Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Hromádko

Ukázky z indické arithmetiky obecné

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 5 (1876), No. 4, 182--187

a kdy dle vzorce (12)

$$s = 85{\cdot}208$$

to jest přes 85 tahů se musí vykonati, by se mohla 1 proti 1 saditi, že všecka čísla vytažena budou.

Ukázky z indické arithmetiky obecné
řečené „Lilâvâti".

Podává

prof. **František Hromádko** v Táboře.

Bhaskara, s čestným příjměním Âcârya*) t. j. mistr byl poslední mathematik a hvězdář indický, neb pozdější počtáři téhož národa nepodali potomstvu prací samostatných spokojujíce se buď změnou method, jimiž předchůdcové jejich pravdy mathematické vyvíjeli, aneb pouhým rozborem starších v oboru tom chvalně se proslavivších badatelů. Bhaskara jest však tvůrcem původní soustavy hvězdářské, kterou sám *„čelním drahokamem"* všech podobných soustav („Siddhântaçiromani") nazval.

Celé dílo jeho rozvrženo jest na čtvero knih, z nichž obě první *„Lilâvâti* a *Vija* (čti: vidža) *ganita* obsahují základy arithmetiky a algebry jakožto úvod do astronomie. Na konci spisu uvádí autor též rok, kterého se narodil jakož i letopočet, kdy knihu sepsal. První rok souhlasí s r. 1114 po Kr., druhý pak s r. 1150. Ukončil tedy toto dílo v roce 36. svého věku.

Prameny, z nichž vážil, udává Bh. na konci části „Vija ganita" těmito slovy: „Ješto učebné knihy algebry od Brahmagupty, Çridhary a Padmanabhy**) příliš rozsáhlé jsou, sestavil jsem čerpaje z těchto pramenů stručný výtah, tuto pravými theoriemi opatřenou počtářskou rukovět."

Ku podivu jest, že neudává Bh. nejstaršího indického algebraistu a jak se podobá, snad prvního *zakladatele* této nauky.

---

*) Čti *áčárja.*

**) Brâhmagupta t. j. Bráhma nazvaný žil v 7. věku po Kr., oba ostatní mezi 8. a 10. stoletím našeho letopočtu.

Jest to Âryabhatta, který dle všeho na počátku našeho letopočtu živ byl. Věc tu lze jen tím vysvětliti, že každý téměř z indických mathematiků zpomíná pouze svého nejbližšího předchůdce, jakoby dílo tohoto považoval za soujem všech předešlých prací v oboru počtářství.

Čtenáře naší doby překvapuje dílo Bh. *obsahem* i *formou.* Z obou jest zřejmo, jak daleko pokročili Indové v mathematice v době, kde téměř po celé Evropě byla na poli tomto rozložena čirá tma. Co do formy liší se nápadně Bhaskarova „Vija ganita“ od našich moderních knih podobného rázu, neb jest psána veskrz veršem. Obsahuje celkem s pravidly i příklady 225 čtyřřádkových slok.

Uvážíme-li, že číselná soustava naše i s ciframi pochází z Indie; uvedeme-li si na paměť, že v této říši asijské snad již před 2000 lety se řešily úlohy mathematické, které v Evropě po tolika stech let s obdivem vrstevníků teprv znenáhla na jevo vycházely: pak plníme zajisté jen svou povinnost, uvádějíce z této pravěké indické učenosti některé počáteční zárodky svým čtenářským kruhům na ukázku. Domnívaje se, že pobavím čtenáře těchto listů stručným rozborem začátků Bhaskarovy algebry, sestavil jsem podle překladu p. Brockhausem uveřejněného tento článek, který jedná o základných počtářských výkonech Bh. počtovědy, maje všude na zřeteli zachovati v pravidlech i příkladech co možná *doslovný původní ráz* onoho památného díla.

Lilâvâti (tolik co toužebná, žádoucí) začíná takto:

„Chválím přírodo-boha a vědu počtářskou, onoho nepochopitelného, jediného původce všehomíra, kterého přívrženci Sánkhyova učení zovou ploditelem z ducha a nad kterým vládne vlastní tvůrce, mathematika, počítající veličinami neznámými, která jediná obsahuje pevné důvody počítání veličinami známými a již mistři v počtech jmenují pravým tvůrcem rozumu.“

Po krátkém úvodu počíná první kniha výkladem 30 jednoduchých čili základných počtářských výkonů, ku kterým Bhaskara čítá též zmocňování a odmocňování dvěma. Těchto 30 základných počtářských výkonů rozvrženo jest na patero skupin, z nichž každá obsahuje šestero výkonů a sice: Sčítání, odčítání, násobení, dělení, zdvojmocňování a oddvojmocňování.

Jednotlivé skupiny jdou po sobě takto:

1. Šestero počtářských výkonů čísly zvláštními (kladnými i zápornými.)
2. Šestero počtářských výkonů provedených na nulle.
3. Šestero výkonů s *jednou* neznámou veličinou.
4. Šestero výkonů ve více známých i neznámých veličinách.
5. Šestero p. výkonů provedených veličinami nedostižnými (irracionalnými).

Aby poznal čtenář obsah podrobněji, uvádím tuto:

a) některá pravidla o základných počtářských výkonech.

b) některé příklady a jejich zvláštnosti co do obsahu i formy v překladu co možná *doslovném.*

I. Pravidla.

1. *Sčítání.* Při addici dvou buď kladných aneb záporných čísel (veličin) přičte se jedno k druhému; součet však veličiny kladné a záporné jest *rozdíl* obou.

2. *Odčítání.* Odčítá-li se kladná veličina, stává se zápornou a záporná kladnou, načež se obě dle předešlého pravidla sečtou.

3. *Násobení.* Součin dvou kladných aneb dvou záporných veličin jest vždy *kladný;* součin však z jedné kladné a jedné záporné veličiny jest záporný.

4. *Dělení.* Předešlá věta platí též o dělení.

5. *Zmocňování.* Čtverec veličiny kladné aneb záporné jest vždy jen kladný.

6. *Odmocňování.* Druhý kořen z veličiny kladné jest buď kladný buď záporný; z veličiny záporné však není druhý kořen ani kladný ani záporný; neb záporná veličina *není čtverec.*

A. O nulle.

1. Přičtením aneb odečtením nully nemění se veličina ani kladná ani záporná; kladná veličina od nully odečtena stává se zápornou a záporná kladnou. — 2. Násobíme-li nullu, obdržíme opět nullu; násobíme-li nullou, vyjde též nulla; dělíme-li nullu, jest podíl nulla; avšak veličina dělena nullou jest zlomek s jmenovatelem *nulla.*

Poznámka. Zlomek s jmenovatelam nulla nemění svou hodnotu, ať jej zvětšíme aneb zmenšíme o sebe více jiných veličin podobně jako Bůh nekonečný věkověčný, byť k němu při posledním konci světa sebe více bytostí přibylo aneb od něho se oddělilo.

B. Šestero výkonů veličinami algebraickými.

Sčítání a odčítání. Tyto (rozuměj obecné) veličiny se sčítají a odčítají, (jen) když jsou *stejnorodé;* součet a rozdíl veličin nestejnorodých lze toliko naznačiti.

Násobení a dělení. Neznámé veličiny znásobené známými dávají součiny neznámé. Součin dvou, tří atd. stejných veličin jest čtverec, krychle atd. — Nestejnorodé veličiny spolu znásobené dávají součin „v zárodku" (bhavita = naznačený). Ostatní výkony, dělení atd. provádějí se přímo tak, jako čísly známými. Co v příčině té v předešlém pověděno, platí i zde.

Násobení složitých výrazů. Napiš násobence tolikrát pod sebé, kolik členů násobitel obsahuje, načež se každá vrstva násobence jedním členem násobitele znásobí a všecky částečné součiny se pak v jediný celek pojmou.

Dělení. Ony rozličné známé i neznámé veličiny, které znásobeny dělitelem a odečteny od stejnorodých součástí dělence tohoto úplné vyčerpávají, slovou při dělení (dohromady) *podílem.*

Odmocňování dvěma. Odmocni nejprvé všecky čtverce známých i neznámých veličin složitého výrazu a odečti od něj mimo tyto čtverce též dvojnásobné součiny částečných kořenů po dvou, čím hledanou odmocninu čtverce složitého obdržíš.

II. Příklady.

Jak v pravidlech tak i v příkladech se jeví řeč jednoduchá, sloh zřetelný a prostosrdečný, obsah všestranný.

Všude se potkáváme s onou upřímnou prostotou, kterou v životě nynějšího světa marně hledáme a která jako větérek z dalekých rajských luhů mile nás ovívá.

Všecky úlohy se do podrobna slovy vykládají, značky číselné v naší podobě aneb aspoň obdobě nikde se nevyskytují; za to však jest každý příklad pro vše možné případy zobracen a úplně vyčerpán.

Při dalších základných počtářských výkonech veličinami obecnými (algebraickými) pravidel se více neuvádí, co však nás překvapuje, jest zvláštní spůsob, jakým se *známé* algebraické veličiny vyjadřují. K označování jich užívá se výrazů pro barvy na př. „jedna neznámá, dvě bílé a tři modré, všecky kladné", znamená dle našeho spůsobu psaní toto: $x+2a+3b$.

K bližšímu seznání příkladů samých uvádím na konec zde tyto ukázky:

1. Jmenuj mi součet z tří a čtyř známých jednotek, obou buď kladných buď záporných, aneb prvních kladných a druhých záporných, pak naopak; znáš-li se ve sčítání kladných a záporných čísel?

2. Odečti od tří kladných dvě jednotky, nejprv kladné, pak záporné a rci mi honem, kolik jednotek zbude?

3. Dvě jednotky znásobené třemi, obě buď kladné buď záporné aneb, jedny kladné a druhé záporné; které jsou jejich součiny?

4. Jmenuj mi rychle, příteli, čtverec z tří jednotek kladných aneb záporných a pak kořen z devíti kladných i záporných, každé zvlášť.

5. Znásob 5 neznámých veličin zmenšených o jednu známou třemi neznámými a dvěma známými i pověz mi hned, muži rozumný, jejich součin učiniv násobence aneb násobitele střídavě kladným a záporným.

Dle našeho spůsobu vyznačeno takto:

$$\pm(5x-1)\times\pm(3x+2).$$

6. Jmenuj mi rychle, příteli, čtverec čtyř neznámých zmenšených o 6 známých (veličin)?

Dle nynějšího spůsobu $=(4x-6)^2$.

7. Neznámé tři s pěti černými a sedmi modrými zvětšené o *stejnorodé* dvě, tři a čtyři, všecky záporné; kolik je to dohromady? Odp. Jedna neznámá, dvě černé a tři modré, všecky kladné.

(To jest $3x+5a+7b+(-2x-3a-4b)=x+2a+3b$).

Uvážíme-li, že Bhascara dle vlastního vyznání byl takřka jen komentatorem staršího díla řečeného Brahmagupty; nabýváme přesvědčení, že šesté století po Kristu bylo poslední dobou vědeckého rozkvětu v Indii.

Měřická část díla Brahmaguptova obsahuje v sobě hlavní věty o pravoúhlém trojúhelníku, o kruhu a lichoběžníku, o čtyřúhelníku vepsaném do kruhu atd. Mezi větami o trojúhelníku nachází se zde též vzorec pro plochu trojúhelníka ze 3 jeho stran. Všecky poučky jsou velmi úsečně dány a beze všech důkazů.

Ze všeho, co z obou řečených knih anglickými učenci, usedlými v Indii*) posud vypátráno, leží na bíledni, že Indové se znali v řešení určitých rovnic I. a II. stupně o jedné neznámé, pak v řešení rovnic neurčitých II. stupně na příklad $ax^2 \pm b = y^2$ (kdy $y =$ racionálným) a užívali algebry k řešení úloh měřických v míře rozsáhlejší, než se nyní vůbec domníváme. V oboru tom předčili nad Řeky, ač tito v samé geometrii dále postoupili než Indové.**)

O rychlosti postupu vln.

Napsal

František Reiss.

V rovnici, která se obyčejně pro pohyb kmitavý uvádí, zavedena bývá perioda čili čas, jakého vlna potřebuje, aby se o celou „délku vlny“ λ dále dostala. Poněvadž pak dlužno míti pohyb vlnivý za rovnoměrný, pokud se nezmění prostředí, může se postaviti rovnice:

$$\lambda = cT,$$

kde pak λ jest dráha proběhnutá za čas T rychlostí c. Rychlost ta nemůže se ale bezprostředně z rovnice uvedené vyvésti, leč by veličiny λ a T známy byly. Poněvadž však veličiny ty ne vždy tak snadno se určiti dají, dlužno se ohlížeti po vzorci přístupnějším.

Jest pak patrno, že rychlost pohybu vlnivého zajisté jest závislá na síle, jíž částečky hmotné držány jsou v rovnováze; síla ta jest obyčejně pružnost. Pružnost ale měří se modulem E, t. j. silou, kterou by částečka hmotného prutu průměru 1 do

---

*) Colebrooke, Taylor a Strachey.

**) Srovnej *Studnička* „Základové nauky o číslech“ pag. 13. et seqq.