Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Antonín Libický

Kinematika theorie relativnosti. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 43 (1914), No. 1, 64--68

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121667

Kinematika theorie relativnosti.

Napsal řed. **Ant. Libický.**

Rovnice základní. Pohyb útvaru geometrického nazýváme, jak známo, *relativním*, vztahujeme-li postup jeho poloh k útvarům geometrickým (S'), které se samy pohybují. Tyto pohyblivé útvary (S') zaujímají pak postupně různé polohy k jiným útvarům (S), jež pokládáme za nehybné v prostoru*).

V pohyblivém útvaru vytkněme soustavu souřadnic pravoúhlých, jejíž osy buďte X', Y', Z'; souřadnice libovolného bodu v této soustavě označíme x', y', z'. V nehybném útvaru předpokládejme soustavu souřadnic též pravoúhlých o osách X, Y, Z; souřadnice kteréhokoli bodu buďtež x, y, z. První z těchto soustav nazývejme pohyblivou (též čárkovanou), druhou nehybnou (nečárkovanou).

Sluší podotknouti, že soustava nehybná nemusí býti absolutně v klidu; může nám pohyb její býti jen lhostejný, což se stává zejména ve všech případech, v nichž o pohybu tom ničeho nevíme. Není tudíž volené pojmenování pro ni: „soustava nehybná" zcela správné, ale po tomto vysvětlení lze ho použíti, abychom soustavu tu rozeznali od soustavy první.

Co se týče pohybu soustavy čárkované, obmezíme se na nejjednodušší, totiž na pohyb rovnoměrný a přímočarý. Nebude obecnosti na ujmu, zvolíme-li přímku, v níž počátek souřadnic O' se pohybuje stálou rychlostí v, za osu X'-ovou; s ní sjednotíme osu X-ovou soustavy, jejíž počátek O jest v klidu (obr. 1.). Dále buďte $Y \parallel Y'$ a $Z \parallel Z'$.

Počítáme-li dobu t od okamžiku, kdy bod O' se stotožňuje s bodem O a tudíž celá soustava (S') se soustavou (S), a dospěje-li počátek soustavy pohyblivé pohybem rovnoměrným do polohy O', tak že $OO' = vt$, obdržíme mezi souřadnicemi x', y', z' bodu M v soustavě čárkované a souřadnicemi x, y, z téhož bodu v soustavě nečárkované tyto jednoduché vztahy:

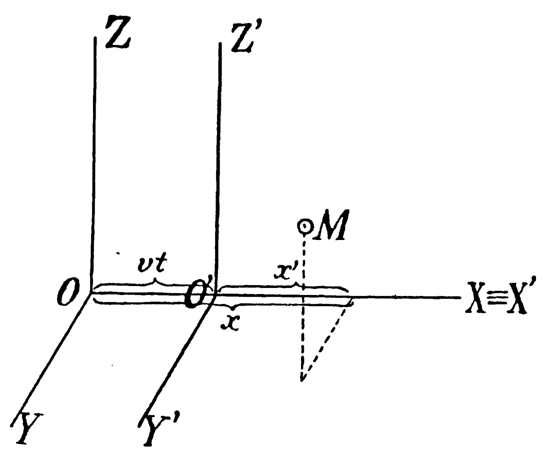
$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z. \tag{1}$$

Transformaci souřadnic, ustanovenou těmito rovnicemi, jmenujeme *transformací Galileiovou.*

*) Dr. *A. Seydler*: „Theoretická mechanika", pag. 160.

Jest zřejmo, že souhrn všech těchto transformací tvoří gruppu, neboť dvě po sobě provedené takové transformace lze nahraditi transformací jedinou. Gruppu tuto označíme G_∞.

Transformací Galileiovou základní rovnice mechaniky, v nichž vyskytují se urychlení, stanovená druhými differenciálními poměry souřadnic dle času, a nikoliv rychlosti, nemění svého tvaru; tato vlastnost transformace (1) neplatí však pro základní rovnice elektrodynamické.



Obr. 1.

Theorií Maxwellovou, kterou působení elektrodynamické se odvozuje ze všeobecných zákonů mechanických, lze sice vysvětliti mnohé úkazy elektrické a optické, ale jen s tím omezením, že rychlost pohybujících se hmotných částic rovná se nulle neb jen málo od nully se liší. Stává-li se tato rychlost větší, nepostačuje theorie Maxwellova k výkladu příslušných úkazů elektrodynamických a musí býti doplněna novými hypothesami, z nichž hypothesa Lorentzova*) zasluhuje zvláštního povšimnutí. Aby správnost těchto theorií byla vyšetřena, konány byly mnohé pokusy, zvláště o tom, zdali postupný pohyb

*) *H. A. Lorentz*: „Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern".

naší země nemá vlivu na úkazy elektrické a optické. Proslulý jest v té příčině pokus Michelson-Morleyův*), kterým se ukázala nezávislost veškerých zjevů optických na pohybu země.

Výklad tohoto pokusu a jiných úkazů sem spadajících**) podaří se, jestliže pro přechod od jedné soustavy na př. (S') ke druhé (S) volíme místo transformačních rovnic (1) rovnice obecnější; při tom musí ovšem býti vyhověno podmínkám, aby základní rovnice pro elektromagnetické pole pohyblivých nábojů neměnily vzhledem k těmto rovnicím svého tvaru a aby přecházely v případě, že náboje jsou v klidu, v rovnice theorie Maxwellovy.

Tyto obecnější transformační rovnice obsahovati budou čtyři souřadnice; k souřadnicím x, y, z, kterými stanovíme polohu bodu M v prostoru, připojíme totiž ještě čtvrtou: čas t. Předpokládejme z důvodu, jenž bude níže uveden, že pozorovatel v soustavě klidné jinak počítá čas než pozorovatel v soustavě pohyblivé, čili že pro soustavu nečárkovanou platí jiný čas než pro soustavu čárkovanou. Času t soustavy první odpovídá čas t' soustavy druhé. Toto zavedení dvojího času musí býti v nových rovnicích transformačních vyjádřeno; poněvadž pak jest dále nutno, aby rovnice ty byly homogenní a lineární za příčinou stejnorodosti a jednoznačnosti prostoru i času, jest nejobecnější tvar jejich tento:

$$\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}z + \alpha_{14}t, \\ y' &= \alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23}z + \alpha_{24}t, \\ z' &= \alpha_{31}x + \alpha_{32}y + \alpha_{33}z + \alpha_{34}t, \\ t' &= \alpha_{41}x + \alpha_{42}y + \alpha_{43}z + \alpha_{44}t, \end{aligned} \tag{2a}$$

kde koefficienty α_{mn} jsou závislé jen na velikosti a směru rychlosti, jakou se soustava (S') pohybuje.

Pro transformaci Galileiovu platí patrně

$$t = t', \tag{1a}$$

kterouž rovnici jest připojiti jako čtvrtou k soustavě rovnic (1).

---

*) Viz spis Dra. *Frant. Koláčka*: „Elektřina a magnetismus", pag. 659.

**) Sem náleží též rozhodnutí o tom, která z hypothes o etheru (zdali totiž se pohybuje neb jest v klidu aneb existuje-li vůbec) jest pravděpodobnější.

Že při obecné transformaci ($2a$) všechny přímky soustavy jedné přecházejí opět v přímky soustavy druhé, jest bezprostředně zřejmo.

Transformační rovnice ($2a$) můžeme zjednodušiti, předpokládáme li jako výše, že pohyb soustavy (S') vzhledem k (S) jest rovnoměrný v přímce, kterou zvolíme za společnou osu X a X' obou soustav. Za příčinou souměrnosti mějme za to, že ke všem přímkám soustavy (S), jež jsou kolmé k této společné ose, příslušejí přímky soustavy (S'), též k ní kolmé; tudíž osy Y' a Z', příslušející k osám Y a Z, stojí na $X' \equiv X$ kolmo. Položíme-li ještě osu Y' rovnoběžně k Y a osu Z' rovnoběžně k Z jako při odvození rovnic (1), nahlédneme, že při této zvláštní poloze os souřadnicových souřadnice y' jest závislá jen na y a nikoli na x, z a t a podobně z' jen na z; pročež

$$\alpha_{21} = \alpha_{23} = \alpha_{24} = 0,$$
$$\alpha_{31} = \alpha_{32} = \alpha_{34} = 0.$$

Také nejsou souřadnice x' a t' závislé na y a z, t. j.

$$\alpha_{12} = \alpha_{13} = 0, \quad \alpha_{42} = \alpha_{43} = 0;$$

zbývají tudíž jednodušší rovnice:

$$\begin{aligned} x' &= \alpha_{11}x + \alpha_{14}t, \\ y' &= \alpha_{22}y, \\ z' &= \alpha_{33}z, \\ t' &= \alpha_{41}x + \alpha_{44}t. \end{aligned}$$

Co se týče hodnot koefficientů α_{22} a α_{33}, rovnají se tyto jednotce, neboť kdyby tyto součinitelé byly $\gtrless 1$, značilo by to, že nastává deformace (stlačení nebo roztažení) útvaru hmotného ve směrech os Y-ové a Z-ové, k čemuž není žádného důvodu vzhledem k okolnosti, že útvar se soustavou (S') se pohybuje jen ve směru osy X'-ové a nikoliv ve směrech k této ose kolmých.

Poněvadž pro pohyb počátku O' soustavy (S') platí $x' = 0$, $x = vt$, obdržíme kladouce tyto hodnoty do poslední rovnice pro x'

$$0 = a_{11}vt + a_{14}t,$$

z čehož

$$a_{14} = - a_{11}v.$$

Bude tedy nový tvar rovnic transformačních:

$$
\begin{aligned}
x' &= \alpha_{11}(x - vt),\\
y' &= y, \quad z' = z, \qquad\qquad (2b)\\
t' &= \alpha_{41}x + \alpha_{44}t.
\end{aligned}
$$

V rovnicích těch vyskytují se ještě tři koefficienty α_{11}, α_{41}, α_{44}; abychom je vyjádřili rychlostí v, užijeme principu o stálosti světelné rychlosti, který dle *Einsteina* zní takto*):

„Světlo šíří se všude (ve vzduchoprázdnu) touž rychlostí c, nezávisle na tom, zdali jest zdroj světelný v klidu neb v pohybu" **).

Touto stálou rychlostí šíří se světlo v každé soustavě, klidné neb pohyblivé; to jest však možno jen tenkráte, počítá-li pozorovatel, který se pohybuje, jinak čas nežli pozorovatel, jenž jest v klidu.

V soustavě nečárkované jest vzdálenost d libovolného bodu M od počátku souřadnic dána vzorcem

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2;$$

jest však též

$$d = ct,$$

kde t značí nyní dobu, za kterou světlo proběhne dráhu d.

Tudíž platí

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2,$$

což jest rovnice plochy kulové v soustavě klidné, na jejíž povrch rozšíří se za dobu t světlo, jež v okamžiku $t = 0$ vychází z počátku O.

(Pokračování.)

---

*) „Zur Elektrodynamik bewegter Körper", Annalen der Physik, svazek 17, pag. 895.

**) Obecněji zavádíme tím do fysiky universální konstantu c (*kritickou rychlost*), která jest vrchní mezí všech rychlostí v přírodě se vyskytujících; v mechanice Galilei-Newtonově jest tato konstanta $c = \infty$, v nové mechanice jest přibližně $c = 3 \,.\, 10^{10}$ *cm*.