Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Jan Kroupa

Dělitelnost čísel

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 43 (1914), No. 1, 117--120

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121668

Dělitelnost čísel.

Napsal J. Kroupa.

Pravidla o dělitelnosti čísel dekadických jsou pro hbité počítání velice důležita. Kromě užívaných pravidel pro dělitelnost dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, šesti, osmi, devíti a jedenácti jsou též známa pravidla pro dělitelnost sedmi, třinácti, atd., avšak tyto znaky jsou pro rychlé počítání nepohodlné. Běží-li tedy o to, zkusiti dělitelnost čísly jako na př. sedmi, třinácti, sedmnácti, atd., nezbývá než provésti dělení. Někdy však jest výhodné předložené číslo nahraditi číslem menším, jehož dělitelnost snadno lze rozpoznati. Jeden z takových obratů, jimiž se číslo redukuje na menší, při čemž žádaná dělitelnost zůstává táž, jest následující.

Celé číslo kladné

$$N = a + b \,.\, 10 + c \,.\, 10^2 + d \,.\, 10^3 + \ldots$$

pišme ve tvaru

$$N = a + 10\, N', \qquad (1)$$

kdež $a < 10$. Dělíme-li číslo N číslem m, jest podíl M a zbytek Z, který nazývejme zbytkem čísla N dle modulu m, což se obyčejně označuje zkratkou ($mod\ m$). Odebeřme od výrazu $a + 10N'$ člen $a\mu m$; tento jest dělitelný číslem m, následkem čehož ve výraze $a + 10N' - a\mu m$ změní se jen podíl M, avšak zbytek Z bude týž. Činitel μ jest zatím libovolné číslo celé a kladné. Výrazy $a + 10N'$, $a + 10N' - a\mu m$, mající stejný zbytek dle modulu m, nazýváme shodné či kongruentní dle onoho modulu. Tento vztah pak nazýváme krátce shodou či kongruencí, což píšeme

$$N \equiv a + 10N' - a\mu m \ (mod\ m),$$

aneb po vytknutí

$$N \equiv 10N' - a\,(\mu m - 1)\ (mod\ m). \qquad (1')$$

Jelikož činitel μ jest posud libovolný, můžeme jej tak stanoviti, aby výraz $\mu m - 1$ byl nějakým násobkem základu 10, takže jest

$$\mu m - 1 = \nu \,.\, 10,$$

kde číslo ν udává, kolikátým násobkem 10 jest výraz $\mu m - 1$. Kongruence (1′) jest nyní

$$N \equiv 10N' - a\,\nu \,.\, 10 \; (mod\; m). \qquad (1'')$$

Je-li číslo N číslem m dělitelno, můžeme tento vztah vyznačiti shodou

$$N \equiv 0 \; (mod\; m),$$

aneb

$$10N' - a\,\nu \,.\, 10 \equiv 0 \; (mod\; m). \qquad (2)$$

Při tom můžeme společného činitele 10 vynechati, neboť v případech, o které běží, jako sedm, třináct, atd., jest m s 10 vždy nesoudělno, takže shodu (2) nahradí tato kongruence

$$N' - a\,\nu \equiv 0 \; (mod\; m). \qquad (2')$$

Z uvedeného pak vyplývá, že číslo $N = a + 10N'$ jest dělitelno číslem m, jestliže $N' - a\,\nu$ jest oním číslem dělitelno. Tento výraz $N' - a\,\nu$ možno dle téže methody nahraditi jiným, který jest číselně menší, atd.

Je-li na př. $m = 7$, jest $\mu = 3$, $\nu = 2$, takže (2′) má tvar

$$N' - 2a \equiv 0 \; (mod\; 7).$$

Máme-li tedy zkoumati dělitelnost čísla na př. 185465 sedmi, utvoříme postupně

$$\begin{aligned} 18546 - 10 &= 18536, \\ 1853 - 12 &= 1841, \\ 184 - 2 &= 182, \\ 18 - 4 &= 14, \end{aligned}$$

pročež 185465 jest dělitelno sedmi.

Podobně pro $m = 13$ jest $\mu = 7$, $\nu = 9$; tudíž (2′) jest

$$N' - 9a \equiv 0 \; (mod\; 13).$$

Je-li tedy předložené číslo 1754584, jest

$$\begin{aligned} 175458 - 36 &= 175422, \\ 17542 - 18 &= 17524, \\ 1752 - 36 &= 1716, \\ 171 - 54 &= 117, \end{aligned}$$

takže dané číslo 1754584 jest třinácti dělitelno.

Pro $m = 17$ jest $\mu = 3$, $\nu = 5$, shoda (2′) jest pak

$$N' - 5a \equiv 0 \ (mod\ 17).$$

Na př. jest dáno číslo 2093482; potom

$$209348 - 10 = 209338,$$
$$20933 - 40 = 20893,$$
$$2089 - 15 = 2074,$$
$$207 - 20 = 187,$$

což jest sedmnácti dělitelno, tedy též 2093482.

Zdálo by se, že uvedený způsob povede rychleji k cíli, jestliže methodu tak pozměníme, aby odčítanec byl vždy o dvě cifry menší než číslo dané nebo rozdíl. Příslušné rovnice a shody jsou pro tento případ následující:

$$N = a + b \, . \, 10 + 100 N'', \tag{I}$$
$$N \equiv 100 N'' - (a + b \, . \, 10)(\mu m - 1) \ (mod\ m), \tag{I'}$$
$$N \equiv 100 N'' - (a + b \, . \, 10) \nu \, . \, 100 \ (mod\ m), \tag{I''}$$
$$N'' - (a + b \, . \, 10) \nu \equiv 0 \ (mod\ m). \tag{II'}$$

Užijeme-li této pozměněné methody na uvedené tři příklady, jest v prvém případě $m = 7$, $\mu = 43$, $\nu = 3$, shoda (II′) pak

$$N'' - 3\,(a + b \, . \, 10) \equiv 0 \ (mod\ 7),$$

takže obdržíme $1854 - 3 \, . \, 65 = 1854 - 195 = 1659$, což jest dělitelno sedmi.

V druhém příkladě jest $m = 13$, $\mu = 77$, $\nu = 10$, kongruence (II′) jest

$$N'' - 10\,(a + b \, . \, 10) \equiv 0 \ (mod\ 13),$$

rozdíly pak jsou

$$17545 - 10 \, . \, 84 = 16705,$$
$$167 - 10 \, . \, \ 5 = 117,$$

tedy výsledek stejný.

Pro 3. příklad jest $m = 17$, $\mu = 53$, $\nu = 9$, vzorec (II′) jest

$$N'' - 9\,(a + b \, . \, 10) \equiv 0 \ (mod\ 17),$$

číselně pak obdržíme

$$20934 - 9 \,.\, 82 = 20196,$$
$$201 - 9 \,.\, 96 = -663,$$

což jest 17 dělitelno.

Hodnoty činitele μ jsou však dost veliké, takže určování jich značně počítání zdržuje, pročež jest prvý způsob rychlejší a pohodlnější než tento.

Hvězda Algol.

Napsal Dr. **Arnošt Dittrich** v Třeboni.

Jméno a astrologický význam. Původně jmenovala se ras el gul, jak ji nazval tatarský kníže Ulugh-Beigh, který má veliké zásluhy o astronomii. Označení to značí hlava netvora, čím se poukazuje na hlavu Medusy. Hvězda je totiž z jasnějších v souhvězdí Persea, pročež se také označuje jako „beta Persei“. Jméno Ulugh-Beighovo převzali Arabové porušivše je na Algol. Předrážka al jest arabský člen, známý ze slov algebra, alkohol, almagest a j., je to arabské der, die, das, jenže byl jeden člen pro všechny rody jako v angličtině „the“. Vlastním jménem arabským jest tedy doplněk gol, čím se označuje zlověstná, člověku na duši i na těle ubližující bytost. Odtud pochází astrologický vztah hvězdy Algol ke zlému. Když na příklad theatinský mnich Hieronymus Vitalis psal své pohnutlivé nářky nad tehdejším neblahým stavem království neapolského, připsal vše to neštěstí stálici Algol, jež následkem praecesse bodu jarního vrcholila v zenitu Neapole, takže hvězda jednou za den sesílala světlo své na Neapol svisle dolů. Světlo hvězdy Algol považovalo se pak z dobrého důvodu za něco jiného než světlo jiných stálic. Algol klesne občas na jasnosti dosti značně; o těchto minimech jasnosti věděl na východě lid od pradávna. Žádný arabský vojevůdce by se nebyl odvážil bitvy, když Algol byl v minimu. Astrologové považovali je za zlé znamení.

Velikost a vzdálenost hvězdy. Algol není ze skrovného počtu nejjasnějších hvězd, jež se nazývají hvězdami prvé veli-