Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Augustin Žáček

Ke graduaci vlnoměrů

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 51 (1922), No. 2, 123--129

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121910

tisace schopných problémech. Doufám však, že uvedené příklady plně postačí k illustraci obecné podmínky (24).

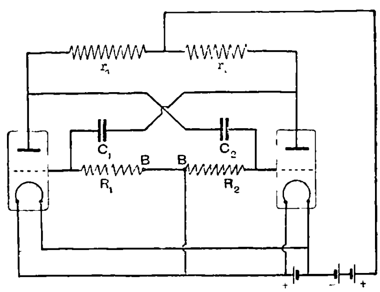
Ke konci pak konám milou povinnost vyslovuje vřelý dík za zvláštní zájem, pomoc a radu, kterou provázeli tuto práci pan prof. Dr. P. Ehrenfest z lejdské university v Nizozemí jakož i pan prof. Dr. F. Záviška a pan doc. Dr. J. Heyrovský z Karlovy university v Praze.

Ústav pro theoretickou fysiku Karlovy university v Praze.

Ke graduaci vlnoměrů.

August Žáček.

Frekvence vlastních kmitů vlnoměru byla do nedávna buď počítána ze známých hodnot kapacity a samoindukce vlnoměru pomocí Thomsonovy formule, nebo byla určována pomocí stojatých vln na drátech (Lecherova uspořádání). Oběma těmito metodami stěží lze získati výsledku, dosahujících přesnosti 1%; a přece přesná graduace vlnoměru má velikou důležitost jak pro laboratoř, ježto se vlnoměru užívá při velmi četných měřeních v oboru vysokofrekventních proudu, tak hlavně pro praxi.



Obr. 1.

Teprve v nejnovější době byly udány Abrahamem a Blochem,*) o rok později pak Ettenreichem**) metody ke graduaci vlnoměru, jimiž lze docíliti přesnosti nepoměrně větší. V principu jsou obě metody identické: užívají generátoru netlumených oscilací nízké

*) *H. Abraham* a *E. Bloch:* Přednáška, konaná v Société française de Physique 21. července 1919; krátký referát je ve zprávách společnosti.

**) *R. v. Ettenreich,* Jahrb. für draht. Tel. *15.* 236. 1920.

frekvence ale s velkým počtem vyšších harmonických kmitu a to i vysokých řádu. Ettenreich užívá strojového generátoru o základní frekvenci 5000, již možno určiti zcela přesně z počtu pólu a počtu obrátek stroje. Abraham a Bloch konstruovali pro tento účel zvláštní lampový generátor (obr. 1.), zvaný pro množství vrchních harmonických kmitu, jež dává, „multivibrátor". Frekvenci kmitů, jež multivibrátor dává mezi body B, B, lze pohodlně měniti kapacitami C_1, C_2. Hodnota frekvence základního kmitu multivibrátoru určuje se záchvěvovou metodou srovnáním s normální ladičkou, jejíž kmitočet je přesně znám.

Další postup je již patrný; spřáhneme multivibrátor (Ettenreichuv generátor) extrémně volně s vlnoměrem, který se má graduovati, a určíme polohy indexu vlnoměrového kondensátoru, při nichž nastává elektrická resonance s jednotlivými vrchními harmonickými kmity multivibrátoru (generátoru). Nechť má tón normální ladičky, vzhledem k níž ladíme základní kmit multivibrátoru na př. kmitočet $N = 1000$. Dostáváme-li pro určitou posici indexu vlnoměrového kondensátoru resonanci na př. s 25. harmonickým kmitem multivibrátoru, je frekvence vlastních kmitů vlnoměru pro tuto posici indexu kondensátoru rovna

$$n = 25\,N = 25{,}000,$$

a příslušná vlnová délka vlnoměru

$$\lambda = \frac{c}{n} = 12{,}000\ m.$$

Je na prvý pohled patrno, že lze dojíti touto metodou k nepoměrně přesnějším výsledkum než metodami dříve užívanými.

Jediná nesnáz tkví v tom, že neznáme řád onoho harmonického kmitu, na nějž jsme právě naladili vlnoměr. Proto bývá postupováno pravidelně tak, že nejprve graduujeme vlnoměr přibližně pomocí Thomsonovy formule; pak mužeme stanoviti řád příslušného harmonického kmitu a provésti potom popsanou metodou přesnou graduaci. Ettenreich navrhuje ve své práci také direktní odpočítávání resonancí: k tomu konci je nutno nejprve zvětšiti kapacitu a samoindukci vlnoměru tak, aby frekvence vlastních kmitů vlnoměru byla rovna frekvenci základního kmitu generátoru (5000). Potom spojitě zmenšujeme kapacitu resp. samoindukci vlnoměru a určujeme počet resonančních poloh, jež při tom proběhneme. Je patrno, že žádná z uvedených cest není příliš pohodlná; při druhé metodě mužeme se dokonce snadno dopustiti značné chyby tím, že některá resonance uběhne naší pozornosti.

Účelem této práce jest ukázati, jak možno určiti řád onoho harmonického kmitu, na nějž jsme vlnoměr naladili. Metoda je zcela jednoduchá a pohodlná; podle ní onen řád se určí přímo z hodnot kapacit, odpovídajících jednotlivým resonancím, k čemuž stačí znáti jen zcela přibližně kalibrační křivku vlnoměrového kondensátoru, není třeba prováděti žádných zvláštních měření, a přece jen uvedená cesta vede bezpečně k cíli.

Při určování řádu harmonických kmitu multivibrátoru vedeme si takto: Spřáhneme vlnoměr extrémně volně s multivibrátorem a určíme, zmenšujíce spojitě kapacitu vlnoměru, řadu za sebou následujících resonancí, odpovídajících vrchním kmitum multivibrátoru řádu

$$x, \; x+1, \; x+2, \; \ldots\ldots, \; (x+s) \quad \text{tého,}$$

kde x, s jsou celá čísla. Nechť má vlnoměr pro příslušné polohy indexu vlnoměrového kondensátoru

$$\alpha_x, \alpha_{x+1}, \alpha_{x+2} \; \ldots\ldots \; \alpha_{x+s}$$

kapacity

$$C_x, C_{x+1}, C_{x+2}, \; \ldots \; C_{x+s}.$$

Je-li základní frekvence multivibrátoru rovna N, odpovídají oněm polohám indexu vlnoměrového kondensátoru tyto frekvence vlastních kmitu vlnoměru:

$$x\,N, (x+1)\,N, (x+2)\,N, \; \ldots\ldots, \; (x+s)\,N.$$

Tyto frekvence mužeme však také vypočítati dle Thomsonovy formule: je-li L samoindukce vlnoměru, dostáváme

$$\begin{aligned} x\,N &= \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L\,C_x}}, \\ (x+1)\,N &= \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L\,C_{x+1}}}, \qquad (a) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (x+s)\,N &= \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L\,C_{x+s}}}. \end{aligned}$$

Dělíme-li poslední z rovnic prvou, eliminujeme samoindukci vlnoměru a dostáváme

$$\frac{x+s}{x} = \sqrt{\frac{C_x}{C_{x+s}}},$$

z čehož ihned plyne hodnota pro řád onoho harmonického kmitu, s nímž byl vlnoměr v resonanci při poloze α_x indexu vlnoměrového kondensátoru:

$$x = s\,\frac{\sqrt{C_{x+s}}}{\sqrt{C_x} - \sqrt{C_{x+s}}}.\text{*)} \qquad (b)$$

*) Analogická formule, již uvádí Armagnat ve svých litografiích přednášek na École supérieure de Radiotélégrahie, je nesprávná.

Kapacita vlnoměru je součet kapacity vlnoměrového kondensátoru, jejíž hodnotu můžeme odečísti z kalibrační křivky, a rozdělené kapacity samoindukce vlnoměru, jejíž hodnotu neznáme. Ve skutečnosti jest rozdělená kapacita vlnoměru vždy nepatrná proti kapacitě jeho kondensátoru, takže se nedopustíme velké chyby, když dosazujeme v rovnici (b) za C_x, C_{x+s} pouze hodnoty kapacity vlnoměrového kondensátoru.

Při praktickém provádění metody doporučuje se počítati řád x kombinováním prvé z rovnic (a) se všemi ostatními. Tak dostaneme pro x celkem $s-1$ hodnot, jež nejsou sice celými čísly, jak by mělo býti, ale oscilují kolem jediného celého čísla, jež je skutečnou hodnotou řádu onoho harmonického kmitu, pro nějž jsme určili první resonanční polohu.

O tom, že zvolené celé číslo je skutečně řádem onoho harmonického kmitu, pro nějž jsme dostali první resonanci, můžeme se snadno přesvědčiti touto zkouškou: z rovnic (a) plyne totiž

$$x\sqrt{C_x} = \ldots = (x+s)\sqrt{C_{x+s}} = \frac{1}{2\pi N\sqrt{L}} = \text{konst.},$$

t. j. součiny z druhé odmocniny kapacit, odpovídajících jednotlivým resonancím, a z řádu příslušného harmonického kmitu jsou konstantní; prakticky tyto součiny kolísají, postupujeme-li neustále k vyšším a vyšším harmonickým, kolem jisté střední hodnoty, ale nesmějí jeviti znatelného chodu. Z důvodu, uvedeného nahoře, možno i zde klásti za C_k pouze hodnoty kapacit kondensátoru. Kdybychom hodnoty řádů harmonických kmitů nevolili správně, nýbrž vždy na př. číslo o 1 větší a opět vypočítali příslušné součiny, dostáváme

$$\begin{aligned}(x+k+1)\sqrt{C_{x+k}} &= (x+k)\sqrt{C_{x+k}} + \sqrt{C_{x+k}} \\ &= \text{konst.} + \sqrt{C_{x+k}},\end{aligned}$$

kde $k = 0, 1, 2, \ldots\ldots$

Poněvadž jest $C_x > C_{x+1} > C_{x+2} > \ldots,$

nejsou nyní tyto součiny konstantní, nýbrž klesají, postupujeme-li k vyšším harmonickým kmitům. Kdybychom naopak zvolili pro ony řády místo správných hodnot vždy číslo o 1 menší, dostáváme

$$(x+k-1)\sqrt{C_{x+k}} = \text{konst.} - \sqrt{C_{x+k}},$$

t. j. v tomto případě ony součiny s rostoucím řádem rostou.

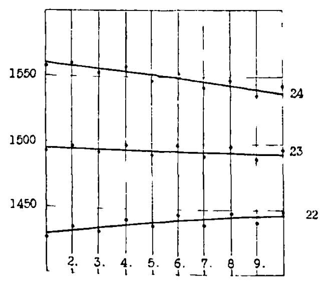
Výhodnost popsané metody nejlépe vysvitne z následujícího praktického příkladu: Úlohou bylo graduovati vlnoměr pomocí vyšších harmonických kmitů multivibrátoru. K bodům B, B (obr. 1.) multivibrátoru byl připojen jednak telefon, jednak cívka, již byl multivibrátor extrémně volně spřažen s vlnoměrem, jenž se měl graduovati. S druhé strany byl vlnoměr spražen opět extrémně volně s 5tilampovým vysokofrekventním sesilovačem, jehož poslední lampa pusobí jako detektor. Základní kmit multivibrátoru byl naladěn na frekvenci normální ladičky [N = 1001·5]. To lze provésti kapacitami C_1, C_2 zcela dokonale, až záchvěvy úplně zmizí. Potom určovány polohy α_i indexu vlnoměrového kondensátoru, při nichž nastává resonance. Při tom není třeba užívati tikkru, jak se někdy předpisuje (Armagnat), v telefonu slyšíme tón kmitočtu 1001·5 přímo. Při určování resonanční polohy nejprve pracujeme se silným topným proudem v sesilovači, při čemž je sesílení značné. Když již známe přibližně resonanční polohu, pak topný proud seslabíme, tím také klesne sesilovací mohutnost sesilovače a resonanční polohy dají se potom určiti velice přesně. Tak na př. byly pro α_k odečteny za sebou hodnoty

113·1, 113·4, 113·6, 113·2, 113·6 nebo
104·9, 104·8, 104·9, 105·0, 104·9.

Pro jednotlivé polohy α_k indexu vlnoměrového kondensátoru, pro něž nastává resonance (viz druhý sloupec tabulky), odečteme z přibližné kalibrační křivky hodnoty kapacit C_k (třetí sloupec tabulky). Potom vypočteme dle formule (b) řád nejnižšího kmitu, pro nějž jsme dostali první resonanci a to tak, že kombinujeme 1. resonanci s 2., potom s 3., 4. atd. Tak dostáváme pro x řadu hodnot (4. sloupec tabulky), ležících poblíž celého čísla 23, jež

Resonance	α_k	C_k $10^{-12} F$	x	$k\sqrt{C_k}$ 10^{-6}	Δ	n_k	λ_k v m
1.	166·1	4216		1493	−1	23,035	13,010
2.	153·3	3898	25·0	1498	+4	24,036	12,480
3.	140·3	3569	23·0	1494	−1	25.038	11,980
4.	130·9	3325	23·8	1499	+4	26,039	11,520
5.	120·4	3053	22·8	1492	−3	27,041	11,095
6.	113·4	2867	23·4	1499	+4	28,042	10,700
7.	104·9	2641	22·8	1490	−5	29,044	10,330
8.	99·3	2492	23·3	1498	+2	30,045	9,985
9	92·2	2304	22·7	1488	−6	31,047	9,663
10.	87·8	2186	22·6	1496	+1	32,048	9,360

je hledaným řádem. Poměrně značné odchylky jsou zpusobeny jednak nedosti přesným určením kapacity kondensátoru, jednak zanedbáním rozdělené kapacity samoindukce; na výsledek graduace to přirozeně nemá vlivu. Že nejnižší kmit, pro nějž jsme dostali první resonanci, je skutečně 23. harmonickým kmitem, vidíme ze sloupce 5., jenž obsahuje součiny $k\sqrt{C_k}$. Tyto součiny nejeví patrného chodu, ale kolísají kolem střední hodnoty 1495. Odchylky Δ od středu jsou uvedeny v 6. sloupci. Hodnoty součinu jsou také znázorněny v obr. 2.; kdybychom za x volili číslo 24, dostali bychom horní křivku, jež při postupu k vyšším harmonickým kmitum značně klesá. Kdybychom zvolili za řád číslo 22, dostali bychom naopak křivku nejdolejší, značně stoupající.*)



Obr. 2.

Frekvence resp. vlnové délky vlastních kmitu vlnoměru vypočítáme pro jednotlivé resonanční polohy α_k indexu stejně. jako v případě dříve uvedeném; jich hodnoty jsou uvedeny v posledních dvou sloupcích tabulky.

Tyto hodnoty jsou ovšem zcela přesné, jich přesnost nezávisí nikterak na přibližných hodnotách, jež jsme dosazovali za C_k, závisí pouze na přesnosti, s jakou jest určen kmitočet ladičky a s jakou jsme naladili základní kmit multivibrátoru na její tón.

K tomu je třeba poznamenati ještě toto: Základní frekvence multivibrátoru závisí velmi citlivě na intensitě topného proudu a to tak, že s klesající intensitou klesá také frekvence. Proto je třeba během měření často kontrolovati, zda frekvence základního

*) Pozorujeme-li prostřední křivku pečlivěji, vidíme, že také klesá, ovšem zcela nepatrně. Důvod jest opět v zanedbávání kapacity samoindukce Ovšem jest toto klesání tak nepatrné proti chodu druhých dvou křivek, že ani na okamžik nemůžeme býti na pochybách, která z křivek odpovídá správné hodnotě řádu.

kmitu multivibrátoru se nezměnila. Kdybychom prováděli celé měření bez této kontroly, tu, poněvadž během měření klesá nepatrně napětí topné baterie, klesá s ním také frekvence základního kmitu multivibrátoru na př. na $N - \varepsilon_k$.

Stejně jako dříve platí

$$k (N - \varepsilon_k) = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L C_k}},$$

a z toho opět

$$k \sqrt{C_k} = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L} (N - \varepsilon_k)}.$$

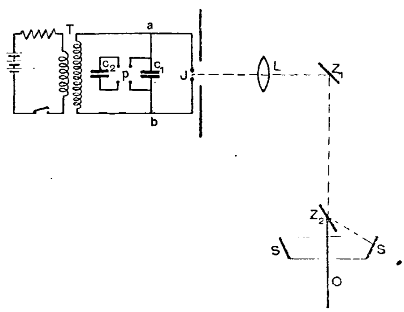
Postupujeme-li při graduaci opět od kmitů nižších ke kmitům vyšších řádů, je patrně $\varepsilon_1 \leqq \varepsilon_2 \leqq \varepsilon_3 \ldots$, t. j. součiny $k \sqrt{C_k}$ nemusí již býti konstantní, nýbrž mohou s rostoucím řádem mírně stoupati.

V Praze, ve fysikálním ústavě č. university, 8. prosince 1921.

Demonstrace elektrických kmitů induktoria.

August Žáček.

Sekundární cívka induktoria tvoří s kondensátorem, připojeným k jeho pólům, oscilační systém; při přerušení nebo zapnutí proudu v primární cívce se tento systém rozkmitá. Ježto odpor cívky roste s první potencí, samoindukce však s kvadrátem počtu



Obr. 1.

závitů, jest útlum těchto oscilací malý. Poněvadž pak samoindukce sekundární cívky induktoria je velmi značná, je kmitová doba oscilací induktoria poměrně dlouhá; jich analysu lze provésti bez