František Hromádko

O rovnicích kvadratických

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 5 (1876), No. 1, 30--32

Protože perspektivný obraz (alespoň obrysy jeho čili nákres obrazu) lze považovati za průsek oné roviny, na níž chceme obraz předmětu sestrojiti, se zorným kuželem, lze vědu perspektivnou (co nauku o hotovení těchto obrazů) definovati také co návod k přesnému stanovení onoho průseku. A protože úloha taková jest úlohou deskriptivní geometrie, jest perspektiva částí vědy geometrické vůbec. Nebude tedy nikomu s podivením, spatří-li, že o vývoji jejím vedlé malířů i geometrové, vedlé praktiků i theoretikové, a sice tito u větší ještě míře nežli onino pracovali. Z toho lze si také vysvětliti, že za naší doby, kde věda geometrická úžasně rychle se vyvinula a vyvíjí, i věda perspektivná, zvláště co se tkne konstruktivní části, nemálo se zdokonalila.

(Pokračování.)

O rovnicích kvadratických.

Poznámka od

prof. **F. Hromádka.**

Řešení rovnic kvadratických jest dosud pro naše střední školy vrcholem algebraického vyučování, jelikož dle zákona dále jíti nelze. Pročež nutno, aby řešení těchto rovnic objasněno bylo se všech stran a tudíž bylo úplné i co do formy i co do obsahu. Bohužel však učební knihy naše, vyjmouc algebru Baltzerovu velmi důkladnou, ale málo oblíbenou, jen dosti povrchně zanáší se s naukou o rovnicích kvadratických, takže mnohá dosti důležitá okolnost zůstává nepovšimnuta.

V následujících řádcích budiž poukázáno jenom k dvěma doplňkům, jakých by naše školní knihy budoucně neměly mlčením minouti.

Máme-li řešiti kvadratickou rovnici tvaru

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad (1)$$

snadno si některým z četných spůsobů známých zjednáme pro oba kořeny vzorce

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad (2)$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \qquad (3)$$

Z těchto dvou vzorců obdržíme, odstraníme-li irracionálnost z čítatele a položíme-li pak $a = 0$,

$$x_1 = -\frac{c}{b},$$

$$x_2 = -\frac{c}{0} = \infty,$$

z čehož soudíme, že *rovnice kvadratická má jeden kořen nekonečně velký, rovná-li se součinitel druhé mocniny nulle*, což jest poznámka pro analytickou geometrii kuželoseček velmi důležitá; aneb naopak *rovnici stupně prvního možná srovnati s kvadratickou, jejíž jeden kořen jest nekonečně velký.*

Toť poznámka první.

Druhá týče se vlastností kořenů vzorci (2) a (3) vyjádřených; obdržíť se tu patrně přímo

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \qquad (4)$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}, \qquad (5)$$

a tudíž

$$\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = -\frac{c}{b}, \qquad (6)$$

z čehož patrno, že *podíl* $-b : a$ *značí dvojnásobný arithmetický, podíl* $c : a$ *zdvojmocněný geometrický a podíl* $-c : b$ *poloviční harmonický průměr obou kořenů rovnice* (1).

Tento výsledek dá se též jednoduše znázorniti takto: Značí-li přímka AB *) hodnotu x_1 a v jejím pokračování BC hodnotu x_2, opiš nad průměrem $x_1 + x_2$ z bodu O polokruh, vztyč v bodu B kolmou na AC, která protne kružnici v bodu D, spoj D se středem O a spusť s bodu B kolmou na poloměr OD, kteráž jej v bodě E protne; pak jest

*) Příslušný výkres si každý snadno sestrojí podlé tohoto udání.

$$DO = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{průměr } \textit{arithmetický},$$

$$DB = \sqrt{x_1 x_2} \quad \text{„ } \textit{geometrický},$$

$$DE = \frac{2x_1 x_2}{x_1 + x_2} \quad \text{„ } \textit{harmonický}$$

obou kořenů rovnice kvadratické (1), při čemž patrno, že

$$DO > DB > DE.$$

Znásobíme-li konečně poslední tři vzorce, obdržíme

$$DO . DB . DE = \overline{DB}^3, \qquad (7)$$

z čehož patrno, že rovnoběžnostěn, jehož rozměry představuje arithmetický, geometrický a harmonický průměr dvou veličin, rovná se krychli, jejíž hrana jest vyznačena kubickým průměrem týchž veličin, což ostatně na první pohled lze poznati; ze vzorce (7) jde však, zkrátíme-li, též

$$DO . DE = AB . BC,$$

což i přímo z podobnosti trojúhelníků možná dokázati.

Goniometricko-fysikální obdoba.

Podává

prof. dr. **J. Plašil.**

Vepíšeme-li do sextantů kruhových od určitého rozhraní počínajíce jedním směrem funkce *Sin, Tg, Sec,* druhým pak příslušné kofunkce, dostaneme schema, jež v sobě chová tato pravidla:

1. Součin funkcí protilehlých rovná se jednici.
2. Součin každé funkce 1. a 3. rovná se funkci druhé či prostřední.
3. Součin funkce 1. 3. 5. rovná se součinu funkce 2. 4. 6. a ten rovná se 1, nechť počneme funkcí kteroukoliv.
4. Podíl každých dvou sousedních funkcí rovná se funkci vedle dělence položené.