Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 10 (1881), No. 4, 236--238

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121624

natory cylindrické, parallelopipedické. Jestiť možnost, tento problém řešiti, podmíněna možností řešiti problém jiný, jenž náleží do nauky o teple vedeném, a jenž zní: určiti temperaturu u vnitř tělesa isotropického, jest-li temperatura na jeho pomezných plochách dána jako funkce času.

Úlohy.

Řešení úlohy 8.

(Zaslal *Josef John* z VIII. gymn. tř. v Broumově.)

Dané soustavě vyhovují hodnoty

x	y	u	v
4	1	2	3
1	4	3	2

(Tutéž úlohu řešil správně: *J. Blaboll* a *J. Karták* ze VII. tř., *K. Pokorný* z VIII. tř. g. v J. Hradci, *V. Hons* z V. tř. c. g. v Budějovicích, *J. Reif* a *J. Jindra* z VII. tř. r. v Kutné Hoře, *F. Sejkora* z VI. tř. g. a *J. Zvoníček* ze VII. tř. r. v Hradci Kr., *K. Friedrich* a *M. Perutz* ze VII. tř. r. v Rakovníce, *M. Grossmann* ze VI. tř. r. v Litomyšli, *J. Vopršal* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *J. Mikan* z VIII. tř. r. g. na Malé Straně, *J. Lehar* z VI. tř. g. v Olomúci, *F. Froněk* a *B. Holub* z Prahy, *J. Papežík* v Brně, *K. Minařík* v Přerově.

Poznamenání. Zvláštního spůsobu řešení užil *J. Mayer*, kandidát filosofie v Praze, an píše:

Vyloučíme-li z prvních tří rovnic u a v, z druhých tří ux a vy, a rozložíme-li determinanty, jež jsme si takto zjednali, s užitím stejnin

$$\begin{aligned} 5 &= 3+2.1 \\ 11 &= 3+2.4 = 3+8.1 \\ 35 &= 3+2.16 = 3+8.4 \\ && 131 = 3+8.16 \end{aligned}$$

tu obdržíme rovnice

$$3\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 1\\ x^2 & y^2 & 1\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 4\\ x^2 & y^2 & 4^2\end{vmatrix}=0,$$

$$3\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 1\\ x^2 & y^2 & 1\end{vmatrix}+8\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 4\\ x^2 & y^2 & 4^2\end{vmatrix}=0.$$

Nutno tedy, by každý determinant o sobě roven byl nulle; nahradíme-li konečně determinanty tvarem součinovým, dojdeme k rovnicím

$$(x-y)(x-1)(y-1)=0,$$
$$(x-y)(x-4)(y-4)=0.$$

Řešení $x=y$ nevyhovuje dané soustavě, a zbývají tudíž jen hodnoty

$$x=1\ \ y=4\ \ (v=2\ \ u=3)$$
$$x=4\ \ y=1\ \ (v=3\ \ u=2).$$

Řešení úlohy 9.

(Podal *J. Mayer* v Praze.)

Obalující křivka dána jest známou rovnicí

$$y^2-x^2-1=0.$$

Řešení úlohy 10.

(Podal *J. Mayer* v Praze.)

Vyšetřujíce místo dané funkce logarithmus její, najdeme jakožto podmínku maxima nebo minima rovnice

$$\frac{a}{x_1}=\frac{x_1}{x_2}=\frac{x_2}{x_3}=\ldots=\frac{x_{n-1}}{x_n}=\frac{x_n}{b},$$

odkudž plyne, zavedeme-li označení

$$m=\sqrt[n+1]{\frac{b}{a}},$$

řešení všeobecné

$$x_k=m^k a.\ ^{*)}$$

K rozhodnutí nutno sestrojiti determinant

*) Viz „Časopis pro pěstování mathem. a fysiky X. str. 182 a 183.

$$H_k = \frac{1}{a^{2k}(1+m^2)^{2k} m^{k(k-1)}} \begin{vmatrix} -\frac{2}{n}, & \frac{1}{n^2}, & 0, \ldots, & 0 \\ 1, & -\frac{2}{n}, & \frac{1}{n^2}, \ldots, & 0 \\ 0, & 1, & -\frac{2}{n}, \ldots, & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0, & 0, & 0, \quad, & -\frac{2}{n} \end{vmatrix},$$

jenž dá se uvésti na tvar

$$H_k = (-1)^k \frac{k+1}{a^{2k}(1+m^2)^{2k} m^{(k^2)}}.$$

Pro $m > 0$ jest $H_{2k} > 0$, $H_{2k+1} < 0$, a funkce nabývá hodnoty maximální

$$u = \frac{1}{\left(a^{\frac{1}{1+n}} + b^{\frac{1}{1+n}}\right)^{1+n}}.$$

Pro $m < 0$ jest $H_k > 0$, a funkce má hodnotu minimální

$$u = \frac{1}{\left(a^{\frac{1}{1+n}} - b^{\frac{1}{1+n}}\right)^{1+n}}.\,^{*)}$$

Celkem rozeznávati jest následující případy:

1. n sudé, a i b mají označení souhlasné, *max.*
2. n sudé, a a b mají označení opačné, *min.*
3. n liché, a a b musí míti označení souhlasné, *max.* i *min.*, ježto sudá odmocnina dvě hodnoty m s opáčným znamením poskytuje.

Věstník literární.

Jak rychle a zdárně postupuje u nás školní literatura přírodovědecká, toho důkazem jest *druhé* vydání spisu *pro ústavy učitelské* určeného:

---

*) Viz *Studnička* „O počtu differencialním“ II. vydání, pag. 96, kdež řešena úloha podobná pro $n = 3$.