vedla k stanovení rozmanitých součtů podobného rázu, jichž odvození jsme naznačili v krátké poznámce otištěné přede dvěma lety v Comptes Rendus. Poznamenejme, že nás k vyloženému zde jednoduchému důkazu Sternova vztahu vedl princip za podobným však specialným účelem zvěčnělým P. Šimerkou užitý (viz jeho pojednání v tomto Časopise roč. V. „O součtu celých o lomené arithmetické posloupnosti).

Úlohy.

Řešení úlohy 23.

(Zaslal p. *Karel Mosler*, stud. VIII. tř. g. v Opavě.)

Rovnice tetivy procházející ohniskem paraboly

$$y^2 = 2px, \quad \text{jest} \quad y = A\left(x - \frac{p}{2}\right).$$

Dosadíme-li hodnotu pro y z druhé rovnice do první, obdržíme

$$x^2 - \frac{A^2 + 2}{A^2} px + \frac{p^2}{4} = 0,$$

z níž plyne, že úsečky x_1 a x_2 průsečíků obou útvarů,

$$(1) \qquad x_1 x_2 = \frac{p^2}{4}.$$

Pokládáme-li oba díly tetivy jakožto průvodiče ϱ_1 a ϱ_2, bude

$$\varrho_1 = x_1 + \frac{p}{2} \quad \text{a} \quad \varrho_2 = x_2 + \frac{p}{2};$$

ježto má býti $\varrho_2 = 2\varrho_1$, nabudeme druhé podmínky

$$(2) \qquad x_2 = 2x_1 + \frac{p}{2}.$$

Z podmínek těchto plyne $x_1 = \frac{p}{4}$,

tedy

$$\varrho_1 = \frac{3}{4}p \quad \text{a} \quad s = 3\varrho_1 = \frac{9}{4}p.$$

Správné řešení úlohy této podali pp.: *Zdeněk J. Sláma* ze VII. tř. české r. v Praze, *Josef Janík* a *Alois Liška* z VIII. tř. g. v Kroměříži, *Josef Malíř* z VIII. tř. g. v Chrudimi, *Vladimír Janků* z VIII. tř. akad. gymn. v Praze, *Ant. Starosta* ze VII. tř. r. v Brně, *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské stř. šk. v Praze a *Josef Čeřovský* ze VII. tř. r. v Hradci Králové.

Řešení úlohy 24.

(Zaslal p. *Ant. Starosta*, stud. VII. tř. r. v Brně.)

Znamenají-li x, y souřadnice bodu hledané křivky, bude dle dané podmínky

$$x + y\sqrt{x^2 + y^2} = s,$$

aneb

$$xy - sx - sy = -\frac{s^2}{2}.$$

Otočíme-li původní soustavu souřadnic o úhel α, třeba dosaditi

$$x \cos\alpha - y \sin\alpha \text{ místo } x \text{ a } x \sin\alpha + y \cos\alpha \text{ místo } y,$$

a pro $\alpha = 45^0$ nabude poslední rovnice tvaru

$$\left(\frac{x - s\sqrt{2}}{s}\right)^2 - \left(\frac{y}{s}\right)^2 = 1$$

a znamená rovnoosou hyperbolu. Její hlavní osa svírá s osou úseček původní soustavy úhel $\alpha = 45^0$, střed hyperboly jest od počátku soustavy souřadnic vzdálen o $s\sqrt{2}$ a konečně leží pro $e = \sqrt{a^2 + b^2} = s\sqrt{2}$ jedno její ohnisko v tomto počátku, kdež jest i nepohyblivý vrchol pravoúhlého trojúhelníka.

Správné řešení úlohy této podali pp.: *Josef Čeřovský* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské stř. šk. v Praze, *Lad. Janík* a *Alois Liška* z VIII. tř. g. v Kroměříži a *Vladimír Janků* z VIII. tř. akad. g. v Praze.

Správné řešení úlohy 1. a 7. zaslal též p. *Ant. Vyskočil* a úlohy 1. a 4. pan *Jaroslav Valečka*, stud. VII. tř. r. Městské stř. šk. v Praze, úlohy 7., 8., 9., 10., 13., 14. a 22. p. *Václav Skála*, stud. VII. tř. r. v Pardubicích a úlohy 7., 12., 14. a 19. p. *Josef Soukup*, stud. práv v Praze.

Úloha 25.

Řešiti rovnici

$$\frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{x\sqrt{3}} = \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{x + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{x + \dots \text{ in inf.}}}}}$$

Prof. A. Strnad.

Úloha 26.

Činí-li strany trojúhelníka zadost úměře

$$a : b : c = (x^2 - y^2)\sqrt{2} : (x^2 + 2xy - y^2) : (x^2 + y^2),$$

v níž $x > y$ jsou libovolná čísla realná, jest úhel proti c roven 45^0. Podati důkaz. *Prof. A. Strnad.*

Úloha 27.

Jsou-li a, b, c strany trojúhelníka, α, β úhly při straně c a v výška příslušná k této straně, jest vyšetřiti vztah úhlů α, β, při kterém jest

$$a + b \gtreqless c + v.$$

Týž.

Úloha 28.

Sestrojiti rovnoběžník, jehož jeden vrchol dán jest na parabole, druhý dán na ose její a jehož druhé dva (neznámé) vrcholy též leží na parabole. *Týž.*

Úloha 29.

Úlohu předcházející řešiti počtem, dána-li rovnice paraboly $y^2 = 2px$ a souřadnice dvou vrcholů (m, n), (q, o). *Týž.*

Úloha 30. (Z fysiky.)

Koule volně do prázdné studně spuštěná padne ke dnu za jistou dobu. Naplněna-li jest však studně vodou, bude doba o $\frac{1}{10}$ delší, než v případě předcházejícím. Má se stanoviti specifická váha koule. *Dr. Ant. Pleskot.*

Úloha 31. (Z deskriptivní geometrie.)

Buďtež dány dvě mimoběžky A, B, na přímce A bod m a mimo obě přímky bod n. Sestrojiti jest plochu kulovou, která bodem n procházejíc, dotýká se mimoběžek A, B, a to přímky A v bodě m. *Řed. Vinc. Jarolímek.*