Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 41 (1912), No. 1, 140,141,142,143,144

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122222

Dle výsledků zkoumání Boslerových jasnost komety Enckeovy mění se zároveň s aktivitou sluneční v periodě 11 let.

Kometa Borrelly-ova 1905 II. (1911e) byla nalezena 19. září na helwanské hvězdárně v Egyptě a 25. září nezávisle na hvězdárně v Santiago (Chile). Byla velikosti 12té. Z četných pozorování vykonaných r. 1905 vypočítal C. Fayet elementy dráhy této komety pro letošní rok. Dle jeho výpočtů projde přísluním 18. prosince. Majíc nízkou jižní deklinaci, jest až do konce listopadu nesnadno pozorovatelným objektem pro severnější hvězdárny. Jinak podmínky viditelnosti jsou letošního roku příznivější než r. 1905. Objevena byla v souhvězdí Eridanu; koncem října obrátila se na sever a přejde začátkem prosince do hlavy Velryby. Koncem prosince octne se v souhvězdí Skopce a přejde v polovici ledna do souhvězdí Persea. V polovici prosince má se světlost její zvětšiti theoreticky 6krát, pravděpodobně však ještě více, takže koncem roku může býti viditelna malými dalekohledy.

Kometa Quénissetova (1911f) byla objevena 23. září francouzským astronomem Quénissetem na hvězdárně v Juvisy u Paříže. Byla 7·5—8 velikosti. Pohybovala se velmi rychle na jihozápad, což by nasvědčovalo tomu, že byla v té době Zemi blízko. Při objevení stála asi 2^0 severozápadně od hvězdy β v souhvězdí Malého Vozu. 1. října octla se v blízkosti hvězdy ι Draconis. 9. října přešla do souhvězdí Koruny, směřujíc ku souhvězdí Hadonoše. Dle výpočtu Ebellova připadá průchod přísluním na 12. listopad. Jest viditelna malým dalekohledem.

Kometa Belliawského (1911 g) jest poslední z komet letošního roku objevených. Objevil ji 28. září ruský astronom Beliawsky. Prošla přísluním 10. října. V druhé polovici října byla viditelna pouhým okem večer na západním nebi. *S.*

Úlohy.

Z mathematiky.

1.

Ustanoviti hodnotu výrazu

$$\sqrt{a-\sqrt{a+\sqrt{a-\sqrt{a+\ldots}}}}$$

Dr. *J. Tomáš.*

2.

Nalézti podmínku, kdy rovnice algebraická stupně třetího, čtvrtého a pátého má dva kořeny stejné absolutní hodnoty, ale protivného znamení.

Prof. *Rud. Hruša.*

3.

Řešiti rovnice

$$a)\ tg\, x + tg\, 2x + tg\, 3x + tg\, 4x = 0,$$
$$b)\ tg\, x - tg\, 2x - tg\, 3x + tg\, 4x = 0.$$

Prof. *Rud. Hruša.*

4.

Řešiti rovnici

$$tg\, 7x : tg\, 3x = tg\, 3x : tg\, x.$$

Dr. *Marian Haas.*

5.

Řešiti jest rovnici

$$x + y = a^{\frac{x}{y}}$$

čísly celými, jestliže a jest celé číslo kladné větší než 1.

Vladimír Živanský.

6.

Řešiti jest rovnici

$$xy = a^{\frac{x}{y}}$$

celými čísly, značí-li a celé číslo kladné.

Vladimír Živanský.

7.

Dokázati jest vztah

$$\frac{1}{m+n+1} - \frac{\binom{n}{1}}{m+n} + \frac{\binom{n}{2}}{m+n-1} - \dots$$
$$+ (-1)^n \frac{\binom{n}{n}}{m+1} = (-1)^n \frac{\binom{m}{n}}{m+n+1}.$$

Vladimír Živanský.

8.

Dokázati jest vztah

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\sin 3k\, x}{\sin k\, x} = n - 1 + \frac{\sin (2n+1)\, x}{\sin x}.$$

Vladimír Živanský.

9.

Kolika způsoby možno rozměniti v rakouských mincích jednu korunu? Prof. *Jan Kroupa.*

10.

V rovině jsou dány body A, B a přímka p, která úsečky AB neprotíná. Na přímce p ustanoviti bod, z něhož jest viděti úsečku AB pod největším úhlem. Prof. *Jan Kroupa.*

11.

Do trojúhelníku ABC vepsati jiný DEF, o daném vrcholu D ležícím na straně BC, tak aby strana EF byla rovnoběžna s BC, při čemž úhel EDF jest dán. Prof. *Jan Kroupa.*

12.

Jest dána rovina ϱ a body P, Q, R; najíti v rovině ϱ takové body, jejichž spojnice s P, Q, R mají od ϱ stejné odchylky. Prof. *Jan Kroupa.*

13.

Sestrojiti kuželosečku, je-li dána řídící přímka a tři body. Prof. *Jan Kroupa,*

14.

Sestrojiti kružnici, která prochází body A, B a seče kružnici danou v poměru $m : n$. Prof. *A. Budík.*

15.

Které jsou ostré úhly trojúhelníku pravoúhlého, je-li jeho výška rovna polovině rozdílu úseků, na které dělí přeponu. Prof. *Jaroslav Doležal.*

16.

Jsou-li α, β, γ odchylky dvou stran a úhlopříčky, jež vycházejí z jednoho vrcholu obdélníku, od průmětny, pak, je-li průmětem jeho kosočtverec, platí vztah

$$2\, tg^2 \gamma = (tg\, \alpha + tg\, \beta)\, tg\, (\alpha + \beta).$$

Prof. *Rud. Hruša.*

17.

Do čtverce o straně a vepsány čtyři parabolické oblouky tak, že každý prochází dvěma protilehlými vrcholy čtverce a *dotýká se zároveň jeho stran. Oblouky ty omezují čtyři křivočaré trojúhelníky a jeden čtyřúhelník. Vypočísti plochu a úhly těch obrazců* Prof. *Rud. Hruša.*

18.

Jest sestrojiti čtyřúhelník z tětiv, dána-li podstava, dva úhly k ní přilehlé a úhel úhlopříček. Která podmínka platí mezi těmito úhly, je-li čtyřúhelník obojstředný? (Čtyřúhelník nazývá se obojstředný, lze-li mu opsati i vepsati kružnici.) Prof. *Jan Schuster.*

19.

Čtyřúhelník určený středy kruhů opsaných trojúhelníkům, v něž se daný čtyřúhelník dělí úhlopříčkami, jest rovnoběžník. Ustanovte jeho plochu v případě, že daný čtyřúhelník jest z tětiv. Prof. *Jan Schuster.*

20.

Do kružnice k vepsán jest čtyřúhelník $ABCD$. Které jest geometrické místo průseků úhlopříček, je-li strana AB pevná a pohybují-li se vrcholy C, D po kružnici k tak, že strana CD má stálou délku? Prof. *Jan Schuster.*

21.

Trojúhelník má pevnou podstavu a protější vrchol se pohybuje po kružnici opsané. Které jest geometrické místo středu kruhu Feuerbachova? Prof. *Jan Schuster.*

22.

Ke kruhu vedeny jedním jeho pevným bodem kruhy orthogonální. Jest určiti geometrické místo průseku vnějších tečen. Prof. *Jan Schuster.*

23.

Budiž AB tětiva jdoucí ohniskem paraboly, AM přímka rovnoběžná a BM přímka kolmá k ose. Je-li N průsečík normály s osou paraboly, jest přímka MN rovnoběžná s tečnou v bodě B. *R.*

24.

Dotýkají-li se dva kruhy paraboly v koncových bodech tětivy jdoucí ohniskem, protínají se pravoúhle; geometrickým místem jejich druhých průsečíků jest kružnice. *R.*

25.

Vedeme-li z libovolného bodu hyperboly

$$x^2 - y^2 = a^2 + b^2$$

tečny na hyperbolu $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, *leží čtyři body, v nichž protínají osy, na téže kružnici.* R.

Z deskriptivní geometrie.

1.

Sestrojiti nárys trojúhelníku rovnostranného, jehož rovina prochází daným bodem, dán-li půdorys.

Josef Klíma, assist. č. techniky.

2.

Sestrojiti kužel rotační, dán-li vrchol, bod na povrchu a podmínka, že průsek s daným kuželem druhého stupně se rozpadá ve dvě kuželosečky. *Týž.*

3.

Sestrojiti rotační plochu kuželovou danou vrcholem, dvěma body na povrchu a podmínkou, že danou rovinu seče v rovnoosé hyperbole. *Týž.*

4.

Dokázati, že orthogonální průmět vrcholu kužele rotačního na rovinu kolmou k ose kužele jest společným ohniskem orthogonálních průmětů všech řezů rovinných daného kužele do oněch roviny.

Na základě této věty sestrojiti kuželosečku, dáno-li její ohnisko a tři body. *Týž.*

5.

Rotační plocha kuželová dána jest osou a jednou povrchovou přímkou; sestrojiti rotační plochu válcovou, která by se plochy kuželové dotýkala a měla danou přímku za osu.

Prof. *Jan Kroupa.*

6.

V prostoru jsou dány dva shodné trojúhelníky $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$. *Sestrojiti přímku, kolem níž by bylo možno jeden trojúhelník tak otočiti, aby byl s druhým souměrný dle roviny.*

Prof. *Jan Kroupa.*