sledkem zelektrování se chová tak, jako by jeho kinetická hmota vzrostla o obnos

$$m_0 = \tfrac{2}{3} \frac{\mu_0 e^2}{a}. \tag{15'}$$

Pohybuje-li se těleso, dosáhši rychlosti v, dále rovnoměrně, zůstává W_m stálým, tedy k udržení rovnoměrného pohybu není třeba práce. Zastaví-li se těleso, klesne W_m na nullu, magnetická energie W_m se nám vrátí ve způsobě práce sil reagujících proti silám těleso zastavujícím.

Kinetická hmota m_0 jest v úzké souvislosti s potenciální energií, již těleso nábojem získalo. Intensita elektrostatického pole, jež naše nabitá koule vzbudí, jest, jak známo,

$$h = \frac{e}{K_0 r^2}$$

a tedy energie elektrická v etheru tím lokalisovaná

$$W_0 = \int \frac{K_0 h^2}{8\pi} d\tau = \int_a^\infty \frac{e^2}{2K_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{e^2}{2K_0 a}. \tag{16}$$

Vidíme, že m_0 jest přímo úměrno W_0. Změní-li se tedy tato potenciální elektrická energie ať změnou náboje neb poloměru koule, změní se úměrně i elektromagnetická její hmota m_0.

(Dokončení.)

Princip relativnosti.

Přednášel prof. Dr. **Arnošt Dittrich** z Třeboně v J. Č. M. a F. dne 31. května 1913.

(Dokončení.)

Ověření principu. Připomeňme si ještě jednou stručně obsah principu relativnosti. *Označíme-li souřadnice bodu v prostoru xyz — jak zvykem — čísly reálnými, čas „u" — jak dosud není zvykem — číslem imaginárním, jsou geometrické věty o 4-rozměrných útvarech oblasti xyzu fysikálními větami.*

Lze tedy oklikou přes číslo i z vět Euklidovy geometrie vysoukávati věty fysikální, věty, v nichž jest zúčastněn čas. To jest úspěch přímo pohádkový. Nalezli jsme prostředky, abychom v drtícím nás množství fysikálních vět udělali pořádek. A pořádek ten může pochopiti každý, kdo zná naši obvyklou školní geometrii a číslo „i“.

Mimovolně vynořuje se tu v mysli naší obava, zda vše to není jen půvabná fata morgana, jež nám ukazuje hladiny vodní tam, kde je poušť. Je to skutečně pravda, co princip relativnosti hlásá?

Pravda; jak pak se pravda zjišťuje? — Někdy stačí dotaz na vhodném místě. Koho bychom se tak mohli zeptati, máme-li pochybnosti o principu relativnosti. *Historie.* Studujte, prosím, jeho dějiny a budete mu důvěřovati jako já, jenž jsem to učinil. Tato cesta jest sice bezpečná, ale zdlouhavá. Doufám, že Vás přesvědčím o platnosti principu jiným způsobem kratším. Povolte mi, prosím, malé odbočení.

Když velký pán — na př. Valdštýn — žádal od astrologa horoskop, obrátil se naň prostřednictvím jednatele, jenž onomu sdělil pouze rok, den, hodinu a možno-li minutu narození. Více se mu neřeklo, zejména ne, kdo horoskop objednával. Když astrolog — byl to Kepler — horoskop odvedl, zkoumal Valdštýn, zda dosavadní jeho život s ním souhlasí. Teprve, když horoskop tímto způsobem se ověřil, důvěřovalo se i tomu, co předpovídal.

Což, abychom si vedli podobně. Rozvinu před vámi důsledky principu, jež budou v souhlase s tím, co již známe. Tím získám novému principu vaši důvěru; pak ohlédneme se i po dalších důsledcích nových.

Proč vidíme přírodu časově proměnlivou v třírozměrném prostoru? — Proč trháme vlastně 4-rozměrný „svět“ Minkovského v prostor a čas. Zkoumáme-li, jaká jest nejlepší neodvisle proměnná pro křivky v prostoru, dovede nás vzorec distance k oblouku, jehož element jest vzdáleností dvou nekonečně blízkých bodů

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Délka oblouku se totiž pošinutím a otočením křivky nemění; odtud cena této neodvisle proměnné pro naši geometrii.

Čtyrrozměrnou obdobou křivky prostorové ve „světě“ jest pohybující se bod. Ze stejných důvodů jako dříve bude nejlepší neodvisle proměnnou pro svět Minkovského lineárný integrál z elementu

$$d\tau = \sqrt{-dx^2 - dy^2 - dz^2 - du^2}.$$

Tento integrál nazval Minkovský *soukromým časem* pohyblivého bodu. Ale proč samá záporná znaménka? — Dosaďme ds a zaveďme

$$du = idt,$$

pak jest

$$d\tau = \sqrt{dt^2 - ds^2}.$$

Dělme hodnotou „dt“ a dostaneme

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \left(\frac{ds}{dt}\right)^2}.$$

Kořen z jednotky vedle čtverce rychlosti pohyblivého bodu jest dle dimense své rychlostí a pro číselnou hodnotu svou rychlostí světla*). V případech pokusu přístupných jsou pohyby volnější než rychlost světla, proto jest kořen z rozdílu reálný, a ovšem τ také. Pro tuto reálnost jsou v horním vzorci samá záporná znaménka.

Soukromý čas stal by se přes ony 4 zápory imaginárním, kdyby rychlost hmotného bodu mohla narůsti nad rychlost světla. To by dělalo i leckde jinde veliké obtíže, pročež soudíme, že *rychlost světla jest nepřekročitelnou hranicí pro každou rychlost*.

Je-li rychlost, jak bývá i v astronomii, velmi malá proti rychlosti světla, jest

$$d\tau = dt$$
$$\tau = t - t_0.$$

Pak se nejlepší neodvisle proměnná redukuje na náš *obyčejný čas*. Jest tedy v okolnosti, že nám vědomí naše ukazuje přírodu v prostoru, ale časově proměnlivou, pokyn ve směru k principu relativnosti. Kdybychom žili na elektronech v severní záři, stala by se idea absolutního času, jak ji pojal Newton a převzala naše fysika, neudržitelnou.

---

*) Píšeme-li $u = it$, zavazujeme se tím, že rychlost světla považujeme za jednotku. Všechny menší rychlosti (v přírodě se vyskytující) jsou pak zlomky.

Narazili jsme na obtíž na vrchní hranici všech rychlostí. Ale to nevadí. Aspoň máme o bod více kde zabrat. — Ostatně, proč užíváme právě světla k přenášení časových signálů? Poněvadž jest nejrychlejší. Kdyby nějaké jiné paprsky byly rychlejší, vezmeme ty. Dokud se takové nenaleznou, budeme se držeti myšlenky, že rychlost světla jest nepřekročitelnou.

Princip relativnosti má velikou cenu; leccos, co jsme dříve jen musili vzíti na vědomí, lze dnes z něho dedukovati. Jako příklad takové dedukce předvádím:

Nepružný ráz. Mysleme si, že nepružný ráz dvou koulí přímý (a centrální) děje se na ose x. Rovnoměrný pohyb prvé koule před rázem popsán rovnicí

$$x = a_1 + v_1 t,$$

a_1 jest polohou čela koule v čas $t = 0$; v_1 jest její rychlost. Pohyb druhé koule dán obdobnou rovnicí

$$x = a_2 + v_2 t.$$

Čela koulí, jež v čas $t = 0$ měla souřadnice a_1, a_2, setkají se v čás t_0 v bodě x_0. Pohyb spojených čel popisuje pak rovnice

$$x = a_3 + v_3 t.$$

Chceme-li tuto srážku studovati pomocí principu relativnosti, zavedeme nejdříve imaginární čas

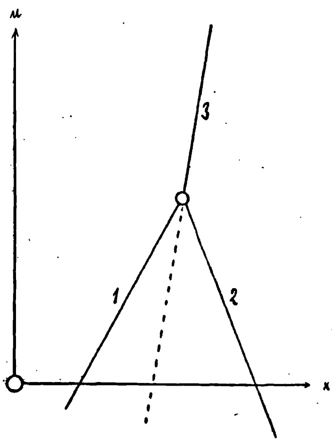
$$u = it.$$

Tři rovnice, popisující pohyb čel před a po rázu, změní se tím na

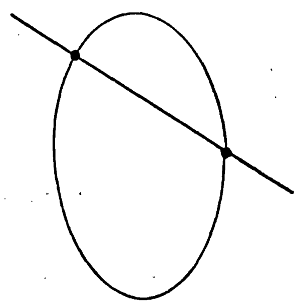
$$\begin{aligned} x &= a_1 - iv_1 u \\ x &= a_2 - iv_2 u \\ x &= a_3 - iv_3 u. \end{aligned}$$

Ty tři přímky v rovině xu si vykreslíme. (Viz obr. 3.) Bude to arci jen symbolický obrazec, asi takový, jako když se v projektivní geometrii nekonečně vzdálená přímka udělá podle pravítka, na ní se křídou vykreslí dva imaginární body kruhové, těmi se protáhne elipsa a řekne se, že jsme nakreslili kruh. (Viz obr. 4.) Užívání těchto symbolických figur omlouvá se jejich užitečností. Výhodou symbolické figury rázové jest, že na ní smíme applikovati Euklidovu geometrii. Nalezneme si ty vlastnosti, jež se pošinutím a otočením nezničí, vrátíme se od symbolů ke skutečnosti tím, že i zase odstraníme a dostaneme z každé geometrické věty o figuře fysikální větu o rázu.

Stav před rázem jest dán. Proto považujeme přímku 1 a 2 za danou. Se stanoviska Euklidovy geometrie má figura, jež vznikne tím, že průsečíkem první a druhé přímky protáhneme přímku třetí, jen jedinou geometrickou vlastnost. Jest to sklon paprsku třetího k prvým dvěma stanovený jeho dělícím poměrem λ. Číslo to jest jedinou konstantou rázovou a zužitkuje se následující cestou.



Obr. 3.



Obr. 4.

Vyjádříme přímky před rázem formou Hesseovou

$$P \equiv \frac{x + iv_1 u - a_1}{\sqrt{1 - v_1^2}} = 0,$$

$$Q \equiv \frac{x + iv_2 u - a_2}{\sqrt{1 - v_2^2}} = 0.$$

Znamení kořene volí se tak, aby poslední člen byl kladný. Pak obdržíme třetí přímku, pohyb po srážce z poučky Laméovy:

$$P - \lambda Q \equiv$$

$$\equiv \frac{x + iv_1 u - a_1}{\sqrt{1 - v_1^2}} - \lambda \frac{x + iv_2 u - a_2}{\sqrt{1 - v_2^2}} \equiv$$

$$\equiv c\,(x + iv_3 u - a_3).$$

Z čeho rozštěpením dle u, x

$$cv_3 = \frac{v_1}{\sqrt{1 - v_1^2}} - \frac{\lambda v_2}{\sqrt{1 - v_2^2}},$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2}} - \frac{\lambda}{\sqrt{1 - v_2^2}}.$$

Divisí eliminujeme konstantu c, na níž nám vůbec nezáleží, a dostaneme rázový vzorec nové mechaniky:

$$v_3 = \frac{\dfrac{v_1}{\sqrt{1 - v_1^2}} - \dfrac{\lambda v_2}{\sqrt{1 - v_2^2}}}{\dfrac{1}{\sqrt{1 - v_1^2}} - \dfrac{\lambda}{\sqrt{1 - v_2^2}}}.$$

Vzorec ten jest nutně složitější než rázový vzorec klassické mechaniky, jenž jest specialisací našeho vzorce pro pohyby velice volné vůči rychlosti jednotkové, rychlosti světla. Pak vyskytuje se totiž ve čtyrech jmenovatelích rázového vzorce

$$\sqrt{1 - (\text{zlomeček})^2} \doteq 1$$

tak, že týž zjednoduší se na

$$v_3 = \frac{v_1 - \lambda v_2}{1 - \lambda}.$$

Považujme — což dovoleno — dělící poměr za záporný zlomek

$$\lambda = -\frac{m_2}{m_1}$$

a dostaneme dosazením známý vzorec rázový. Tím jsme se dověděli, co znamená onen dělící poměr, jenž jest jedinou konstantou rázu v nové mechanice; je to poměr srazivších se hmot, a lze jej určiti experimentálně pomocí srážky s malými rychlostmi neb vážením.

Zajímavo jest, že rázový vzorec klassické mechaniky

$$(m_1 + m_2)\, v_3 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

lze podržeti i v nové, jen že pak hmoty nejsou již absolutními konstantami. Zavedeme-li místo „λ“ záporný zlomek do rázového vzorce nové mechaniky, obdržíme

$$\left(\frac{m_1}{\sqrt{1 - v_1^2}} + \frac{m_2}{\sqrt{1 - v_2^2}}\right) v_3 = \frac{m_1}{\sqrt{1 - v_1^2}}\, v_1 + \frac{m_2}{\sqrt{1 - v_2^2}}\, v_2.$$

Vzorec ten lze připodobniti rázovému vzorci klassické mechaniky, nazveme-li zlomky při rychlostech „obyčejnou“ (Lorentzovou) hmotou. Ta závisí na klidové hmotě m a její rychlosti v

$$\overline{m} = C \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Konstanta úměrnosti C jest dle dimense rychlostí. Poněvadž pak na rychlosti hmoty již nezávisí, jest rychlostí světla, jest jednotkou:

$$\overline{m} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Tak jsme vycházejíce od rázu dobyli samostatně, dříve již od jiných nalezený vzorec.

Trvanlivost stálic. Změny obyčejné hmoty souvisí zajímavým způsobem se změnami energie. Je-li rychlost světla $c = 3 \cdot 10^{10}$ *cm/sec*, jest změna energie

$$dE = c^2 \cdot d\overline{m}.$$

Vzorec ten má podivuhodné důsledky. Užijme ho k stanovení ročního úbytku hmoty sluneční zářením. Je-li solární konstanta 2·3, vyzáří slunce ročně

$$155 \cdot 10^{39} \text{ ergů} = (3 \cdot 10^{10})^2 \cdot d\overline{m},$$

z čeho divisí

$$d\overline{m} = 17 \cdot 10^{19} \text{ gramů}.$$

Během roku ztratí tedy slunce $17 \cdot 10^{13}$ tun. Aby číslo to stalo se průhlednějším, srovnáme je s hmotou země:

$$5{\cdot}958 \cdot 10^{21} \text{ tun}.$$

Tuto hmotu prosvítí slunce za

$$\frac{5{\cdot}9 \cdot 10^{21}}{17 \cdot 10^{13}} = 35 \cdot 10^6 \text{ roků}.$$

Slunce jest však $324 \cdot 10^3$-krát hmotnější než země. Proto jest tolikrát trvanlivější. Násobíme poslední dvě čísla a dostaneme

$$11 \cdot 10^{12} \text{ roků},$$

vrchní hranici pro trvanlivost soustavy planetární.

Poněvadž jiné stálice mají hmoty téhož řádu jako slunce, je toto číslo sdělením o trvanlivosti hvězdného nebe kol nás. Může trvati tak nějakých

100 billionů roků.

Co dříve bylo, a co potom bude, prozatím nevíme. Snad další pokroky vědy přinesou nám nové výhledy do hlubin času.

Maxwellovy rovnice. Jsou dva vektorové světelní, elektrický $\mathfrak{E}$ a magnetický $\mathfrak{M}$; oba jsou příční:

$$div\ \mathfrak{E} = 0, \quad div\ \mathfrak{M} = 0.$$

Tyto dvě relace lze stáhnouti pomocí imaginární jednotky i v jednu rovnici

$$div\ \mathfrak{A} = 0,$$

kde

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{E} + i\mathfrak{M}.$$

Differenciální rovnice pro soujemný vektor $\mathfrak{A}$ obdržíme z podmínky kontinuity, pomocí principu relativnosti. V časopise J. Č. M., ročník XL., str. 574, r. 1911, bylo vyvozeno, že rovnice vektoru, jenž zachovává kontinuitu, zní

$$\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} = curl\ \mathfrak{B},$$

čím řečeno, že časový vzrost vektoru $\mathfrak{A}$ víří.

Který pak vztah mezi vektory $\mathfrak{A}$ a $\mathfrak{B}$ jest *nejjednodušší?* Patrně, když vektorové ti jsou si *úměrni.* Nuže, položíme-li

$$\mathfrak{A} = i\mathfrak{B},$$

dostaneme rovnice Maxwellovy ve formě

$$i\,\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} = curl\ \mathfrak{A},$$

kterou již roku 1901 objevil Jindřich Weber. Co tehda bylo nepochopenou kuriositou, objasnilo se právě před námi pomocí principu relativnosti.

Princip Dopplerův a aberrace. Z Weberovy formy Maxwellových rovnic lze velice snadno methodou Koláčkovou dopracovati se rovinných vln. Vlna šířící se směrem (lmn) dána vektorem

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{a}\ e^{\nu i(t - lx - my - mz)},$$

kde a jest soujemný na poloze i čase nezávislý vektor. Tento vektor jest na směru (lmn) a sám na sobě kolmý; $\nu = 2\pi N$, kde N je kmitočet.

Šíří-li se vlna proti kladnému směru osy x, zní exponent

$$\nu i\,(t + x).$$

Šíří-li se vlnění proti směru osy z, zní

$$\nu i\,(t + z).$$

Vyšetřme si, co budeme pozorovati, když se účastníme pohybu nového kříže $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ rychlostí q směrem kladné osy x. Pak se starý kříž pohybuje vůči novému rychlostí $-q$, což vyjadřuje soustava vzorců:

$$\begin{aligned} t &= k\,(\bar{t} + q\bar{x}) \\ x &= k\,(\bar{x} + q\bar{t}) \\ y &= \bar{y} \\ z &= \bar{z}. \end{aligned}$$

Dosadíme-li do obou exponentů, jest

$$\nu ik\,.\,(\bar{t} + \bar{x} + q\,(\bar{x} + \bar{t})) = \nu ik\,(1 + q)\,(\bar{t} + \bar{x})$$
$$\nu ik\,.\,(\bar{t} + q\bar{x} + \bar{k}\bar{z}).$$

V novém kříži jest tedy důsledkem prvého vzorce, že

$$\nu' = \nu k\,(1 + q)$$

$$N' = N\frac{1 + q}{\sqrt{1 - q^2}},$$

z čeho pro malé q princip Dopplerův

$$N' = N\,(1 + q).$$

Z druhého vzorce plyne obdobně

$$N' = \frac{N}{\sqrt{1 - q^2}},$$

což prozatím experimentálními prostředky zjistiti nelze. Stačí však na zjištění aberrace. Vlna v pohyblivém kříži má směrné kosinusy

$$l' = q, \quad m' = 0, \quad n' = \frac{1}{k}.$$

Je tedy aberrační úhel φ dán relací

$$tg\,\varphi = \frac{q}{\sqrt{1 - q^2}},$$

z čeho pro malé q plyne obvyklý aberrační vzorec.

Princip Dopplerův a aberrace jsou tedy projevem principu relativnosti, jak objevili hned tvůrcové nového principu. Proto dělala dříve aberrace tak veliké obtíže. Nezapadá do rámce starší fysiky. Když jsem byl ve Vídni, vypravovali si jednou studenti, že stařičký professor Weis, astronom, odvozuje aberraci z emanační theorie. To jim bylo k smíchu. Ale nešlo jinak. Principu relativnosti tehda nebylo a z fondu ostatních představ fysikálních aberraci *jednoduše* odvoditi nelze.

Zákon korrespondujících stavů a nový. princip. Vyjděme od přibližné relace

$$pv = R\frac{m}{\mu}T.$$

Součin pv jest dle své dimense prací FL; dělíme li tu hmotou m, ukáže se, že

$$R\frac{T}{\mu}$$

má za dimensi čtverec rychlosti. Je tedy

$$\sqrt{R}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 9{\cdot}12 \,.\, 10^3\sqrt{\frac{T}{\mu}}\,\frac{cm}{sec},$$

kde T jest absolutní temperaturou, μ molekulární vahou.

Dle van der Waalsova zákona korrespondujících stavů lze se nadíti, že také rychlosti tyto v korrespondujících stavech dvou plynů budou si úměrny

$$\overline{V} = \alpha V.$$

Poněvadž ale dle principu relativnosti maximu rychlosti, rychlosti světla, musí přislušeti zase toto maximum, bude nutně neznámé α jednotkou u všech plynů, tak že pro korrespondující stavy

$$\overline{V} = V.$$

Kdyby zákon platil přesně, byl by pro korrespondující stavy dvou plynů

$$\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

pro oba stejným číslem. Poněvadž platí přibližně, vyjde jen přibližně totéž číslo. Dle numerické hodnoty tohoto čísla, jež stanovím pomocí temperatury *kritické*, řadí se různé látky v následující třídy:

1. Helium, xenon, krypton, neon, argon; číslo stoupá dle pořadí od 1·50 do 1·95.

2. Dusík, kyslík, kysličník uhelnatý stoupají od 2·13 do 2·20.

3. Kysličník dusičitý, chlor, aethylaether stoupají od 2·44 do 2·51.

4. Kysličník siřičitý, kysličník uhličitý, kysličník dusnatý, benzol, sirouhlík stoupají od 2·59 do 2·68.

5. Chlorovodík, aethylen, methan, aethan, aethylalkohol sirovodík stoupají od 3·01 do 3·31.

Z řady vybočuje prozatím vodík (4·36), ammoniak (4·87) a voda (6·00), což se zdostatek omlouvá zvláštnostmi těchto tří látek.

Patrně dovedl nás zde princip relativnosti k pravidelnosti příbuzné t. zv. zákonu Dulong-Petitovu. Uvádím to zde hlavně, abych osvětlil velikou heuristickou cenu nového principu; hlouběji zjev, na nějž jsme zde narazili, prozatím sledovati nehodlám.

Předvedl jsem vám úmyslně úspěchy principu na různé půdě. Již v minulé přednášce odvodil jsem z něho větu o setrvačnosti, vysvětlil jistý psychologický klam a rozhodl mezi světovou soustavou Ptolemaiovou a Koperníkovou.

První dnešní příklad byl více povahy filosofické; šlo o vysvětlení našeho rámce pro celou přírodu. Objasnili jsme si pomocí nového principu, proč vidíme přírodu v prostoru rozloženou, časově proměnlivou. Pak jsme vyšetřovali nepružný ráz, jehož zákon jsme dostali z vlastností geometrických, jež má soustava tří jedním bodem procházejících přímek. Netřeba mluviti o hmotách, ani o hybnosti, ani o jich zachování při rázu; stačí elementární geometrický pojem dělícího poměru a vše ostatní objevíme. Objevíme i proměnlivost hmoty v nové mechanice, od níž jest jen krůček k malé úvaze, jíž jsem odhadl trvanlivost slunce a světa stálic vůbec. Následovala lehounká dedukce rovnic Maxvellových; ukázalo se, že rovnice ty jsou z nejjednodušších zjevů dvouvektorových. Odtud jest intimní vztah úkazů elektromagnetických k principu relativnosti, odtud dojem, jenž vedl ku snahám, jež se označují heslem *elektromagnetický obraz světový*. Pak jsme lineárnými úvahami dospěli k větě Dopplerově a větě abberační. Konečně jsme z myšlenky o limitní povaze rychlosti světla dospěli přes zákon korrespondujících stavů k jisté pravidelnosti mezi molekulární vahou a kritickou temperaturou, jež bez odvolání na princip relativnosti by byla nepochopitelnou zvláštností.

Měli jsme úspěch při užívání principu. Takových úspěchů mohl bych vám arci předvésti mnohem více, kdyby to čas mně vyměřený dovoloval. Myšlenku, jež vede k úspěchům, nelze však zanedbati, i když má některé důsledky zarážející. Snad náleží princip relativnosti k oněm *pružným* myšlenkám, jež zachováváme, ať se experimentální cestou objeví cokoliv. Ale i takové myšlenky, jako na příklad Euklidova geometrie, princip zachování energie, jsou velice důležité a zasluhují, abychom jim věnovali plnou pozornost.

Kinematika theorie relativnosti.

Napsal řed. **Ant. Libický.**

(Pokračování.)

Podobně jest dle vysloveného principu v soustavě čárkované

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2;$$

z obou těchto rovnic plyne pak důležitá relace:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2, \tag{4}$$

t. j. kvadratická forma $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$ jest nezměněná, čili jak říkáme invariantní vzhledem k transformaci určené rovnicemi (2).

V našem případě jest $y = y'$, $z = z'$, tudíž

$$x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2; \tag{4a}$$

vložíme-li na pravé straně této rovnice za x' a t' hodnoty plynoucí z (2*b*), nabudeme

$$x^2 - c^2t^2 = (\alpha_{11}^2 - c^2\alpha_{41}^2)\, x^2 - (c^2\alpha_{44}^2 - v^2\alpha_{11}^2)\, t^2 \\ - 2\,(\alpha_{11}^2 v + \alpha_{41}\alpha_{44}c^2)\, xt.$$