

## Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 28 (1899), No. 3, 252--256

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122235>

### Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1899

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

$$\text{t. j.} \quad \cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{4ab}}.$$

Podobně znásobením rovnic

$$\lambda(a+b-c) = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2},$$

$$\lambda(a-b+c) = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$$

obdržíme

$$\lambda^2(a+b-c)(a-b+c) = 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin \beta \sin \gamma,$$

z čehož, ježto  $\sin \beta \sin \gamma = \lambda^2 bc$ ,

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}.$$

## Úlohy.

### Úloha 41.

Řešiti rovnici

$$\frac{\sqrt{(x^2 - a^2)(x^2 - b^2)}}{ab} + \frac{\sqrt{(x^2 - b^2)(x^2 - c^2)}}{bc} + \frac{\sqrt{(x^2 - c^2)(x^2 - a^2)}}{ca} = 1.$$

Který význam má  $x$ , značí-li  $a, b, c$  délky stran trojúhelníka? Řed. A. Strnad.

### Úloha 42.

Vyloučiti  $u$  z rovnic

$$\begin{aligned} x + u^2 y &= au \\ y + u^4 x &= au^2. \end{aligned}$$

Tyž.

## Úloha 43.

Tri cyklisté vyjeli současně z téhož bodu okružní dráhy 840 m dlouhé rychlostí 80, 72 a 59 m za minutu. Za jakou dobu setkají se všichni na témž místě? Prof. Adolf Mach.

## Úloha 44.

Lokomotiva s tendrem, dohromady 8 m dlouhé, minuly vlak osobní za 4 sek., vrátivše se, minuly týž vlak na vedlejších kolejích za 16 minut. Jakou rychlostí jel vlak a jak byl dlouhý, jela-li lokomotiva rychlostí 50 km za hodinu?

Týž.

## Úloha 45.

Čísla  $a, b, c, d, e$  mají tyto vlastnosti:

1.  $a, c, e$  tvoří řadu geometrickou,
2.  $a, b, c, d$  tvoří řadu arithmetickou,
3. součin  $ae$  jest o  $c$  větší než součin  $bd$ ,
4. součet  $a + b + c + d = 30$ .

Která jsou to čísla?

Týž.

## Úloha 46.

Je-li

$$\log_8 9 = a, \quad \log_3 5 = b,$$

čemu rovná se briggický logarithmus čísel 2, 3, 4?

Týž.

## Úloha 47.

Na základě binomické poučky dokažte, že

$$1 + \frac{3}{4} + \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12} + \dots \text{in inf.} = 2\sqrt{2}.$$

Týž.

## Úloha 48.

V trojúhelníku  $ABC$  vésti jest příčku  $CM$ , známa-li jest vzdálenost středů  $S_1, S_2$  kružnic opsaných o trojúhelníky  $ACM, BCM$ .

Stud. fil. R. Hruša.

## Úloha 49.

Dán jest trojúhelník o stranách  $a$ ,  $b$ ,  $c$  a obsahu  $\Delta$ . S bodu  $s$  spuštěny ku stranám jeho kolmé úsečky  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , jichž paty určují trojúhelník obsahu  $\Delta'$ . Dokázati jest, že

$$\frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{xy}{ab} + \frac{yz}{bc} + \frac{zx}{ca}.$$

Řed. A. Strnad.

## Úloha 50.

V pravouhlém trojúhelníku  $abc$  vedena jest výška  $cd \perp ab$ ; s paty její spuštěny kolmice k odvěsnám  $de \perp bc$ ,  $df \perp ac$ .

Který jest poloměr kružnice opsané čtyřúhelníku  $afcb$ ?

Týž.

## Úloha 51.

Řešiti rovnici

$$(x^2 - 1)^2 = 2x(x^2 + 1)(\cos \alpha + \cos \beta) + 4x^2 \cos \alpha \cos \beta.$$

Týž.

## Úloha 52.

Dokažte, že o úhlech trojúhelníka platnou jest relace

$$\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \cos \gamma} + \frac{\cos \beta \cos \gamma}{\cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha} + \frac{\cos \gamma \cos \alpha}{\cos \gamma \cos \alpha + \cos \beta} = 1.$$

Týž.

## Úloha 53.

Vyloučiti jest úhel  $x$  z rovnic

$$\begin{aligned} \cos x \operatorname{tg} \alpha + \sin x \operatorname{cotg} \alpha &= k\sqrt{2} \cdot \sin 2\beta \\ \cos x \operatorname{tg} \beta + \sin x \operatorname{cotg} \beta &= k\sqrt{2} \cdot \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

Týž.

## Úloha 54.

Povrchové přímky kolmého kužele kruhového tvoří se zá-

kladnou úhel  $\alpha$ ; v kterém úhlu  $k$  základně musí dopadati rovnoběžné paprsky světelné, aby osvětlovaly  $\frac{m}{n}$  oblíny kuželové?

Řed. A. Strnad.

### Úloha 55.

Kolmý jehlan trojboký, jehož základna má strany  $a = 51$  cm,  $b = 68$  cm,  $c = 85$  cm, má pobočné hrany zděli  $h = 110.5$  cm. Ustanovte poloměr koule jehlanu tomu opsané.

Prof. Th. Schulz ve Vídni.

### Úloha 56.

Na společné základně vepsány v kouli dva kolmé kužele, jichž obsahy jsou v poměru  $m:n$ . Je-li  $\rho$  poloměr společné základny, jak velký jest poloměr koule? Tjž.

### Úloha 57.

Ve čtyřúhelníku určeném vrcholy

$$a(0, 0), \quad b(2, 5), \quad c(6, 3), \quad d(6, -1)$$

ustanoviti jest bod  $s$  tak, aby

$$\triangle abs = \triangle bcs = \triangle cds.$$

Kterak lze bod  $s$  sestrojiti?

Řed. A. Strnad.

### Úloha 58.

V hlavní ose ellipsy dány body  $m, n$ , jimiž vedeny přímky  $M, N$ , mající směr dvou sdružených průměrů. Jest dokázati, že geometrickým místem jich průsečíků jest ellipsa podobná ellipse dané.

Stud. phil. Karèl Nečas.

### Úloha 59.

Jest analyticky dokázati, že strana čtverce vepsaného v ellipsu rovná se výšce kosočtverce určeného vrcholy ellipsy.

Prof. Th. Schulz ve Vídni.

## Úloha 60.

*V pravouhlé soustavě souřadnic dán rovnostranný trojúhelník tak, že vrchol jeho leží v počátku a výška v ose X. Trojúhelníku opsána jest kružnice a parabola mající vrchol v počátku. Jak velká jest plocha omezená oblouky obou křivek?*

Prot. Th. Schulz ve Vídni.

---

**Vypsání cen za řešení úloh.**

Výbor Jednoty českých matematiků udělí těm, kteří do konce měsíce května podají nejdokonalejší a největší počet řešení úloh v letošním ročníku Časopisu obsažených, tyto ceny:

## 1. Pět prvních cen:

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, ročník X.  
*Cremona-Weyr*, Úvod do geometrické teorie křivek rovinných.  
*Řehořovský*, Theorie souměrných funkcí kořenů.  
*Strouhal*, Ocel a její vlastnosti galvanické i magnetické.  
*Studnička*, Bohatýrové ducha.

## 2. Deset druhých cen:

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, ročník X.  
*Briot-Pšenička*, Mechanická teorie tepla.  
*Pokorný*, Důchod invalidní.  
*Seydler*, Isák Newton a jeho Principia.  
*Studnička*, Algebra pro vyšší třídy škol středních.

## 3. Patnáct třetích cen:

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, ročník X.  
*Čubr*, O měření země.  
*Jelínek*, Početní úkoly tělesoměrné.  
*Strnad*, Matematikové ve francouzské revoluci.  
*Studnička*, Nauka o číslech.