekund hvězdného dne, τ dobu oběhu, e výstřednost dráhy země, r poloměr země, ϱ vzdálenost země od slunce.

Poměr $\frac{r}{\varrho}$ rovná se sinu sluneční parallaxy (8·80″).

$$k' = k \cos \varphi \sin 8{\cdot}80'' \, \tau \sqrt{1 - e^2} \, {}^{*)}$$

Výsledné formy jeví se pak

$$\alpha' - \alpha = k \cos \varphi \sin 8{\cdot}80'' \, \tau \sqrt{1 - e^2} \cos (\Theta - \alpha) \sec \delta, \quad (10)$$

$$\delta' - \delta = k \cos \varphi \sin 8{\cdot}80'' \, \tau \sqrt{1 - e^2} \sin (\alpha - \alpha) \sin \delta. \quad (11)$$

Aberrace denní má hodnotu nepatrnou, neb jest skorem 64kráte menší než aberrace roční.

Aberrace jest pohyb periodický a to buď s periodou roku nebo dne, a proto možno, vyloučíme-li proměnnou ⊙, vypočítati dráhu, jakou během roku (analogicky dne) opíše.

Buď

$$\lambda' - \lambda \cos \beta = x, \quad \beta' - \beta = y,$$

pak následuje z rovnice (9)

$$\frac{x^2}{k^2} = \cos^2 (\odot - \lambda),$$

$$\frac{y^2}{k^2 \sin^2 \beta} = \sin^2 (\odot - \lambda)$$

a sečtením dostaneme rovnici ellipsy

$$\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{k^2 \sin^2 \beta} = 1. \quad (12)$$

Hvězda opíše ellipsu, jejíž osa x leží v kruhu šířkovém a y v kruhu rovnoběžném s ekliptikou.

Z předchozího patrno, že by aberrace, jsouc podmíněna konečnou rychlostí světla, mohla býti jedním způsobem k stanovení jeho rychlosti. Ovšem předpokládá se znalost aberrační konstanty s dostatečnou přesností. Konstantu aberrační odvodil z četných pozorování ruský astronom Struve a po tříletém pozorování měřením polových hvězd za nejpravděpodobnější hodnotu udal $k = 20{\cdot}4451''$. Leč nová pozorování dokázala, že nutno konstantu tuto o něco zvětšiti, a na pařížské mezinárodní konferenci uznána hodnota $k = 20{\cdot}47''$.

Dosadíme-li do vzorce

$$k = \frac{v}{V} : \sin 1''$$

*) t vzato za jedničku, ve které se měří τ.

hodnoty

$$v = \frac{2\pi a}{\tau\sqrt{1-e^2}},\quad \sin 1'' = \frac{2\pi}{360^0 . 60 . 60''},\quad a = 149{,}481.000\ km,$$

$$\tau = 366{\cdot}256 . 24 . 60 . 60\ sek,\qquad e = 0{\cdot}01677$$

nalezneme, že V, rychlost světla obnáší 299912 *km*.

Hodnota tato na cestě astronomické vypočítaná shoduje se velmi dobře s hodnotami na cestě experimentální vyčíslenými.

Zbývá ještě se zmíniti o aberraci kosmické. Jelikož není přesně znám tvar dráhy, po jaké se translační pohyb soustavy děje, ani rychlost přesně známa není, nemožno stanoviti obecnou formu. O řešení na základě pozměněné methody Besselovy pokusil se H. Seeliger v 109. svazku „Astronomische Nachrichten" a dospívá pouze k výsledku, že u polových hvězd nutno vzíti korrekční členy pro aberraci kosmickou.

Astronomická zpráva na leden, únor a březen 1915.

Veškerá časová udání vztahují se na meridián a čas středoevropský.

Slunce přechází v lednu ze souhvězdí Střelce do souhvězdí Kozorožce, v únoru do souhvězdí Vodnáře a v březnu odtud do souhvězdí Ryb.

Datum			Z	V	δ	Rovnice času
1915.	I.	1.	$4^h 05^m$	$20^h 01^m$	$-23^0 05'$	$+\ 3^m 18^s$
		6.	4 11	20 00	— 22 36	+ 5 36
		11.	4 18	19 57	— 21 56	+ 7 44
		16.	4 25	19 54	— 21 06	+ 9 38
		21.	4 33	19 49	— 20 05	+ 11 14
		26.	4 41	19 43	— 18 55	+ 12 32
		31.	4 49	19 37	— 17 37	+ 13 29
	II.	1.	4 51	19 35	— 17 20	+ 13 38
		6.	4 59	19 28	— 15 52	+ 14 11
		11.	5 08	19 20	— 14 18	+ 14 24
		16.	5 17	19 11	— 12 37	+ 14 18
		21.	5 25	19 01	— 10 51	+ 13 54
		26.	5 33	18 52	— 9 02	+ 13 13