bodu podobnosti S. Znajíce nyní bod S, můžeme ku známému bodu dotyčnému M sestrojiti stejnolehlý bod dotyčný M′ kruhu k', odkudž sestrojení kruhu k' jest patrné. Při neomezených přímkách, má úloha 8 řešení. K téže konstrukci přichází Machovec vztahy prostorovými ve článku „O úloze Apollonické v deskriptivní geometrii. (Pátá roční zpráva obecní vyšší realné školy v Karlíně za šk. r. 1879., str. 10.)

Úlohy.

Úloha 17.

Najděte součet čísel mezi 1000 a 2000, která nejsou dělitelna ani 2ma ani 5ti.

Prof. *Ad. Mach.*

Úloha 18.

Mezi čísla 3 a 18 vložte dvě čísla, aby z těchto čtyř čísel první tři tvořila řadu geometrickou, poslední tři řadu arithmetickou.

Týž.

Úloha 19.

Sečtěte

$$100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \ldots + 2^2 - 1^2.$$

Týž.

Úloha 20.

Sečtěte n členů řady

$$3 + 33 + 333 + 3333 + \ldots.$$

Týž.

Úloha 21.

Kolik let jest osobě, jejíž stáří rovná se letos součtu číslic onoho roku, ve kterém se narodila?

Týž.

Úloha 22.

V nějakém městě umírá ročně $\frac{1}{90}$ *obyvatelstva, jež bylo na počátku roku;* $\frac{1}{60}$ *téhož obyvatelstva ročně se narodí. Za kolik roků se zdvojnásobí obyvatelstvo tohoto města?*

Týž.

Úloha 23.

Dokázati, že pro m a n mající stejná označení jest

$$\sqrt{2m^2 + 2n^2 + 12mn} - 2\sqrt{mn} \geqq m + n.$$

Prof. Dr. *Ant. Pleskot.*

Úloha 24.

Dokázati, že pro realná x v počtu n jest

$$n\,\Sigma\, x^2 \geqq (\Sigma\, x)^2.$$

Týž.

Úloha 25.

Do trojúhelníka abc vepsati jest trojúhelník a'b'c' tak, aby bylo

$$ab' = ac',\ bc' = ba',\ ca' = cb'.$$

Jsou-li α, β, γ úhly trojúhelníka abc, kterou velikost mají úhly trojúhelníka a'b'c'? (Vrchol a' leží ve straně bc, b' v ca, c' v ab).

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 26.

Nad stranami trojúhelníka abc sestrojeny vně trojúhelníka abc trojúhelníky rovnostranné abc', bca', cab'. Dokažte, že

a) spojnice aa', bb', cc' jsou stejné,

b) protínají se v jediném bodě,

c) tvoří pravidelný svazek trojpaprskový.

Týž.

Úloha 27.

Dokázati jest vztahy úlohy předešlé pro případ, když vrcholy a,a' leží na téže straně přímky bc, vrcholy b,b' na téže straně přímky ca, vrcholy c,c' na téže straně přímky ab.

Týž.

Úloha 28.

V trojúhelníku rovnoramenném budiž $BC = 2a$ podstavou, $AD = v$ výškou.

Učiňme $AE = v - a$ *na* AB,

$AF = v + a$ *na* AC;

dokázati jest, že příčka EF tvoří s podstavou BC úhel 45^0.

Prof. *V. Jeřábek.*

Úloha 29.

Sestrojiti čtyrúhelník ABCD, jsou-li dány jeho strany AB, BC, CD, úhlopříčka AC a délka příčky EF, která spojuje středy E, F úhlopříček AC, BD.

Týž.

Úloha 30.

V pravidelném n-úhelníku P jest vrchol A spojen se středem M strany BC, vrchol B se středem N strany CD, vrchol C se středem O strany DE atd. Přímkami AM, BN, CO, . . . omezen jest pravidelný n-úhelník P′, jehož vrcholy jsou P, Q, . . .

Je-li a stranou, α úhlem n-úhelníka P, jest

$$P' = \frac{na^2}{4} tg \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{(1 - 2\cos\alpha)^2}{5 - 4\cos\alpha}.$$

Jakou hodnotu má P′ pro n = 3, 4 nebo 6?

Prof. *V. Jeřábek.*

Úloha 31.

Přímému trojbokému hranolu jest vepsána koule všech stěn se dotýkající. Jak veliký jest krychlový obsah hranolu, jsou-li dány úhly podstavy

$$\alpha = 62^0 42' 30'', \ \beta = 44^0 16' 12''$$

a poloměr r = 5·1429 kruhu podstavě opsaného?

Týž.

Úloha 32.

Dán jest pravidelný osmistěn o hraně h a bod mající od středu jeho vzdálenost k. Dokažte, že součet zčtvercovaných vzdáleností bodu toho od vrcholů osmistěnu jest

$$S = 9h^2 + 6k^2.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 33.

Jsou-li a, b, c délky hran pravoúhlého rovnoběžnostěnu a k vzdálenost bodu nějakého od středu rovnoběžnostěnu, který jest součet zčtvercovaných vzdáleností bodu toho od vrcholů rovnoběžnostěnu?

Týž.

Úloha 34.

Bodem (3, 6) vésti přímku tak, aby trojúhelník omezený osami X, Y a touto přímkou měl plochu minimální.

Prof. Dr. *Ant. Pleskot.*

Úloha 35.

Do čtverce o straně a vepsány jsou čtyry paraboly, které dotýkají se vždy dvou a dvou stran čtverce ve vrcholech. Spo-

jíme-li přímkami průsečné body těchto parabol, dostaneme čtverec, do něhož vepsány opět paraboly. Pokračujeme li tak dále, jak velký jest součet ploch všech čtverců?

Prof. Dr. *Ant. Pleskot.*

Úloha 36.

Do ellipsy jest vepsán kruh středem procházející. a) Jak velký jest poloměr kruhu toho, jsou-li a, b poloosy ellipsy? b) V kterém poměru jsou osy ellipsy, má-li kruh vepsaný lineárnou výstřednost za průměr?

Prof. *V. Jeřábek.*

Úloha 37.

Ustanoviti jest plochu rovnoběžníka omezeného tečnami kolmými k asymptotám hyperboly $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$.

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 38.

Dána jest hyperbola $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$; v ní vytčeny body protější

$$m\,(x_1, y_1),\ n\,(-x_1, -y_1).$$

Bodem m vedena přímka M kolmá k jedné asymptotě, bodem n přímka N kolmá ke druhé asymptotě; které jest geom. místo průsečíku p přímek M a N?

Týž.

Úloha 39.

V rouře barometrické o průřezu 1 cm^2 stojí rtuť do výše 75 cm; prostor prázdný nad rtutí obnáší 10 cm. Jak klesne sloupec rtuťový, když vnikne do roury 1 cm^3 vzduchu?

Prof. Dr. *Ant. Pleskot.*

Úloha 40.

Úhel inklinační magnetky na jistém místě jest i. Zavěsíme-li na konec nad horizontem vyčnívající m gramů, uzavírá magnetka úhel α s rovinou vodorovnou. Jaké závaží nutno zavěsiti, aby magnetka stála horizontálně?

Týž.