Cornelius Plch

Odchylka Foucaultova kyvadla

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 14 (1885), No. 1, 10--15

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122102`

Odchylka Foucaultova kyvadla.

Studujícím napsal

P. Cornelius Pich, T. J. v Bohusudově (Mariaschein).

Věta. Úhel U, jejž obzorový průmět roviny kyvu volně se kývajícího (Foucaultova) kyvadla po uplynutí celého dne $D = 24$ *hodin se svou původní polohou na zdánlivém obzoru svírá, roven jest úhlu* 360^0 *znásobenému sinusem zeměpisné šířky* φ *onoho místa M, na němžto se kyvadlo kývá.*

Vzorec. $U = 360^0 \sin\varphi$.

Starší důkaz. V přemnohých knihách (fysikách, astronomických a mathematických zeměpisech) vyskytuje se již ode dávna důkaz, jenž úsečně a stručně proveden asi takto zní:

Budiž Rr (obr. 11.) rovníkový průměr naší země, jižto zde pokládáme za kouli dokonalou ze stejnorodé hmoty, S její střed, Tt spojnice točen čili otáčecí osa, n libovolné celistvé číslo a $M_0M_1M_2 \ldots M_{n-1}M_0$ rovnoběžník, na němžto se provádí *Foucaultův pokus.*

Aby se stal důkaz jednodušším a tudíž i jasnějším, *považujme střed* S *jakožto nehybný a stejně od sebe vzdálená místa* $M_0, M_1, M_2, \ldots, M_{n-1}, M_0$ *jakožto v prostoru světovém utkvělá čili pevná;* odezírejme pak od všelikého odporu vzduchu a závěsu, jakož i ode všech jiných překážek delšího pohybu, jimiž chod Foucaultova kyvadla dříve nebo později se zastaví.

Začne-li kyvadlo K_0 na místě M volně se kývati v rovině poledníkové M_0Tt, pak bude *průsek obzoru s rovinou kyvu čili obzorový průmět roviny kyvu čili obzorový kývací směr* M_0A tečnou kruhu M_0Tt protínající prodlouženou osu Tt v bodě A, a splyne tudíž na okamžik s poledníkem $MA \equiv M_0A$ otáčejícího se místa M. *Při tom platí totožnost* $MA \equiv M_0A$ *jakož i ostatní totožnosti doleji uvedené pouze pro dobu splynutí čili vzájemného pokrytí.* Úhel $M_0AS = \sphericalangle M_0SR = \varphi$ rovná se zeměpisné šířce místa M, již měří oblouk RM_0.

Během doby $\frac{D}{n}$ přijde místo M následkem rotace země z pevného místa M_0 do pevného místa M_1; tečna kruhu poledníkového tímto místem vedená jest $MA \equiv M_1A$ a slove poledníkem místa M_1 jakož tečna $MA \equiv M_0A$ sluje poledníkem místa M_0.

Setrvačné kyvadlo K_0, *jehož bod závěsný zároveň s místem* M *se otáčeje opisuje kružnici, snaží se původní kyvací směr* M_0A *v prostoru světovém utkvělý na každém místě zachovati, (což dosti snadným pokusem ukázati lze pomocí kyvadlového strojku, při němž bod závěsný taktéž opisuje kružnici), a kývá se tudíž na místě* $M \equiv M_1$ *směrem* $M_1B_1 \parallel M_0A$, *takže obzorový kývací směr* $MB_1 \equiv M_1B_1$ *již nesplývá s příslušným poledníkem* $MA \equiv M_1A$, *nýbrž s ním uzavírá úhel* $B_1M_1A \equiv \sphericalangle M_0AM_1 = \frac{U}{n}$, *značí-li* U *středový úhel rozvinutého pláště přímého kužele* $AM_0M_1 \ldots M_{n-1}M_0$, *jejž během doby* $D = 24$ *hodin poledník* MA *následkem rotace země vytvoří.*

Poněvadž jest $\sphericalangle M_0CM_1 = \frac{360^0}{n}$, bude oblouk

$$M_0M_1 = M_0C \,.\, \frac{360^0}{n} \,.\, \frac{\pi}{180^0};$$

jestiť ale také tentýž oblouk

$$M_0M_1 = M_0A \,.\, \frac{U}{n} \,.\, \frac{\pi}{180^0};$$

pročež bude

$$M_0A \,.\, \frac{U}{n} = M_0C \,.\, \frac{360^0}{n},$$

z čehož plyne

$$\frac{U}{n} = \frac{360^0}{n} \,.\, \frac{M_0C}{M_0A} = \frac{360^0}{n} \sin\varphi,$$

a tedy

$$U = 360^0 \sin\varphi,$$

jakož bylo dokázati.

Krajné případy.

1. Na místě R je $\varphi = 0^0$, tudíž i $U = 0^0$.
2. Na místě T je $\varphi = 90^0$, tudíž $U = 360^0$.

Proti tomu lze však namítati:

1. Rovnoběžka $M_1B_1 \parallel M_0A$ neleží na obzoru místa M_1 nýbrž na rozšířené pobočné stěně M_0AM_1 pravidelného jehlance do kužele $AM_0M_1M_2 \ldots M_{n-1}M_0$ vepsaného, jehož pobočné hrany s pevnými kuželovými stranami M_0A, M_1A, M_2A, ..., $M_{n-1}A$ splývají.

Nemůže tudíž úhel B_1M_1A *býti odchylkou při pokusu Foucaultově pozorovanou.*

2. Rovinný úhel B_1M_1A rovnající se hranovému úhlu M_0AM_1 jest pro každou konečnou hodnotu n menší než rozvinutý kuželový úhel $M_0AM_1 = \frac{U}{n}$.

Není tudíž relace $\sphericalangle B_1M_1A = \frac{U}{n}$ *pro žádnou konečnou hodnotu* n *správná.*

3. *Positivný rozdíl*

$$\frac{U}{n} - M_0AM_1 = \frac{U}{n} - B_1M_1A$$

rozvinutého kuželového úhlu $\frac{U}{n}$ a příslušného hranového úhlu $M_0AM_1 = B_1M_1A$ *nezmizí,* dokud je $\frac{U}{n} > 0 = z - z$ a

$$\sphericalangle M_0AM_1 = \sphericalangle B_1M_1A > 0 = z - z.$$

Dejme tomu, že si někdo pevné body M_0, M_1, M_2, ..., M_{n-1}, M_0 *nekonečně blízko sebe* myslí, takže je *téměř*

$$\frac{U}{n} = 0 = z - z, \quad \sphericalangle M_0AM_1 = \sphericalangle B_1M_1A = 0 = z - z,$$

a tedy i rozdíl

$$\frac{U}{n} - M_0AM_1 = \frac{U}{n} - B_1M_1A = 0 = (z - z) - (z - z).$$

Z toho však, že *pro* $n = \infty$ *rozdíl*

$$\frac{U}{n} - M_0AM_1 = \frac{U}{n} - B_1M_1A$$

téměř nulle se rovná, nikterak souditi nelze, že v tomto případu i ostatní rozdíly téměř nulle se rovnají, jakož vysvítá z relací

$$\frac{U}{n} - M_0AM_1 < \frac{2U}{n} - M_0AM_2 < \ldots < \frac{(n-1)U}{n} - M_0AM_{n-1}$$
$$< U - M_0AM_0 = U,$$

$$\frac{U}{n} - B_1M_1A < \frac{2U}{n} - B_2M_2A < \ldots < \frac{(n-1)U}{n} - B_{n-1}M_{n-1}A$$
$$< U - B_0M_0A = U,$$

jež netoliko pro každou konečnou hodnotu n nýbrž i pro $n = \infty$ jsou správné.

Nemohou tudíž relace $\sphericalangle B_1M_1A = \frac{U}{n}$, $\sphericalangle B_2M_2A = \frac{2U}{n}$, $\ldots$, $\sphericalangle B_{n-1}M_{n-1}A = \frac{(n-1)U}{n}$, $\sphericalangle B_0M_0A = U$ *ani pro* $n = \infty$ *býti správné, ačkoliv první relace* $\sphericalangle B_1M_1A = \frac{U}{n}$ *pro* $n = \infty$ *je téměř správnou.* Též jest na bíledni, že každá následující relace mnohem nesprávnější jest než předcházející; nejnesprávnější jest poslední relace $\sphericalangle B_0M_0A = U$, v níž úhel B_0M_0A nulle se rovná nikoliv ale středovému úhlu U rozvinutého pláště přímého kužele $AM_0M_1M_2 \ldots M_{n-1}O_0$.

4. Mysleme si číslo $n = 4, 6, 8, 10, \ldots$ sudé. *Kdyby aspoň pro* $n = \infty$ *všecky rovnoběžky*

$$M_0A \parallel M_1B_1 \parallel M_2B_2 \parallel \ldots \parallel M_{n-1}B_{n-1} \parallel M_0B_0$$

býti mohly obzorovými kývacími směry, jakož pevná kuželová strana M_0A je obzorovým kývacím směrem a sice prvním čili původním, *pak by Foucaultových odchylek*

$$B_1M_1A < B_2M_2A < \ldots < B_{\frac{n}{2}}M_{\frac{n}{2}}A > B_{\frac{n}{2}+1}M_{\frac{n}{2}+1}A > \ldots$$
$$> B_{n-1}M_{n-1}A > B_0M_0A = 0$$

během prvního půldne $\frac{D}{2} = 12$ *hodin rovněž tak přibývalo a během druhého půldne rovněž tak ubývalo, jako přibývá a ubývá hranových úhlů*

$$M_0AM_1 < M_0AM_2 < \ldots < M_0AM_{\frac{n}{2}} > M_0AM_{\frac{n}{2}+1} > \ldots$$
$$> M_0AM_{n-1} > M_0AM_0 = 0,$$

což posud žádný pozorovatel Foucaultova pokusu nezpozoroval. *)

---

*) Srovnej: „*Zeitschrift f. d. österr. Gymn.* 1883. XI. Heft, pag. 855“, kdež *Dr. Ignaz G. Wallentin* podávaje zprávu o spisu „*Mathematische Geographie von Prof. Dr. A. Hoffmann,* 3. Aufl. Paderborn 1881. F. Schöningh“ praví: „Der Foucault'sche Pendelversuch wurde in der noch jetzt sehr verbreiteten Weise erklärt und theoretisch begründet. Doch sind gegen diese Rechnung schon öfter Bedenken laut geworden, die vollständig gerechtfertigt sind. Eine scharfe Beweisführung gelingt unschwer, wenn man die *Zerlegung der Drehungen und Winkelgeschwindigkeiten* zuhilfe nimmt.“

Nám se však zdá, že poslední odstavec „*Setrvačné kyvadlo ..... vytvoří*“ opraviti lze, a sice následujícím anebo podobným spůsobem:

Abychom obzorový kývací směr na místě $M \equiv M_1$ a na každém jiném místě správně mohli ustanoviti, mysleme si *pod obzorem přirozeným čili zdánlivým (svrchním)* místa $M \equiv M_0$ ještě jednu obzorovou rovinu *(spodní obzor)*, jež od pevné strany M_0A k pevným stranám M_1A, M_2A, ..., $M_{n-1}A$, M_0A po pevném kuželi $AM_0M_1M_2 \ldots M_{n-1}M_0$ touže rychlostí *se valí*, kterou poledník MA a pevně s ním spojený *svrchní obzor* následkem rotace země po tomto kuželi *se pošinuje čili klouzá.*

Myslíme si spodní obzor hlavně k tomu účelu, aby poledník MA, *jenž* pošinováním čili klouzáním po plášti onoho pevného kužele *křivé plochy* M_0AM_1, M_1AM_2, ..., $M_{n-1}AM_0$ *vedle sebe opisuje, zároveň i rovinné plochy* (kruhové výkrojky) O_0AO_1, O_1AO_2, ..., $O_{n-1}AO_n$ *stejné velikosti vedle sebe opisovati a tímto spůsobem kuželový plášť odvinovati a na rovinu obzorovou prostírati mohl.* Při tom označujeme (pro uvarování zmatku anebo nedorozumění) obzorovou stopu čili obzorový otisk ledakterého pevného místa M_m literou O_m, takže platí *pouze pro dobu splynutí čili vzájemného pokrytí* totožné relace

$$MA \equiv O_0A \equiv M_0A\,,$$
$$MA \equiv O_1A \equiv M_1A\,,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$MA \equiv O_nA \equiv M_0A\,.$$

Jelikož otisk O_0A pevné kuželové strany M_0A se vyskytuje na spodním obzoru, jenž po plášti pevného kužele ustavičně se valí, tož *patrno jest, že* O_0A *každý okamžik jinou polohu ve světovém prostoru zaujímá.* Totéž platí o otiscích O_1A, ..., O_nA.

Setrvačné kyvadlo K_0, jež na místě $M \equiv O_0 \equiv M_0$ obzorovým směrem $MA \equiv O_0A \equiv M_0A$ volně se kývati začalo, *snaží se původní obzorový kývací směr* O_0A *na každém jiném místě udržeti*, a kývá se tudíž na místě $M \equiv O_1 \equiv M_1$ obzorovým směrem $O_1A_1 \,||\, O_0A$.

Již tedy nesplývá obzorový kývací směr $MA_1 \equiv O_1A_1 \equiv M_1A_1$ s příslušným poledníkem $MA \equiv O_1A \equiv M_1A$, nýbrž s ním uzavírá úhel $A_1MA \equiv \sphericalangle A_1O_1A \equiv \sphericalangle A_1M_1A$, jenžto za příčinou $O_1A_1 \parallel O_0A$ roven je střídavému úhlu

$$O_0AM \equiv \sphericalangle O_0AO_1 \equiv \sphericalangle O_0AM_1.$$

Avšak úhel O_0AO_1 je středový úhel kruhového výkrojku $O_0AO_1 = \frac{O_0AO_n}{n}$ rovnajícího se rozvinutému kuželovému plá-štíku $M_0AM_1 = \frac{M_0AM_n}{n}$.

Označíme-li tedy literou U středový úhel rozvinutého pláště $M_0AM_n \equiv M_0AM_0$ přímého kužele $AM_0M_1M_2 \ldots M_{n-1}M_0$, tož bude na místě $M \equiv O_1 \equiv M_1$ *Foucaultova odchylka*

$$A_1MA = \frac{U}{n}.$$

O jistém druhu křivek.

Napsal

F. Machovec, professor v Karlíně.

a) „Buďtež dány v rovině dvě křivky A a B a bod o. V každém bodě b křivky B sestrojena jest přímka svírající s paprskem ob úhel stálé velikosti i směru α a na ní nanesena jest od bodu b délka $bc = oa$, při čemž značí a jeden z průsečníků přímky ob s křivkou A. Krajní body c délek bc jsou na jisté křivce C, o jejíž normálu v libovolném její bodě nám jde.“ (Obr. 12.)

Jmenujeme-li φ úhel polárný příslušný ku paprsku ob a myslíme-li si, že se zvětší o $\Delta\varphi$, tu přejde bod a v a', b v b' a c v c', při čemž platí equipollence

$$oc \stackrel{\frown}{=} ob + bc$$

$$oc' \stackrel{\frown}{=} ob' + b'c'$$

tedy i $$oc' - oc \stackrel{\frown}{=} ob' - ob + b'c' - bc; \qquad (1)$$

avšak $$oc' - oc \stackrel{\frown}{=} cc'$$

$$ob' - ob \stackrel{\frown}{=} bb'$$

a $$b'c' \stackrel{\frown}{=} e^{i\alpha}\, oa'$$

$$bc \stackrel{\frown}{=} e^{i\alpha}\, oa,$$

t. j. $$b'c' - bc \stackrel{\frown}{=} e^{i\alpha}\,(oa' - oa) \stackrel{\frown}{=} e^{i\alpha} aa',$$

což vloženo do (1) poskytne