

Josef Zahradníček

Měření indexu lomu metodou polarisační

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 54 (1925), No. 4, 354--360

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122312>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1925

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## Měření indexu lomu metodou polarisační.

Josef Zahradniček.

Index lomu průhledných látek určuje se obyčejně cestou spektrometrickou z lámavého úhlu hranolu a z minimální odchylky, nebo z úhlu totální reflexe; malé změny v indexu lomu průhledných látek měří se interferometry. První dvě metody a různé jejich obměny vycházejí ze zákona Snelliova, při metodách interferometrických jest rozdíl optických drah a tím i indexů lomu vyjádřen v délkách vlny světelné. Z měření polarisačního úhlu dá se též souditi na index lomu dotyčné látky aspoň přibližně z rovnice

$$\operatorname{tg} \varphi = n.$$

V dalším popíši metodu k měření indexu lomu, kterou jest možno nazvati metodou polarimetrickou. K odvození vztahu pro index lomu isotropických látek vyjdeme z Fresnelova vzorce platícího pro poměr amplitud rovinné vlny dopadající a odražené

$$R_0^* = R_0 \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \varphi')}{\operatorname{tg}(\varphi + \varphi')}, \quad X_0^* = -X_0 \frac{\sin(\varphi - \varphi')}{\sin(\varphi + \varphi')},$$

kde  $\varphi$ ,  $\varphi'$  jsou úhly dopadu a lomu,  $R_0^*$ ,  $X_0$  a  $R_0$ ,  $X_0^*$  jsou složky amplitud lineárně polarisované vlny rovinné dopadající a odražené a to složky spadající do roviny dopadu —  $R_0, R_0^*$  — a do roviny k ní kolmé —  $X_0, X_0^*$ .<sup>1)</sup> Označíme-li  $\alpha$ ,  $\alpha^*$  úhly, které svírá polarisační rovina paprsku dopadajícího, resp. odraženého s rovinou dopadu, pak jest

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_0}{X_0}, \quad \operatorname{tg} \alpha^* = \frac{R_0^*}{X_0^*}$$

a tedy

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha^*}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\cos(\varphi + \varphi')}{\cos(\varphi - \varphi')}.$$

Měřením veličin  $\alpha$ ,  $\alpha^*$ ,  $\varphi$  ( $\varphi'$  vypočte se ze známého  $n$ ) potvrzuje se platnost tohoto vztahu a tím verifikuje se svrchní zákon Fresnelův; obráceně dá se za předpokladu zákona Snelliova a Fresnelova měřením úhlů  $\alpha$ ,  $\alpha^*$ ,  $\varphi$  určití index lomu  $n$ . Z předešlé rovnice vyvodíme

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha^* - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha^* + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\cos \varphi \cos \varphi'}{\sin \varphi \sin \varphi'},$$

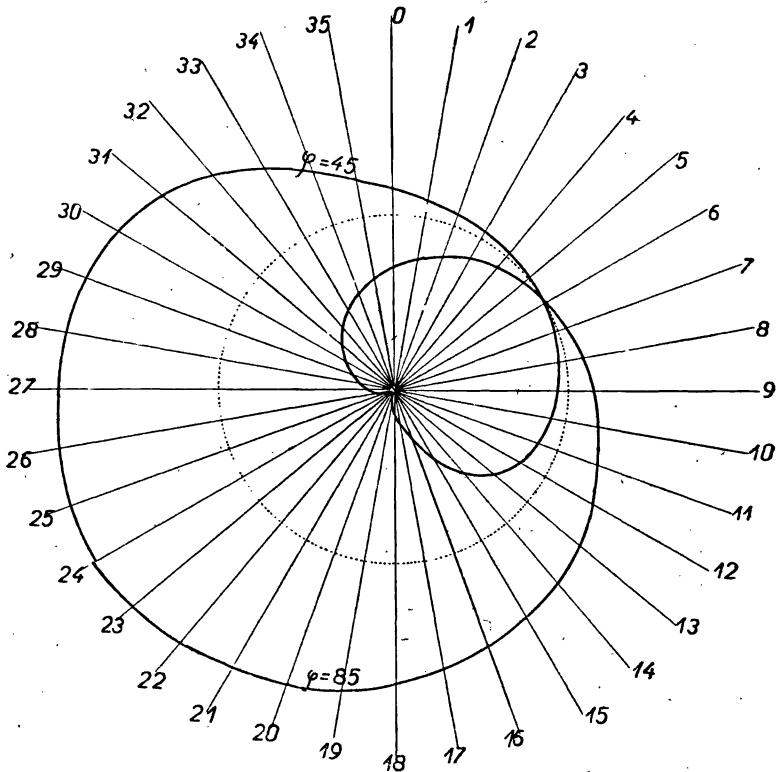
<sup>1)</sup> Srovnej na př. Drude, Lehrbuch der Optik, 3. vyd., str. 171 a n., Lipsko 1912, Strouhal-Novák, Optika, str. 702 a n., Praha 1919.

odtud pak vyloučením  $\varphi'$  pomocí vztahů

$$\sin \varphi' = \frac{\sin \varphi}{n}, \quad \cos \varphi' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{n^2}}$$

dostáváme po jednoduché úpravě pro index lomu rovnici

$$n^2 = \sin^2 \varphi \left[ 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{\sin^2 (\alpha^* - \alpha)}{\sin^2 (\alpha^* + \alpha)} \right].$$



V rovnici této vyskytují se čtyři veličiny na sobě závislé. Pro danou látku —  $n$  — za předpokladu monochromatického světla na př. žluté čáry heliové o délce vlny 5875,7 angström jsou tu tři na sobě závislé úhly  $\varphi$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha^*$ . Volíme-li určitý úhel dopadu  $\varphi$  a měníme úhel  $\alpha$ , mění se  $\alpha^*$  tak, že poměr

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha^*}{\operatorname{tg} \alpha} \text{ a } \frac{\sin (\alpha^* - \alpha)}{\sin (\alpha^* + \alpha)}$$

zůstává stálým.

K měřením použito bylo spektrometru s polarisačním zařízením firmy Fuess v Berlíně. Kolimátor má před objektivem nikol — polarisátor — pevně spojený s vertikálním kruhem na půlstupně děleným, na noniu možno odčítati minuty. Analysátor jest upraven podobně a jest upevněn před objektivem dalekohledu. Otáčením nikolu pomocí alhidády otáčí se dělený kruh před pevným noniem.

Základní poloha polarisační roviny polarisátoru a analysátoru k rovině dopadu určuje se obvykle tím způsobem, že na zrcadlicí rovinu látky o známém indexu lomu — na př. stěna hranolu — zařídí se paprsek z kolimátoru pod polarisačním úhlem dopadu

$$\operatorname{tg} \varphi = n;$$

pak k libovolnému  $\alpha$  patří  $\alpha^* = 0$ , jak svrchní rovnice podávají.

$P$	$A$		$P$	$A$		$P$	$A$		$P$	$A$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	127	25	90	207	10	180	307	17	270	27	27
	207	29		169	57		26	32		349	16
10	137	30	100	216	31	190	317	41	280	36	05
	200	30		164	40		20	00		345	34
20	147	18	110	226	08	200	327	48	290	46	32
	193	50		159	35		15	08		339	02
30	157	00	120	237	11	210	336	37	300	56	55
	189	26		150	23		10	06		331	15
40	165	25	130	248	00	220	345	17	310	68	16
	187	18		138	37		6	53		318	27
50	173	33	140	259	47	230	353	32	320	80	14
	183	10		117	40		3	44		295	15
60	181	48	150	272	08	240	361	44	330	92	06
	180	40		88	03		359	29		266	45
70	189	59	160	284	47	250	9	02	340	104	46
	176	40		57	40		357	40		237	06
80	198	10	170	296	14	260	18	42	350	116	21
	173	56		38	38		352	42		218	14

Skřížený analysátor má polarisační rovinu kolmou k rovině dopadu \*) a tedy polarisační rovina odraženého paprsku splývá v tomto případě s rovinou dopadu. Znajíce polohu  $\alpha^* = 0$  určíme k ní v prů-

\*) Rovina dopadu jest dána rovinou os kolimátoru a dalekohledu a předpokládá se předběžná justace spektrometru na př. pomocí Gaussova okuláru.

hledu  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 90$  atd. Povrchová vrstva na stěně hranolu může však způsobiti značnou chybu v určení základní polohy  $\alpha = 0$  — až 2 stupně. Proto byl volen postup následující: Pro dva úhly dopadu  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$  — v našem případě  $\varphi_1 = 85^{\circ}00'$ ,  $\varphi_2 = 45^{\circ}00'$  — určeny odpovídající si úhly polarisátoru a analysátoru a to tak, že úhel polarisátoru měněn po  $10^{\circ}$  od  $0^{\circ}$  do  $360^{\circ}$ . Měření podává následující tabulka, kde úhel polarisátoru jest uveden ve sloupci  $P$ , analysátoru ve sloupci  $A$  a to první hodnota pro úhel  $\varphi_1$ , druhá pro  $\varphi_2$  — vždy střed ze čtyř měření s chybou max.  $\pm 15'$ .

Při přesném umístění polarisátoru a analysátoru měly by úhly analysátoru pro polohy polarisátoru  $p$  a  $p \pm 180^{\circ}$  býti stejné a  $a \pm 180^{\circ}$ .

Význačné polohy polarisátoru a analysátoru k rovině dopadu jsou patrný z tabulky i grafu, v němž značeny jsou úhly polarisátoru na síti, úhly analysátoru na jednotlivých paprscích sítě. Pro libovolné  $\varphi$  odpovídají úhlům

$$\alpha = 0^{\circ}, 90^{\circ}, 180^{\circ},$$

úhly

$$\alpha^* = 0^{\circ}, 90^{\circ}, 180^{\circ},$$

jak plyne z horních vztahů. V případě polarisačního úhlu

$$\varphi + \varphi' = 90,$$

vychází pro libovolné  $\alpha$  úhel  $\alpha^* = 0$ , jak též svrchu bylo zmíněno — v grafu vyznačeno tečkovanou kružnicí. Z grafu vychází základní poloha analysátoru  $\alpha^* = 0$  pro polohu polarisátoru v mezích  $50^{\circ}$ — $60^{\circ}$  a  $230^{\circ}$ — $240^{\circ}$ , a analysátoru v mezích  $173^{\circ}$ — $181^{\circ}$  a  $353^{\circ}$ — $361^{\circ}$ . Měření provedena nyní pro oba úhly  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$  v mezích užších, jak ukazuje tabulka následující:

$P$	$A(\varphi_1)$	$A(\varphi_2)$
0	0	0
57 00	179 28	181 05
30	180 03	180 55
58 00	27	47
30	40	41
59 00	53	40
30	181 39	37
60 00	56	33
237 00	179 35	181 27
30	47	19
238 00	180 07	180 59
30	39	37
239 00	56	25
30	181 25	10
240 00	42	04

Z tabulky této plyne význačná poloha pro polarisátor  $58^{\circ}30'$ , resp.  $238^{\circ}30'$  s příslušnou polohou skříženého analysátoru  $180^{\circ}40'$ , resp.  $180^{\circ}38'$ . Jsou-li hlavy nesoucí polarisátor a analysátor na spektrometru jednou pro vždy upevněny, pak základní poloha, od níž čítáme úhly  $\alpha$  a  $\alpha^*$ , jest konstantou přístroje a vyžaduje se jen správná justace roviny, na níž se odraz děje. V našem případě jsou tyto konstanty obsaženy v tabulce:

$\alpha$	$P$	$\alpha^*$	$A$
0	58 30	0	180 40
45	103 30	45	225 40
90	148 30	90	90 40

Měření indexu lomu a příslušný výpočet ještě se zjednoduší, nastavíme-li polarisátor na  $\alpha = 45$  ( $-P \dots 103^{\circ}30'$ ), pak nabude vzorec pro  $n^2$  tvaru

$$n^2 = \sin^2 \varphi [1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 (\alpha^* - 45)],$$

při čemž

$$\alpha^* = a - 180^{\circ}40',$$

případně

$$\alpha^* = a - 0^{\circ}40',$$

kde  $a$  jest hodnota odečtená na hlavě analysátoru.

Měření provedená dle této metody na některých látkách jsou uvedena v následující tabulce:

látk a	$\varphi$	$a$	$\alpha^*$ $a - 40'$	$\alpha^* - 45^{\circ}$	$n$ vypo- čtené	$n$ v tab.	$n^2$
sklo kor. . .	45 00	163 24	162 44	117 44	1,520	1,5197	
		$\pm 15$			$\pm 0,013$		
vápenec isl.	"	163 55	163 15	118 15	1,494	1,4864	
		$\pm 15$			$\pm 0,012$		
křemen . . .	"	162 55	162 15	117 15	1,546	1,5442	
		$\pm 15$			$\pm 0,012$		
voda <sup>3)</sup> . . .	82 30	218 59	218 19	173 19	1,327	1,3332	
		$\pm 14$			$\pm 0,011$		
ebonit <sup>4)</sup> . . .	45 00	165 25	164 45	119 45	1,425		2,03
		$\pm 20$			$\pm 0,014$		$\pm 0,04$
celuloid . . .	"	163 10	162 30	117 30	1,531		2,34
		$\pm 20$			$\pm 0,016$		$\pm 0,05$
parafin . . .	"	163 35	162 55	117 55	1,418		2,01
		$\pm 20$			$\pm 0,014$		$\pm 0,04$

<sup>3)</sup> Spektrometr s monochromátorem postaveny tak, že rovina dopadu byla svislou.

<sup>4)</sup> K vůli zajímavosti uvádím dielektrickou konstantu dle tabulek Landolt-Börnsteinových: ebonit 2,3—2,8, celuloid 1,19—2,66, parafin 2,0—2,5.

Přesnost metody této u srovnání se spektrometrickou jest poměrně malá — asi 2%. Souvisí to s tím, že při zastavení analyzátoru jedná se vlastně o měření fotometrické. Citlivost dala by se tu ještě zvýšiti zařízením polostínovým a větší světlostí objektivů a nikolů — u našeho přístroje je průměr objektivu u kolimátoru a dalekohledu 25 mm, strana nikolu (hranol Glan-Thomsonův) 11 mm. Aby chyba účinná v  $\alpha^*$  neobjevila se příliš velkou v hodnotě indexu lomu, je nutno voliti úhel dopadu co nejmenší — nejhodněji 45°; pod 40° není možno jíti pro hlavy polarisátoru a analyzátorů. Chyba v  $n$  jest při  $\alpha = 45^\circ$

$$\Delta n = \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg} (\alpha^* - 45) \frac{1}{\cos^2 (\alpha^* - 45)} \Delta \alpha^*.$$

Metoda tato dovůluje rychlou orientaci o hodnotě indexu lomu u látek nekovových — bez eliptické polarisace — upravených do formy zrcadlicích destiček rovinných. Kapaliny dávají se na mělkou misku upěvněnou na ose stolečku — stoleček odstraněn (viz předešlou poznámku).

Polarimetrické metody užívá se již dlouho při určování optických konstant látek absorbujících — s použitím kompensátoru. Horní vzorec pro  $n$  jest jen speciálním případem vzorce obecnějšího, platícího pro ústředí vodivá

$$n^2 = \sin^2 \varphi \left[ 1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \right],$$

kde  $\psi$  je definováno vztahem

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{R_0^*}{X_0^*} : \frac{R_0}{X_0} = \operatorname{tg} \alpha^* : \operatorname{tg} \alpha$$

a  $\Delta$  jest výsledné fázové posunutí obou složek světelného vektoru následkem odrazu na kovové ploše — v našem případě jedná se o odraz na ústředí nevodivém, není absorpce, tedy  $\Delta = 0$ . Vzorec tento pro index lomu a podobný jemu pro index absorpce

$$k = \frac{\operatorname{tg} \varphi \sin 2\psi \sin \Delta}{\sqrt{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 2\psi}}$$

odvodil prof. Macků ve svých přednáškách »O elektromagnetických vlnách«, konaných v zimním běhu 1924—1925 na Masarykově universitě v Brně a bude o tom pojednáno na místě jiném. Podotýkám jen nyní, že vzorce Macků jsou obecné a tedy přesnější než vzorce dosud při měření optických konstant u kovů užívané, na př. v Drudeově cit. »Optice«, str. 345.

Brno, Fysikální ústav Masarykovy university.

## Mesure de l'indice de réfraction par la méthode polarimétrique.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur déduit, de la formule de Fresnel pour le rapport des amplitudes d'une onde plane incidente et réfléchie, une formule pour l'indice de réfraction des substances, réfléchissant la lumière sans absorption :

$$n^2 = \sin^2 \varphi \left[ 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{\sin^2(\alpha^* - \alpha)}{\sin^2(\alpha^* + \alpha)} \right],$$

où  $\varphi$  est l'angle d'incidence,  $\alpha$ ,  $\alpha^*$  sont, resp., les angles faits par le plan de polarisation du rayon incident et du rayon réfléchi et le plan d'incidence. La mesure est faite par un spectromètre avec un dispositif de polarisation au verre, au spath d'Islande, au quartz, à l'eau, à l'ébonit, au celluloïde, à la paraffine, avec une erreur de 2%. La formule ci-dessus est un cas spécial de la formule de Mackú pour les constantes optiques des milieux conducteurs de l'électricité.