Bohumil Hacar
Z astronomie dvojhvězd I.

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 63 (1934), No. 3, R48--R52

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122155

R.48

Z astronomie dvojhvězd.

Napsal Dr. *B. Hacar.*

Výpočet drah těles nebeských je jedním z nejdůležitějších i nejzajímavějších úkolů astromechaniky. Pro tělesa sluneční soustavy — planety a komety — je úkol ten sice zjednodušen po té stránce, že centrální těleso, ovládající jejich pohyby, má hmotu tak obrovskou, že hmoty planet někdy, komet pak vždycky lze zanedbati vůči ní, po druhé stránce však je komplikován jednak tím, že stanovisko, z něhož polohy planet na obloze určujeme — naše Země — je pohyblivé, jednak i tím, že přirozeně na přesnost vypočtených drah činíme značné nároky. Jinak jest tomu u dvojhvězd. Zde pohyblivost našeho stanoviska a její projev — paralaxa stálic — prakticky vůbec nepřichází v úvahu a přesnost, kterou můžeme požadovati, jest obmezena pozorovacími chybami, jejichž velikost — vůči rozměrům dvojhvězdné dráhy — zpravidla je velmi značná. Právě z těchto důvodů hodí se však dobře výpočet dvojhvězdné dráhy za úvodní ukázku výpočtu dráhy tělesa nebeského.

Základem nebeské mechaniky je gravitační zákon Newtonův. Z něho plynou i známé tři zákony Keplerovy. Historie šla, jak víme, směrem opačným: nejprve *Kepler* nalezl empiricky své zákony a pak teprve *Newton* objevil, že existuje zákon vyšší, jehož jsou důsledkem. Třetí zákon Keplerův tak, jak jej Kepler formuloval a jak se mu zpravidla ve škole učíme, je vlastně nepřesný. V té — obyčejné — formulaci platí totiž jen pro soustavu sluneční a soustavy jí podobné, t. j. takové, v nichž hmotu oběžnice vůči centrálnímu tělesu lze zanedbati. Všude jinde nutno užíti obecného zákona Keplerova.[1]) Ten praví, že třetí mocnina velké poloosy je úměrna součinu ze čtverce doby oběžné a součtu hmot centrální hvězdy a oběžnice, tedy

$$a^3 = C \,.\, P^2\,(M + m).$$

V obr. 1 budiž S hlavní hvězda, elipsa ALP dráha obíhající složky, A apastron, P periastron, tedy AP velká osa elipsy čili apsidová čára. Je-li dále O střed elipsy, $OA = OP = a$ velká poloosa, $OS = e$ výstřednost a $e = a\varepsilon$, kde ε je t. zv. číselná výstřednost. Nejkratší vzdálenost družice od hlavní hvězdy jest $SP = OP - OS = a\,(1 - \varepsilon)$, nejdelší $SA = OA + OS = a\,(1 + \varepsilon)$. Aritmetický střed těchto obou hodnot $= a$. V této střední vzdálenosti jest družice, když prochází koncem malé osy. Je-li družice v bodě L, tu spojnice SL sluje průvodič (radius vector) a jeho úhel s velkou osou $\sphericalangle LSP = v$ jest pravá anomalie družice. Tento úhel roste ve smyslu pohybu družice od 0 do 360°. Veličiny r a v

[1]) Strouhal, Mechanika, 1901. S. 361.

jsou polárné souřadnice družice vzhledem k hlavní hvězdě S jakožto počátku a k apsidové čáře AP jakožto ose. Z obr. 1 plyne pak přímo $SI = OI - OS$ čili

$$r \cos v = a \cos E - a\varepsilon, \tag{1}$$

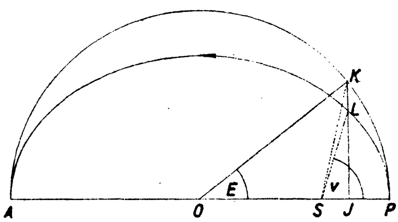
kde $\sphericalangle KOP = E$ je excentrická anomalie družice. Hodnotu $\cos v$ z této rovnice vyjádřenou dosaďme do ohniskové polární rovnice elipsy

$$r = \frac{a\,(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos v},$$

čímž obdržíme

$$r = a - a\varepsilon \cos E. \tag{2}$$

Sečtením a odečtením rovnic (1) a (2) dostaneme



Obr. 1.

$$r\,(1 + \cos v) = a\,(1 - \varepsilon)\,(1 + \cos E),$$
$$r\,(1 - \cos v) = a\,(1 + \varepsilon)\,(1 - \cos E),$$

obě strany dělme 2 a odmocněme:

$$\sqrt{r} \cos \tfrac{1}{2}v = \sqrt{a\,(1 - \varepsilon)} \cos \tfrac{1}{2}E,$$
$$\sqrt{r} \sin \tfrac{1}{2}v = \sqrt{a\,(1 + \varepsilon)} \sin \tfrac{1}{2}E.$$

Vzájemné dělení těchto rovnic dává

$$\tan \tfrac{1}{2}v = \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - e}} \tan \tfrac{1}{2}E, \tag{3}$$

a jich znásobení

$$r \sin v = a \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sin E. \tag{4}$$

Srovnáme-li plošný obsah elipsy F s obsahem kruhu o poloměru a, plyne[2])

$$PIL : PIK = b : a = F : \pi a^2.$$

Podobně platí

$$\triangle\, SIL : \triangle\, SIK = b : a$$

[2]) Srv. Vojtěch, Geometrie pro VII. tř. 79.

a tudíž poměr excentrické výseče eliptické k výseči kruhové

$$SPL : SPK = F : \pi a^2.$$

Označíme-li dále P dobu oběžnou a t dobu, která uplynula od průchodu družice periastrem, dostaneme z 2. zákona Keplerova

$$P : t = F : SPL = \pi a^2 : SPK$$

a ježto

$$\begin{aligned} SPK &= OPK - OSK \\ &= \tfrac{1}{2}OP \, . \, PK - \tfrac{1}{2}OS \, . \, IK, \\ &= \tfrac{1}{2}a \, . \, aE - \tfrac{1}{2}a\varepsilon \, . \, a \sin E, \end{aligned}$$

jest dále

$$P : t = 2\pi : (E - \varepsilon \sin E).$$

Položíme-li ještě $2\pi t/P = \mu t = M$, dostáváme rovnici

$$M = E - \varepsilon \sin E, \tag{5}$$

známou to rovnici Keplerovu. M jest střední anomalie, μ střední pohyb družice. Známe-li pravou anomalii v, tu z rovnice (3) vypočteme excentrickou anomalii E, načež z rovnice (5) plyne střední anomalie a tudíž i čas uplynulý od průchodu periastrem, neboť veličinu $2\pi/P = \mu$ pokládáme za známou.

Přikročme nyní k určení dráhy družice. Mikrometricky měřené polohy družice vztahujeme na hlavní hvězdu jakožto počátek polárných souřadnic, totiž vzdálenosti vyjádřené v obloukových sekundách a posičního úhlu měřeného od hodinového kruhu hvězdy ve směru sever — východ — jih — západ. Nemůže býti úkolem těchto řádků podati návod k redukci pozorování. Zde hraje roli síla a jakost užitého stroje, dovednost pozorovatelova, vlivy atmosférické a j. Na posiční úhel a vzdálenost složek má vliv také precese a vlastní pohyb hvězdy. A to jest vliv precese na posiční úhel dán vztahem

$$\Delta\Theta = - 0{,}00557 \sin \alpha \sec \delta \, . \, (t - t_0),$$

vliv vlastního pohybu μ_p vztahem

$$\Delta\Theta' = \mu_p \sin \delta \, . \, (t - t_0),$$

kde α je rektascense, δ deklinace, μ_p vlastní roční pohyb v obl. sekundách, t_0 a t doby. Těmito korekcemi převádíme hodnotu posičního úhlu měřenou v době t na epochu t_0. Poněvadž tyto korekce závisí na sec δ či na sin δ, lze je u hvězd nepříliš vzdálených od rovníka zanedbati, pokud ovšem pozorování nejsou příliš vzdálena od epochy a pokud vlastní pohyb soustavy není příliš značný.

Pozorování, o něž opíráme výpočet dráhy, bývá obyčejně značný počet. Z nich vypočteme roční středy a ty pak — zpravidla grafickou interpolací — přepočteme na začátky let, v nichž byla učiněna. Tento postup ukážeme později na příkladě. Vlastní úloha: na základě takto redukovaných pozorování vypočísti skutečnou dráhu družice, rozpadá se na dvě části: 1. na určení zdánlivé elipsy, t. j. kolmého průmětu elipsy skutečné do báně nebeské, 2. na určení skutečné elipsy z tohoto průmětu. Obě části lze řešiti buď graficky nebo počtem. Obecná rovnice elipsy je dána pěti body, neboť obsahuje 5 konstant, jež nutno určiti. V teorii by tudíž stačilo pět pozorování. V praxi však vezmeme jich tolik, kolik jich máme k disposici a konstanty pak určíme metodou nejmenších čtverců. Ve skutečnosti jest však skorem vždy výhodnější metoda grafická. K tomu cíli zaneseme na papír jednotlivé roční středy podle posičního úhlu a vzdálenosti do soustavy souřadnic, v jejímž počátku je hlavní hvězda. Tak dostaneme křivolakou, celkovou konturou však elipse více méně podobnou čáru, načež vedeme skutečnou elipsu, která by k této čáře co nejvíce se přimykala a při tom vyhovovala druhému zákonu Keplerovu. Nemáme-li po ruce elipsografu, můžeme si vypomoci dvěma rýsovacími hřebíčky a nití, a nemáme-li planimetru, pomůžeme si tak, že elipsu okopírujeme na karton, pak z ní vystřihneme několik výsečí příslušných ke stejným časovým intervalům a vážením na citlivých vážkách se přesvědčíme, zda zákon o konstantní plošné rychlosti je splněn. Je-li tomu tak, přikročíme k druhé části úlohy, t. j. k výpočtu skutečné dráhy dvojhvězdy. Metod k tomu cíli vedoucích bylo vymyšleno mnoho. První a to čistě analytickou metodu popsal Francouz *Savary* (1830), který ji později aplikoval na dvojhvězdu ξ Ursae maj. Něco později uveřejnil *Encke* jinou metodu, připínající se těsněji k ortodoxním metodám výpočtu drah těles nebeských, která předpokládá znalost 4 úplných pozorování. Encke jí použil k výpočtu dráhy dvojhvězdy *70 Oph.* Obě metody jsou vtipné, ale zdlouhavé. Naproti tomu metoda, kterou r. 1832 publikoval sir *John Herschel* ve Zprávách král. Astronomické Společnosti v Londýně, „zasluhuje," jak praví *Airy*, „aby co do elegance a praktické používatelnosti, byla kladena před každou jinou, dosud uveřejněnou." Dále jsou to metody, které podali *Villarceau*, *Mädler*, *Klinkerfues*, *Thiele*, *Kowalsky*, *Glasenapp*, *Seeliger*, *Zwiers*, *Doberck*, *Henroteau*, *Stewart*, nejnověji pak *K. Laves*[3]) a *C. Parvulesco.*[4]) Některé z těchto metod jsou převážně analytické, jiné, jako na př. Zwiersova, téměř výlučně grafické. Metoda Herschelova jest asi uprostřed a již tím hodí se dobře za ukázku výpočtu dráhy tělesa nebeského. Její rozbor podává na př. *André* ve své „Traité d'astronomie stellaire" II. sv., ale zvlášť přístupně *T. Lewis* v časopise „The Observatory" roč. 1908.

[3]) Eine neue graphische Methode z. Bestimmung v. Doppelsternbahnen. A. N. Bd. 227. S. 321 a násl.

[4]) Méthode nouvelle pour calculer les orbites des étoiles doubles. Bull. de l'Obs. de Lyon. X. S. 49 a násl.

Z nejnovějších vyniká jednoduchostí zejména metoda Lavesova, ostatně Herschelově dosti příbuzná. Postup, s nímž zamýšlím zde seznámiti čtenáře, jest v podstatě jakási kombinace metody Herschelovy a Lavesovy.

Elementy dvojhvězdné dráhy, o jejichž určení se nám jedná, jsou:

P, doba oběžná (perioda), vyjádřená ve středních slunečních rocích.

T, okamžik průchodu složky periastrem (epocha).

ε, číselná výstřednost.

a, velká poloosa v obloukových sekundách.

Ω, posiční úhel uzlové přímky, t. j. přímky, v níž seče dráha dvojhvězdy sféru nebeskou. Čítá se od 0^0 do 180^0.

ω, délka periastra, t. j. úhel sevřený uzlovou přímkou a čarou apsid, a to od uzlu k periastru ve směru pohybu od 0 do 360^0.

i, sklon dráhy k báni nebeské. Čítá se od 0 do $\pm 90^0$. Zde platí znaménko $+$, jestliže družice po průchodu uzlem se vzdaluje od pozorovatele, $-$, jestliže se přibližuje. Tuto neurčitost lze odstraniti pouze měřením radiálné rychlosti složky.

μ, střední roční pohyb vyjádřený ve stupních. Je buď přímý, rostou-li úhly, nebo zpětný, zmenšují-li se.

(Příště dokončení.)

O praktickém významu geofysiky.

Dr. *Čeněk Kohlmann.*

(Dokončení.)

Magnetické vlastnosti některých minerálů nabadaly takřka samy, aby se použilo magnetky k hledání míst k těžbě způsobilých. Při měřeních magnetických počínáme si analogicky jako při měřeních tíže. Země totiž chová se jako veliký magnet, jehož teoretické pole magnetické je rušeno místním rozložením magneticky účinných hmot. Nejjednodušším přístrojem pro měření magnetických variací je variometr Kohlrauschův, který se skládá z busoly umístěné centricky nad horizontálním magnetem, který možno otáčeti a posunovati podle svislé osy, spojující střed busoly se středem magnetu. Stroj postaví se tak, aby magnet byl v magnetickém poledníku. Potom přibližováním nebo vzdalováním magnetu od busoly docílíme toho, že magnetka busoly zaujme stejný směr s magnetem. Tuto polohu nazýváme nulovou. Otočíme-li nyní magnet o úhel φ (asi 30^0), takže magnetka se postaví kolmo na směr magnetu, působí tento na magnetku silou

$$H = C \cdot \cos \varphi,$$