Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 14 (1885), No. 2, 82--92

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121432

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1885

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

$$\begin{aligned} a_x &= a_1 x_1 + a_2 x_2 \\ a'_y &= a'_1 y_1 + a'_2 y_2 \\ &\vdots \\ a_u^{(n-1)} &= a_1^{(n-1)} u_1 + a_2^{(n-2)} u_2 ; \end{aligned}$$

vyvineme-li naznačený součin a položíme-li pak

$$a_i a'_k a''_l \ldots a_m^{(n-1)} = a_{ikl \ldots m},$$

obdržíme funkci f ve tvaru

$$f \equiv \Sigma\, a_{ikl \ldots m}\, x_i y_k z_l \ldots u_m,$$

kdež ukazatelé $ikl \ldots m$ mají hodnoty 1 a 2. (Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Publicado pelo F. G. Teixeira. Vol. V. p. 27.)

Tak ku př. pro homografii stupně třetího jest

$$f \equiv a_{111} x_1 y_1 z_1 + a_{112} x_1 y_1 z_2 + a_{121} x_1 y_2 z_1 + a_{211} x_2 y_1 z_1 + a_{122} x_1 y_2 z_2 + a_{212} x_2 y_1 z_2 + a_{221} x_2 y_2 z_1 + a_{222} x_2 y_2 z_2 = 0,$$

odkud patrno, že H_2^3 určena jest 7mi trojinami.

Specielní vyšetřování této homografie souvisí velmi úzce s theorií ploch 2ho a 3ho stupně neb třídy. Dány-li tři rovinové svazky tvořící H_2^3, vyplňují body trojinami příslušných rovin určené plochu 3ho stupně.

Dány-li v prostoru tři přímé řady, tvořící H_2^3, obalují roviny určené trojinami příslušných bodů plochu 3tí třídy. (Essais de géométrie supérieure dú 3ième ordre; par M. C. Le Paige. Bruxelles 1882. — Bulletins de l'académie royale de Belgique. 1883. p. 85.)

Úlohy.

Řešení úlohy 8. z ročníku XIII.

(Zaslal p. *Leo Schedlbauer,* stud. VII. tř. gymn. v Klatovech.)

a) Zrychlení $\gamma = \dfrac{2s}{t^2} = 1{\cdot}5m.$

b) Rychlost konečná $v = \gamma t = 9m.$

c) Značí-li m hmotnost tělesa a n koëfficient tření, jest svahová váha $= mg \sin \alpha$, velikost tření $= n \,.\, mg \cos \alpha$ a síla, která tělu uděluje zrychlení γ rovna $m\gamma$, tedy

$m\gamma = mg \sin\alpha - n\, mg \cos\alpha$, odkud $n = \frac{g \sin\alpha - \gamma}{g \cos\alpha} \doteq 0{\cdot}4$.

d) Živá síla tělesa překonávajíc tření $n \,.\, mg$ na dráze x vykoná práci $nmgx$ kgm, proto $nmgx = \frac{1}{2}\, mv^2$ a $x = \frac{v^2}{2ng} = 10{\cdot}3 m$.

Zpozdění $\gamma' = \frac{n \,.\, mg}{m} = ng = 3{\cdot}92\, m$; zastaví se pak těleso za $t' = \frac{v}{\gamma'} = 2{\cdot}3$ sekund.

Tutéž úlohu řešili pp.: *Fr. Suchý* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *Fr. Nušl*, stud. v Jindř. Hradci, *J. Sumr*, *B. Tschapek* ze VI. tř. r. městského r. g. na Malé Straně v Praze a *Ant. Pleskot* ze VII. tř. g. v Chrudimi.

Řešení úlohy 9. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Václav Vočadlo*, stud. VI. tř. r. v Karlíně.)

Těleso pohybující se má živou sílu $\frac{mv^2}{2}$. Pohybuje-li se po nakloněné rovině, tu rychlost jeho zmenšována jest třením a váhou svahovou. Práce tedy, kterou těleso vykoná, přemahajíc dvě síly tyto, rovná se živé síle.

Poněvadž váha svahová $= \mathrm{P} \sin\alpha = mg \sin\alpha$ a tření $= n\mathrm{Q} = n\mathrm{P} \cos\alpha = n\, mg \cos\alpha$, a práce rovna jest odporu násobenému dráhou, tudíž

$$(mg \sin\alpha + nmg \cos\alpha)\, s = \frac{mv^2}{2},$$

a tedy
$$s = \frac{v^2}{2g\,(\sin\alpha + n \cos\alpha)}.$$

Tutéž úlohu řešili pp.: *Frant. Suchý* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *Ant. Klier* ze VI. tř. vyšší real. školy v Praze, *Jos. Wierer* ze VII. tř. g. v Klatovech a *Ant. Pleskot* ze VII. tř. g. v Chrudimi.

Řešení úlohy 10. z roč. XIII.

Hybná síla jest 200 g a hmota $\frac{1000}{9{\cdot}8}$, která tedy nabude zrychlení $\frac{200}{1000} \,.\, 9{\cdot}8 = 9{\cdot}8 \cdot \frac{1}{5}$ m. Těžší hmota (600 g) bude míti tedy toto zrychlení, kdežto sobě ponechána by měla pětkráte větší zrychlení 9·8 m. Musí tedy na ni působiti síla v protivném směru proti tíži, která se jeví v napjetí šňůry, a která by jí sdělila zrychlení $9·8 \cdot \frac{4}{5}$ vzhůru. Tato síla obnáší tedy $\frac{4}{5}$ tíže a šňůra jest tedy napjata silou rovnou $\frac{4}{5}$ váhy tohoto tělesa, tudíž $600 \cdot \frac{4}{5} = 480$ g. *(Balfour Stewart.)*

Řešení úlohy 11. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Ed. Schwarz,* stud. VII. tř. gymn. v Klatovech.)

a) 1. Tření = 100 kg; zpozďující síla F = 110 kg.

2. Pohyb bude rovnoměrně zpozděný.

3. Práce vykonaná tím, že se překonává tření a odpor vzduchu, na dráze x rovná se $110x$ kgm; živá síla vozu = 146938; dojede tudíž vůz do dálky $x = 1335$ m a zastaví se za

$$t = \frac{2x}{v} = 3 \text{ min. } 42·5 \text{ sek.}$$

b) Svahová váha vozu = 200 kg, tření = 100 kg, odpor vzduchu = 10 kg; jest tedy zpozďující síla = 310 kg a práce = $310 . x'$ kgm; odtud $310 . x' = 146938$ kgm a $x' = 474$ m. Doba $t' = \frac{2x'}{v} = 1$ min. 19 sek.

Správné řešení podal též p. *B. Tschapek* ze VI. třídy r. městského r. g. na Malé Straně v Praze.

Řešení úlohy 13. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Leo Schedlbauer,* stud. VII. tř. g. v Klatovech.)

Energie skutečná

$$E_1 = \frac{p}{2g} c^2 \cos^2 \alpha = \frac{2}{2 . 9·8} . 160000 . \cos^2 30^0 = 12244·81 \text{ kgm.}$$

Energie polohy

$$E_2 = \frac{p}{2g} c^2 \sin^2 \alpha = \frac{2}{2 . 9·8} . 160000 \sin^2 30^0 = 4081·63 \text{ kgm.}$$

Tutéž úlohu řešili pp.: *Václav Vočadlo* a *Cyrill Maršak* ze VI. tř. r. v Karlíně, *Bohumil Král* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *A. P. Nanák* v Praze a *Ant. Pleskot* ze VII. tř. g. v Chrudimi.

Řešení úlohy 14. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Cyrill Maršak,* stud. VI. tř. r. v Karlíně.)

Znamená-li r vzdálenosť měsíce od země a t dobu jednoho oběhu měsíce, jest zrychlení

$$\gamma = \frac{4\pi^2 r}{t^2} = \frac{4\pi^2 \, 384400000m}{2,360.592^2} = 0{\cdot}00272 \text{ m.}$$

Protože $g : \gamma = 9{\cdot}8 : 0{\cdot}00272$ čili $g : \gamma = 3600$ a vzdálenosť měsíce od země 60 poloměrům zemským se rovná, vysvítá, že ubývá přítažnosti zemské se čtvercem vzdálenosti.

Tutéž úlohu řešili pp.: *Václav Vočadlo* ze VI. tř. r. v Karlíně, *Fr. Suchý* ze VII. tř. r. v Hradci Králové, *B. Tschapek* ze VI. tř. r. městského r. g. na Malé Straně v Praze a *J. Wierer* ze VII. tř. g. v Klatovech.

Řešení úlohy 15. z roč. XIII.

Vzdálenosť země od slunce $r = 148.640,000.000$ metrů, rok siderický $t = 365$ d. 6 h. 9 m. 10 sek.; tedy zrychlení, jež udílí slunce zemi $= 0{\cdot}005892$ m podle vzorce: $\gamma = \frac{4\pi^2 r}{t^2}$.

Znamená-li G zrychlení na povrchu slunce a R poloměr slunce, jest $G : \gamma = r^2 : R^2$ čili $G = \gamma\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 46053\gamma = 271{\cdot}3$ m.

Řešil též p. *B. Tschapek,* stud. VI. tř. r. městského r. g. na Malé Straně v Praze a *Ant. Pleskot* ze VII. tř. g. v Chrudimi.

Řešení úlohy 17. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Ant. Pleskot,* stud. VI. tř. g. v Chrudimi.)

Číslo dané lze takto rozložiti:

$$\begin{aligned} bcdefg\, b_1c_1d_1e_1f_1g_1 &= bcdefg000000 + aaaaaa - bcdefg \\ &= 999999 \, . \, bcdefg + aaaaaa; \end{aligned}$$

jelikož pak každý z těchto dvou sčítanců jest dělitelen součinem $3 \, . \, 7 \, . \, 11 \, . \, 13$, platí to též o čísle uvažovaném.

Podobně jest

$$\begin{aligned} b_1c_1d_1e_1f_1g_1\, bcdefg &= aaaaaa\,000000 - bcdefg\,000000 + bcdefg \\ &= aaaaaa\,000000 - 999999 \, . \, bcdefg, \end{aligned}$$

tudíž také dělitelno číslem $3 \, . \, 7 \, . \, 11 \, . \, 13$.

Tutéž úlohu řešili pp.: *Max Meisl* a *Moric Hirsch* ze VII. tř. g. v Chrudimi, *Frt. Nušl*, stud. v Jindř. Hradci, *Ot. Viglic* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *G. M. Utyty* v Praze, *Josef Šumr* ze VI. tř. r. a *Jaroslav Mašek* ze VII. tř. r. městského r. g. na Malé Straně v Praze, *Frant. Kočí* z VIII. tř. v Jičíně, *Bohuslav Mašek* z V. tř. g. na N. Městě v Praze a *Ant. Klír* ze VI. tř. české realky v Praze.

Řešení úlohy 18. z roč. XIII.

Položíme-li

$$x + \sqrt{c} = u, \qquad x - \sqrt{c} = v,$$

$$a = M + N, \qquad \frac{b}{\sqrt{c}} = M - N,$$

obdrží daná rovnice formu

$$Mu^5 + Nv^5 = 0,$$

z kteréž vypočítáme $\frac{u}{v}$ a z toho opět x.

A. P.

Řešení úlohy 19. z roč. XIII.

V menšiteli i v menšenci mohou se vyskytnouti číslice 0, 1, 2, ..., 9, tedy počet všech rozdílných a rovně možných případů rovná se variacím deseti prvků třídy druhé s opakováním $10^2 = 100$.

Je-li mezi číslicemi menšence 0, pak musí státi v příznivém případě pod ní v menšiteli opět 0.

„ „ „ „ 1, pak jest pod ní v menšiteli v příznivých případech jedna z číslic . . . . . 0, 1.

„ „ „ „ 2, „ 0, 1, 2.

. . . .

„ „ „ „ 9, „ 0, 1, 2, ..., 9.

Jest tedy počet případů příznivých

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 10 = 5 \,.\, 11 = 55,$$

a tak pravděpodobnost absolutní, že není napsána v menšenci menší cifra jakási než cifra menšitele pod ní stojící, rovná se

$\frac{55}{100}$; ale poněvadž v menšenci i v menšiteli máme n cifer, jest žádaná pravděpodobnost $(0\cdot55)^n$. —

Sečítáme-li dvě n-ciferná čísla, jest pravděpodobnost, že při částečném sčítání není nám pamatovati si žádného zbytku, též $(0\cdot55)^n$. —

Napíšeme-li z pětimístných tabulek logarithmických dvě libovolné mantissy pod sebe, bude tedy táž pravděpodobnost $0\cdot55^5 = 0\cdot0503\ldots.$

Řešení úlohy 20. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Frant. Nušl*, stud. v Jindřichově Hradci.)

Znásobíme-li rovnici danou $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = \gamma$ rovnicí $\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=\gamma-2\sqrt{\beta}$, obdržíme za $\sqrt{\beta}$ racionálnou hodnotu

$$\sqrt{\beta}=\frac{\gamma^2+\beta-\alpha}{2\gamma};$$

podobně jest

$$\sqrt{\alpha}=\frac{\gamma^2+\alpha-\beta}{2\gamma}.$$

Podobným obratem obdržíme z rovnice $\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=\delta$

$$\sqrt{\alpha}=\frac{\alpha-\beta+\delta^2}{2\delta}, \quad \sqrt{\beta}=\frac{\alpha-\beta-2\delta^2}{2\delta}.$$

Tutéž úlohu řešili pp.: *Ant. Pleskot* ze VI. tř. g. v Chrudimi a *Frt. Suchý* ze VII. tř. r. v Hradci Králové.

Řešení úlohy 21. z roč. XIII.

Z rovnice $\sqrt[3]{\alpha}+\sqrt[3]{\gamma}=\delta$ obdržíme zmocněním

$$\sqrt[3]{\alpha^2}+2\sqrt[3]{\alpha\gamma}+\sqrt[3]{\gamma^2}=\delta^2$$

$$\alpha+3\delta\sqrt[3]{\alpha\gamma}+\gamma=\delta^3;$$

odtud vyplývá

$$\sqrt[3]{\alpha^2}+\sqrt[3]{\alpha\gamma}+\sqrt[3]{\gamma^2}=\frac{2\delta^3+\alpha+\gamma}{3\delta}.$$

Jest však

$$\sqrt[3]{\alpha^2}+\sqrt[3]{\alpha\gamma}+\sqrt[3]{\gamma^2}=\frac{\alpha-\gamma}{\sqrt[3]{\alpha}-\sqrt[3]{\gamma}},$$

tudíž

$$\sqrt[3]{\alpha}-\sqrt[3]{\gamma}=\frac{3\delta(\alpha-\gamma)}{2\delta^3+\alpha+\gamma}.$$

Z rovnice této a z rovnice původní nalezneme

$$\sqrt[3]{\alpha}=\frac{\delta(\delta^3+2\alpha-\gamma)}{2\delta^3+\alpha+\gamma},\quad \sqrt[3]{\gamma}=\frac{\delta(\delta^3-\alpha+2\gamma)}{2\delta^3+\alpha+\gamma};$$

jsou-li tedy α, γ, δ hodnoty racionálné, jsou takovými též $\sqrt[3]{\alpha}$ a $\sqrt[3]{\gamma}$.

Tutéž úlohu řešili pp.: *Frant. Suchý* ze VII. tř. r. v Hradci Králové a *Frant. Nušl*, stud. v Jindř. Hradci.

Řešení úlohy 33. z roč. XIII.

(Zaslal p. *J. Kropáček*, stud. VIII. tř. v Klatovech.)

Z posledních dvou rovnic vyjádříme

$$a=\frac{13(1-\cos\gamma)}{1-\cos\gamma\sin\gamma},\quad b=\frac{13(1-\sin\gamma)}{1-\cos\gamma\sin\gamma}$$

a vložením do prvé obdržíme

$$13(\cos\gamma+\sin\gamma)+10\cos\gamma\sin\gamma=23.$$

Substitucí $\sin 2\gamma=x$ přechází rovnice tato ve

$$13\sqrt{1+x}+5x=23,$$

odkud řešením plyne $x_1=\frac{24}{25}$, $x_2=15$; hodnoty druhé netřeba dbáti, jelikož neposkytuje realných výsledků, z hodnoty prvé pak následuje: $\sin\gamma=\frac{3}{5}$, $\cos\gamma=\pm\frac{4}{5}$, tudíž

$$a=5,\quad b=10,\quad c=3\sqrt{5},\quad \Delta=15$$

aneb

$$a=15{\cdot}8108\ldots,\quad b=3{\cdot}5135\ldots,\quad c=18{\cdot}7406\ldots,\quad \Delta=16{\cdot}6657\ldots$$

Tutéž úlohu řešili pp.: *Ot. Viglic* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Ant. Pleskot* ze VI. tř. a *Moric Hirsch* ze VII. tř. g. v Chrudimi.

Řešení úlohy 35. z roč. XIII.

(Zaslal p. *Otomar Viglic,* stud. VII. tř. r. v Pardubicích.)

Poněvadž

$$Z\left(\frac{3^{2n+1}+2^{n+2}}{7}\right)=Z\left(\frac{3.9^n}{7}\right)+Z\left(\frac{4.2^n}{7}\right)=Z\left(\frac{3.2^n+4.2^n}{7}\right)=0,$$

jest číslo $3^{2n+1}+2^{n+2}$ dělitelno číslem 7. —

Podobně jest

$$Z\left(\frac{3^{2n+2}+2^{6n+1}}{11}\right)=Z\left(\frac{9.9^n}{11}\right)+Z\left(\frac{2.64^n}{11}\right)$$

$$=Z\left(\frac{9(-2)^n+2(-2)^n}{11}\right)=0,$$

a tudíž číslo $3^{2n+2}+2^{6n+1}$ dělitelno číslem 11. —

Výraz $(2n+1)^5-(2n+1)$ lze uvésti na tvar

$$8n(n+1)(2n+1)(2n^2+2n+1);$$

jelikož pak jest

$$n(n+1)(2n+1)=(n-1)n(n+1)+n(n+1)(n+2),$$

a součin tří za sebou následujících čísel přirozené řady jest vždy dělitelen 6ti, tedy výraz daný jest dělitelen číslem 48. Není-li žádný z činitelů n, $n+1$, $2n+1$ dělitelen 5ti, musí míti n tvar buď $5r+1$ aneb $5r-2$, ale v obou případech jest

$$Z\left(\frac{2n^2+2n+1}{5}\right)=0.$$

Jest tedy výraz daný vždy dělitelen čísly 48 a 5, tudíž i jich součinem 240.

Správné řešení zaslal též p. *Ant. Pleskot* ze VI. tř. gym. v Chrudimi.

Řešení úlohy 39. z roč. XIII.

Budiž O středem kružnice vepsané pravoúhlému trojúhelníku ABC, r pak poloměr její. Je-li při A úhel pravý a označíme-li $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$, jest především $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Z trojúhelníka BOC, v němž $\sphericalangle BOC=135^0$, vyplývá

$$r=\frac{bc\sqrt{2}}{2\sqrt{b^2+c^2+bc\sqrt{2}}};$$

jest tedy souvislosť veličin a, b, c vyjádřena vzorcem

$$a = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2 + bc\sqrt{2}}}$$

čili

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{\sqrt{2}}{bc}.$$

Řešili též pp.: *Otomar Viglic* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Otakar Hromádko* z VIII. tř. v Táboře, *Frant. Froněk* ze VII. tř. r. g. v Praze a *Bohuslav Mašek* z V. tř. g. na N. Městě v Praze.

Řešení úlohy 40. z roč. XIII.

Od rovnice (1) znásobené dvojčlenem $y+2$ odečteme (2), i obdržíme

$$(y+2)x^2 - x - 3(3y+5) = 0,$$

z čehož

$$x = \frac{1 \pm (6y+11)}{2(y+2)}.$$

Přihlížíme-li k svrchnímu znaménku, obdržíme $x = 3$, a tedy $y = 2$; přihlížíme-li však ku spodnímu znaménku, dostaneme $x = -\frac{3y+5}{y+2}$, což dosazeno jsouc do (2) vede na rovnici

$$y^3 + 2y^2 - 10y - 19 = 0.$$

Kořeny této rovnice, které vypočítal přesně *J. Jiřík*, stud. v Budějovicích, jsou

$$3{\cdot}13131, \quad -1{\cdot}84813, \quad -3{\cdot}28318,$$

k nimž přísluší za x hodnoty

$$-2{\cdot}80512, \quad 3{\cdot}58443, \quad 3{\cdot}77931.$$

Pan *prof. dr. S.* upravil řešení takto:

Odečtením daných rovnic obdržíme

$$x^2 - y^2 - (x-y) = 4;$$

mají-li x, y býti celistvá čísla, bude

$$x^2 - y^2 = a, \quad x - y = b,$$

a tedy

$$x + y = \frac{a}{b} = m,$$

při čemž

$$a - b = b(m-1) = 4.$$

Z rovnic hořejších vyplývá

$$x = \frac{m+b}{2}, \quad y = \frac{m-b}{2};$$

za podmínkou $m > b$ obdržíme toliko jediné celistvé řešení vyhovující daným rovnicím, totiž $b = 1$, $m = 5$, z čehož $x = 3$, $y = 2$.

Tutéž úlohu jiným způsobem řešili pp.: *Otomar Viglic* ze VII. tř. r. v Pardubicích, *Josef Sumr* ze VI. tř. městského r. g. na Malé Straně v Praze, *Justic Siegfried, B. Stern* ze VII. tř. g. a *Otakar Hromádko* z VIII. tř. v Táboře a *Moric Hirsch* ze VII. tř. g. v Chrudimi.*)

Řešení úlohy 7. a 12. z roč. XIII. zaslal též p. *Václav Vočadlo* a *Cyrill Maršak* ze VI. tř. r. v Karlíně.

Úloha 11.

Těleso těžké P, přivázané na ballon, spadlo za t_2 vteřin k zemi; volně by bylo touže výškou propadlo za t_1 vteřin. Jak velké bylo napjetí p tkalounu, který těleso s ballonem spojoval?

Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 12.

Dvě koule byly vrženy na touž dráhu protivnými směry, a sice první s rychlostí c_1, druhá o t později s rychlostí c_2, a srazily se s rovnými rychlostmi. Jak velké zpozdění u utrpěla každá a o mnoho-li byla dráha s jedné delší než druhé? *Týž.*

Úloha 13.

V které zeměpisné šířce α udílí odstředivosť otáčející se země (jakožto pravidelné koule) vodě na mořské hladině největší urychlení k rovníku? Jak velké jest toto urychlení u?

Týž.

Úloha 14.

Konce rovnoramenné páky (bezvážné) o rameně R jsou obtíženy koulemi o vahách P a p. Točí-li se páka kolem svisné osy, procházející jejím podpěracím bodem, tak rychle, že s osou svírá úhel α, za jak velkou dobu T se otočí jednou kolem?

Týž.

*) Tímto jsme dokončili řešení úloh z roč. XIII.

Úloha 15.

Z postranního otvoru válcové nádoby o poloměru R vytéká paprsek vody, přesahující horní kraj otevřené válcové nádoby o poloměru r vedle stojící. Je-li střed hořejší plochy druhého válce v rovině paprsku, od nejbližší strany první nádoby ve vzdálenosti d a pod jejím otvorem ve hloubce h, mnoho-li vody K nateče do druhé nádoby mezi tím, co paprsek přes její otvor přejde? Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 16.

Budiž stanovena kružnice soustředná s ellipsou danou a protínající tuto v úhlu co možno největším. Prof. *A. Strnad.*

Úloha 17.

V pravoúhlé soustavě souřadnic dány jsou křivky

$$y^2 = 2px, \qquad x^2 = 2qy.$$

a) Jak velkou plochu omezují?

b) V kterém úhlu se protínají, jest-li $p = q$?

c) Které jest geometrické místo jich průsečíků při podmínce $p + q = \text{const.}$ aneb $pq = \text{const.}$? *Týž.*

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Roční zpráva c. k. české státní vyšší realné školy v Karlíně za školní rok 1884 přináší článek „*Studie o kuželosečkách*“ od prof. *Fr. Machovce.* (27 stran.)

Zahajujeme hlídku letošních programů krátkou úvahou o výborné této studii, kteráž vyniká vědeckým rázem svým. Pan spisovatel vyšetřuje některé vztahy, které se vyskytnou, předpokládáme-li tři kuželosečky K_1, K_2, K_3 ve zvláštní vzájemné poloze. Jsou-li totiž přímky L, M, N osami kollineace křivek K_2 a K_3, K_1 a K_3, K_1 a K_2, a protínají-li se tyto tři osy v jediném bodě (centre de symptose dle Cayleye), nastává zvláštní vzájemnost daných kuželoseček, jejíž prozkoumání k zajímavým vede výsledkům. Nemohouce tuto sledovati celý postup