Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

August Seydler

Historický rozvoj problému tří těles. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 15 (1886), No. 2, 65--70

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122232

Historický rozvoj problemu tří těles.

Podává

A. Seydler.

(Pokračování.)

Chceme-li klásti začátek dějin problemu tří těles v ty doby, kdy ponejprv byly úkazy pozorovány, byť i ne vysvětleny, jež jedině pomocí theorie onoho problemu vyložiti se mohou, musíme zřetel svůj obrátiti k dobám velmi starým. Jak známo, považovali staří pohyb na kružnici za nejdokonalejší, a všechny odchylky od něho co „rovnice" (vlastně nerovnosti) zaznamenávali (v. poznámku na str. 15.). A tu záhy se objevila první „aequatio", rovnice středu co následek elliptického pohybu oběžnic a měsíce. Tato odchylka nepadá ovšem na vrub perturbací; avšak zmíněnou při pohybu měsíce *evekci* objevil již *Ptolemaeus* (v II. stol. po Kr.) a třetí nerovnost, *variaci*, buď bagdadský astronom *Abul-Wefa* (v X. stol.) aneb (jistěji) teprvé *Tycho Brahe.*

S velikým důmyslem, s malým však zdarem pokoušeli se staří o výklad, či lépe řeče foronomický rozklad těchto nerovností v jednoduché kruhové (epicyklické) pohyby.

Vedle toho jest zjištěno, že znali Hindové od VII. století pohyb úzlů a apsid. Astronomům arabským a tudíž i astronomům renaissance byl pohyb ten úplně znám; jinak ovšem, co se týče výkladu jeho.

První stopu pravého pojímání těchto úkazů nalezáme u *Borelli-ho*: Theoria medicearum planetarum (1666). Vyšetřuje totiž pohyb družic Jupiterových, dospívá Borelli ku přesvědčení, že jsou malé nerovnosti v pohybu těchto těles podmíněny vedlejším vlivem slunce.

Také *Horroccius:* Novae theoriae lunaris primum adinventae et postea in emendatiorem formam reductae, explicatio (Astronomia kepleriana promota et defensa, 1672) učinil pokus, analysovati nerovnosti v pohybu měsíce, snažil se ukázati mezi jiným, že může býti pohyb měsíce znázorněn ellipsou, jejíž výstřednosť se mění a jejíž čára apsidová jistým způsobem kolísá.

Ale to vše byly buď jen domněnky buď výklady prostě kinematické, bez hlubšího rozboru mechanického, pro který tehdy chyběly ještě základy. Že základy ty poskytnul *Newton* objevením zákona gravitace, netřeba již zvláště připomínati; v jeho „Principia“ (1687) nalézá se také první vědecký výklad mnohých nerovností planetarního pohybu.

Nejprvé podává rozbor pohybu čáry apsidové (Princ. lib. I. sect. IX), t. j. vyšetřuje, jaké rušivé síly jest potřebí, aby takový pohyb nastal. Rušivá síla jest v obráceném poměru třetí mocnosti vzdálenosti, což alespoň při pohybu družic (na př. našeho měsíce) v skutku se jeví. Nazveme-li při ouplňku r vzdálenost země od slunce, ϱ vzdálenost měsíce od země, $r+\varrho$ tudíž jeho vzdálenost od slunce, jsou urychlující síly na zemi a na měsíc působící, nazveme-li ještě m hmotu slunce:

$$\frac{m}{r^2} \text{ a } \frac{m}{(r+\varrho)^2}\,.$$

Kdyby byly *stejné*, neměly by *žádného* vlivu na relativní pohyb měsíce kolem země; tak ale působí rozdílem svým, t. j. relativní urychlení měsíce vzhledem k zemi jimi způsobené jest:

$$\frac{m}{(r+\varrho)^2}-\frac{m}{r^2}=-\frac{2mr\varrho+\varrho^2}{r^2(r+\varrho)^2}$$

tedy přibližně, zanedbáme-li vyšší mocnosti veličiny ϱ proti r:

$$-\frac{2m\varrho}{r^3}$$

čímž pravidlo Newtonovo stvrzeno. Při oběžnicích jsou však poměry mnohem složitější, za to však pohyb čáry apsidové, mnohem nepatrnější čili pozvolnější.

V oddílu XI. první knihy vyšetřuje Newton pohyb sférických těles, která se vzájemně přitahují centripetalnými silami. I dospívá k následující důležité větě: Několik těles, jichž síly ubývají v čtvercovém poměru vzdálenosti, mohou se velmi přibližně pohybovati v ellipsách a průvodiče jejich mohou opisovati plochy úměrné času. Rozebíraje možné v ohledu tom případy dospívá k výsledku, že čára apsid v pohybu rušeném střídavě postupuje a couvá, že však postupující pohyb (ve směru pohybu oběžnice samé) má převahu.

Totéž platí i o pohybu čáry úzlové.

Knihy třetí oddíl I. jedná „o příčinách všehomíra“ a obsahuje upotřebení abstraktních výsledků knihy prvé. Vyšetřiv nejprvé jednodušší vztahy gravitační, při kterých zřetel k rušivým vlivům není potřebný, ukazuje zejmena, že obnáší působení Jupitera na Saturna při konjunkci obou 211. díl působení slunce, tak že ovšem nemůže býti zanedbáno (lib. III. prop. XIII). Působení Saturna na Jupitera jest mnohem menší, pouze 2409. díl působení slunce, a perturbace ostatních oběžnic jsou ještě nepatrnější. Z toho soudí Newton, že se úzly a apsidy těchto oběžnic nepohybují, vyjmeme-li malý vliv Jupitera a Saturna, které způsobují, že na př. perihel Marse, Země, Venuše a Merkura couvá (t. j. zpátečně pohybuje) ve 100 letech o 33·20″, 17·40″, 10·53″ a 4·16″. „V následujícím nebudeme na tyto *nepatrné* pohyby žádný ohled bráti", dokládá Newton. Co by as nyní řekl, kdyby viděl nádhernou budovu mechaniky nebeské, k níž byl tak mohutně pevné a přece zas tak skromné základy položil?!

Oddíl II. třetí knihy jedná obšírně o *nerovnostech měsíce.* Evekce ušla pozornosti Newtonově, za to vykládá variaci, změnu sklonu dráhy měsíční a zvláště podrobně pohyb úzlů dráhy. O posledním předmětu připojuje objemné pojednání *Machina*, professora astronomie v Grashamu, — nový to doklad, že se tenkráte již vedle Newtona i jiní zanášeli problemy mechaniky nebeské.

Přes to nelze však popříti, že byl spis Newtonův tak fenomenalní, učení v něm hlásané tak nové a novotou svou překvapující, že si mohlo raziti dráhu teprve v příští generaci a po překonání odporu náruživých přivrženců Descartesovy theorie vírů (která — mimochodem řečeno — k řešení problemů mechaniky nebeské ničím nepřispěla, pročež stačí tato o ní zmínka). Teprve první analytik XVIII. stol. *L. Euler* podjal se úlohy, *analyticky* a všeobecně rozebrati problem perturbací. V prvním svazku svých: *Opuscula varii argumenti* (1746) založil methodu variace souřadnic, považuje přírůstek (differencial) času za stálý. Zavádí zde souřadnice polarné, jichž se od té doby v astronomii téměř výhradně užívá.

Zajímavo jest, že jedna z prvních prací monografických po založení všeobecné theorie Eulerem provedených, vyšla nejprvé v ruském jazyku v publikacích akademie Petrohradské (Содержаніе ученыхъ разсужденіи академіи наукъ, т. 1. 1748); original latinský vyšel tamtéž později s názvem: Quantum motus Terrae a Luna perturbatur accuratius inquiritur (1750). Neméně důležitými jsou dvě pojednání o vzájemném působení Jupitera a Saturna, poctěná cenou akademie pařížské a vydaná r. 1749 a 1752.

Současně začali se zanášeti analytickou theorií perturbací *Clairaut* a *d'Alembert*, podavše r. 1747 prvotiny svých studií o problemu tří těles akademii pařížské; výsledky obsaženy jsou ve spisech:

Clairaut: Theorie de la Lune (1752) — práce poctěná cenou petrohradské akademie;

d'Alembert: Recherches sur différents points importants du système du monde; 3 sv. (1754—56).

Dle podobné methody vzdělal theorii pohybu měsíce:

T. Mayer: Theoria Lunae juxta systema Newtonianum (1767).

Tato první methoda, dle níž se určují změny *souřadnic*, nehodila se však pro důkladnější rozbor našeho zavitého problemu; i dlužno podotknouti, že se zárodky nové methody, totiž *variace konstant* (elementů) jeví již u Eulera v pojednání:

Theorie des inégalités de la Terre (1756).

Nezdařilo se však Eulerovi, podati jednoduchý poměrně výraz pro variaci elementů dráhy zemské; v šlepěje jeho vkročil tu velký *Lagrange* pojednáním:

Solution de différents problèmes du calcul intégral (Turin, 1766, v. jeho Oeuvres, sv. I.), ve kterém se však jeví ještě některé mezery, způsobené tím, že ku změně velké osy a epochy tu nepřihlíženo. Nejúplnější, při tom nejsouměrnější výklad methody variace konstant nalezá se v pozdějším pojednání Lagrangeově:

Mémoire sur la théorie des variations des éléments des planètes, et en particulier des variations des grands axes de leurs orbites (v Paris, Mém. de l'Inst. de France, 1809 — Oeuvres, t. VI.).

Tak byl během jednoho století material snešen a vzdělán, základy položeny, hlavní rysy budovy zhotoveny a nezbývalo než mistrnou a vytrvalou rukou vše co nalezeno spojiti, mezery vyplniti a všechny jednotlivosti do podrobna vypracovati — vždy ještě práce v skutku obrovská, vyžadující vzácné sloučení nadání neobyčejného s energií a vytrvalostí neméně fenomenalní. Šťastná Francie honosí se mužem, jenž dílo Angličana Newtona dokončil a na sklonku XVII. stol. co nehynoucí pomník mohutnosti ducha lidského nádherný chrám mechaniky nebeské zbudoval.

R. 1799 vyšel první svazek *Laplace-ovy Mécanique céleste*; načež následovaly do r. 1805 ještě tři svazky, tvoříce s prvním celek v sobě zakončený; po dlouhé mezeře následoval r. 1825 svazek pátý, v němž o různých otázkách, dříve prozkoumaných, podrobněji a zejmena též historicky se jedná.

První dva svazky obsahují všeobecnou theorii pohybu a tvaru těles nebeských, následující upotřebení na jednotlivá tělesa soustavy naší. Když byl v první knize podal stručný přehled mechaniky („o všeobecných zákonech rovnováhy a pohybu"), rozebírá v knize druhé zákon všeobecné tíže a pohyb středů hmotných těles nebeských. Tato část jest pro náš předmět nejdůležitější, zejmena kap. V.—VIII., kde vykládá dvojí methodu approximace (t. j. přibližného se zřetelem k perturbacím určení) pohybu těles nebeských a podává obšírnou theorii sekularných variací téhož pohybu (kap. VII.). Kniha třetí jedná o tvaru těles nebeských, obsahujíc mnoho samostatných prací Laplaceových; totéž platí o čtvrté knize, jednající o oscillacích moře a atmosféry. Kniha pátá podává rozbor pohybu těles nebeských kolem vlastních středů hmotných.

Druhá část (III. a IV. sv.) podává v 6.—9. knize theorii pohybů planetarných, theorii pohybu naší Luny, theorii ostatních družic a theorii pohybů vlasatic; části tyto jsou opět pro předmět náš zvláště důležitými. Výsledky, jichž se Laplace zde domohl a jež přispěním zejmena Burckhardtovým numericky jsou spracovány a uvedeny v tabule, zůstaly po dlouhý čas a částečně po dnes základem výpočtů astronomických ukládaných v ročnicích astronomických, jakými jsou Connaisance de Temps, Nautical Almanac a Berliner astronomisches Jahrbuch. Tak, abych alespoň jeden příklad uvedl, počítají se pohyby družic Jupiterových dosud dle tabulí Damoiseau-ových, spracovaných na základě Laplaceovy theorie, ačkoli nedostatky týchž tabulí tak jsou již citelné, že vypsala akademie pařížská značnou cenu (prix Damoiseau) na revisi theorie týchž družic.

Desátá kniha jedná konečně o různých s mechanikou nepřímo souvislých otázkách fysikalních, obsahujíc mezi jiným slavnou Laplaceovu theorii úkazů kapillarných.

Zdálo se, že obrovským dílem Laplaceovým úloha mechaniky nebeské je na vždy ukončena, a že nezbývá než jednotlivosti důkladně vzdělati, různé konstanty pečlivěji určiti a takto vždy více se přiblížiti žádoucímu souhlasu theorie s pozorováním. Leč věda nikdy nestojí, naopak každý velký výkon, jenž zdánlivě vyčerpává úkol její, v skutku jen rozšiřuje obzor a zavdává podnět k novým otázkám. A tak i zde studium mechaniky nebeské nekončilo se dílem Laplaceovým, nýbrž rozhojnilo se v XIX. stol. takovou mírou, že nelze v tomto stručném nákresu podati, jako se bylo dosud stalo, přehled *všech* čelnějších prací, nýbrž že nutno obmeziti se jen na některé zvláště vynikající zjevy. (Dokončení.)

Brigg. log. $n!$

Od Č. Jarolímka.

Podáváme tuto tabulku briggických logarithmů faktoriell přirozených čísel od 1 do 100, jíž užiti lze s výhodou v úlohách kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti, kdykoli jde o vyšetření příbližné hodnoty čísel tvaru

$$A = \frac{\prod\limits_{k=n}^{r} k}{\prod\limits_{k=p}^{u} k} = \frac{n(n+1)\ldots(r-1)r}{p(p+1)\ldots(u-1)u} = \frac{r!}{(n-1)!} : \frac{u!}{(p-1)!}$$

$$= \frac{r!\,(p-1)!}{u!\,(n-1)!},$$

nebo

$$B = \frac{\binom{n}{p}}{\binom{r}{q}} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!} : \frac{r!}{(r-q)!\,q!} = \frac{n!\,q!\,(r-q)!}{p!\,r!\,(n-p)!}$$

a podobných složitějších.

Zejména tu budiž ukázáno k úloze následující:

Obsahuje-li osudí n různých čísel, obsadíme-li r z nich, a žádáme-li si, aby mezi p z osudí vyňatými čísly obsaženo