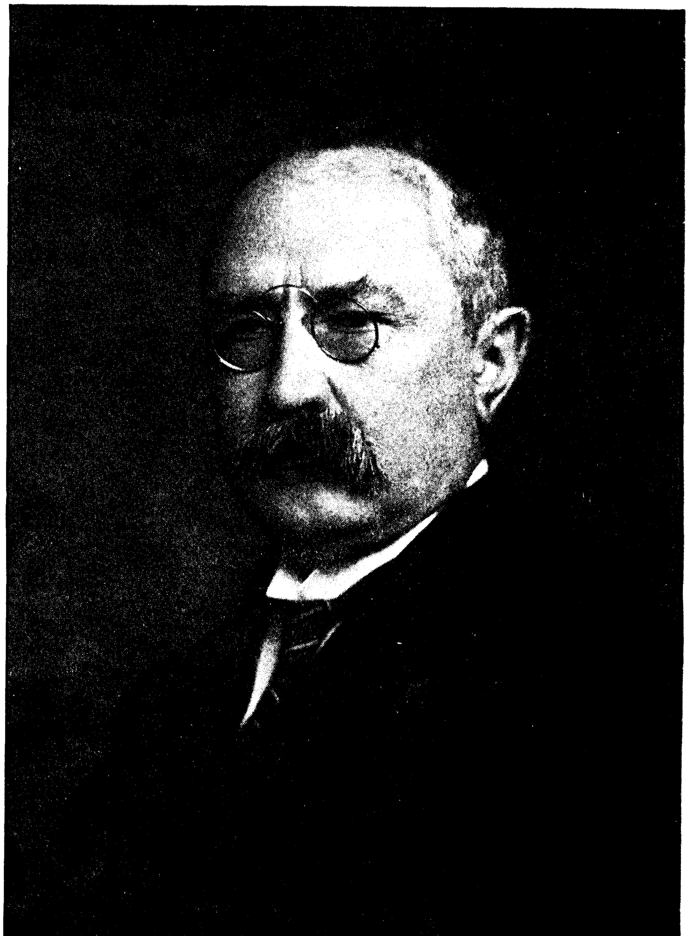
František Nušl; Miloš Kössler

Karel Petr. Stručný nástin jeho života a stručný přehled jeho prací

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 57 (1928), No. 3-4, 169,169a,170–182

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121379



Prof. Dr. KAREL PETR

KAREL PETR.

Stručný nástin jeho života a stručný přehled jeho prací napsali k jeho šedesátinám FR. NUŠL a M. KÖSSLER.

Jistě že by každému mládí měly býti otevřeny dveře všech různých typů škol — se stejnou možností přístupu — aby pokračoval nejpříznivějším způsobem podle svého zdraví a podle prokázaných schopností. Dnes tomu brání hlavně majetkové poměry rodičů. Výchova přizpůsobuje se typům škol nejbližšího okolí, často na úkor vývoje žáků mimořádně nadaných. Avšak jsou výminečné případy, které nutí k přemýšlení a ukazují po případě veliké výchovné možnosti, v poměrech zdánlivě zcela beznadějných.

Náš šedesátník, prof. Karel PETR, narodil se ve Zbyslavi, kde otec byl barvířem. Venkovská škola byla v zimě plná dětí, ale v létě zela prázdnotou. Učitel přemýšlel, jak učiti v tomto případě na př. 5 dětí, aby jeho vlastní námaha byla co nejmenší? A vymyslil toto řešení. Rozdal žákům řadu početních úkolů, bez výběru, tak, jak v početnici za sebou následovaly a pak podle nálady sám četl nebo podřimoval. To se častěji opakovalo. PETR byl jedním z těch žáků, počítal a brzy shledal, že všecky obtíže překonává čím dále tím snáze, a počítal rád. Hle, tu bylo docíleno špatnou metodou znamenitého výsledku. Žák viděl úspěch svého studia a vyhledával další obtíže, aby úspěch znásobil.

Matematické sebevědomí, jež takto v PETROVI rostlo, bylo velmi utvrzeno následující příhodou: Otec jeho se pustil do stavby malého domku a aby ho stavitel v účtech nešidil, přepočítával se starším synem kubaturu zdiva. Ale výpočty se jim nedařily, součet krychlových metrů byl zcela nemožný. Tu Karel — o čtyři roky mladší svého bratra — nejen že ihned chybu našel, nýbrž i velmi jednoduše vypočítal správný výsledek. Byla to malá příhoda, ale jaký triumf v životě kluka.

Když jsme později, v druhém roce universitních studií spolu sedávali v malém útulném pokojíku na astronomickém ústavě, vypravoval mi PETR, jak rád vzpomíná prvních dobrých svých učitelů na nižším gymnasiu v Čáslavi, filologa RUTHA a historika STRÁNSKÉHO, jenž také matematiku vykládal. Na vyšším gymnasiu v Chrudimi pak to byli prof. matematiky F. STRÉR a prof. fysiky J. BERNHARD, kteří poznali PETROVO nadání a plně je podporovali. Zvlášť knihovna prof. STRÉRA stala se mu prvním zdrojem studia matematiky. V sextě řešil úlohy v Časopise, studoval HERROVU a SCHLÖMILCHOVU Analysu a ještě na střední škole uveřejnil v Časopise první svoje pojednání.

V astronomickém ústavě svoji četbu značně rozšířil, neboť jsme mohli svobodně užívati knihovny, jíž prof. SEYDLER věnoval velkou péči, protože tehdá na dlouho nebyla naděje na jinou činnost ústavu, než teoretickou nebo počtářskou. SEYDLER sám byl výborným počtářem, dovedl sčítati celé sloupce čísel a při tom s námi hovořil jakoby nepočítal. Za jeho milého vedení zamilovali jsme si číselné počítání a oba s vděčností na ty doby vzpomínáme.

Vedli jsme jakousi vlastní domácnost. Měli jsme společnou pokladnu, do níž se ukládaly všecky došlé peníze, příspěvky z domova, seminární podpory i Bolzanovo nadání, jež PETR získal prací „O důkaze fundamentální věty z algebry". Vedle číselného počítání a seminárních prací studovali jsme poměrně velmi málo. Za to jsme četli mnoho pokrokové četby. PETR byl ve výboru Slavie, stýkal se s CÍŽKEM, SOKOLEM a jinými předáky tehdejšího studentského života. Pro účastenství na důvěrné protestní schůzi, z níž byl odeslán děkovný telegram pruskému ministru vyučování, protože k oslavě Komenského nařídil školní prázdno, kdežto u nás nebyly oslavy povoleny, dostali jsme důtku sboru. Tehdejší děkan JARNÍK si všecky zjištěné vinníky jednotlivě k sobě pozval a vyřizuje důtku, skoro se nepřestal usmívati. V naší Jednotě PETR vedl na valných schůzích oposici, která vytýkala rok za rokem, že se málo peněz věnuje na knihovnu a docílila opět a opět zvýšení příslušného rozpočtu. Ve STROUHALOVĚ praktiku pracovali jsme společně na těchže úkolech. Kdysi nám asistenti přidělili měření ohniskové dálky čoček. STROUHAL se u nás zastavil a vyptával se na hlavní roviny. Nic jsme o nich nevěděli, ale PETR odpověděl s tak naprostou určitostí něco o středu čoček a o kolineárním zobrazování, že STROUHAL nic nenamítal. Divil jsem se PETROVĚ odhodlanosti, on však často takovou metodou zkoumal své bližní. V příštím praktiku jsme už znali hlavní roviny a já jsem jen stěží udržel příslušně vážnou tvář, když STROUHAL nás znovu vyhledal a s málo slibujícím usměvem začal: „Tak PETR" — nikdy neříkal ani svým asistentům „pane" a divil se SEYDLEROVI, že nás tak tituloval — „jak to bylo s těmi hlavními rovinami?"

V třetím roce těžce onemocněl zánětem pohrudnice a při jedné návštěvě v nemocnici jsem ho zastihl v rozhorleném hovoru s těžce nemocným kolegou filosofem, jenž se velmi rozčiloval. Opatrovnice mi povídala, že se takhle i v noci hádají, ač jsou na tom ze všech nemocných nejhůře (filosof zemřel). Když jsem poněkud pochopil, o čem se přeli, divil jsem se, proč PETR odporuje a namítá něco, čemu jistě sám nevěří. „Abych ho poučil; křičí, místo aby hledal lepší důvody."

Za dne bývali jsme málokdy oba doma, ale když se PETR odkudkoli vrátil, chtěl, abych byl také doma. Žárlil na všecky známé Hradečáky nebo fysiky, s nimiž jsem se stýkal, z Hradečáků jedinou nynější moji ženu vyjímaje. Umlouvali jsme se, kdy se kdo vrátíme, a on zle trpěl, kdykoli jsem se opozdil, takže se to později zřídka opakovalo. SEYDLER byl už tenkráte těžce churav, celé semestry nepřednášel a vůčihledě slábl, až jsme se s ním r. 1891 rozloučili. To bylo v posledním roce PETROVA pobytu v Praze. Já jsem se potom stal asistentem prof. STROUHALA a PETR odejel s velikým kufrem plným knih, vypůjčených ze všech knihoven, a v klidu svého rodiště téměř rok úsilovně studoval, připravuje se ke státním zkouškám. Pak učil 10 let na středních školách v Chrudimi, Brně, Přerově, Olomouci a zase v Brně.

Kdysi na začátku těch deseti let, když už jsem byl také kdesi suplentem, setkal jsem se v tramvaji na Václavském náměstí s Tondou ČÍŽKEM, jak jsme mu jinak neříkali. Ukazoval mi „Písně Otroka" s poznámkou, to že je čtení pro naši mládež, to že bychom měli vykládat místo veškeré matematiky. PETR že ho však velmi zarmoutil, přestal být rebelantem a studuje v Chrudimi na buržousta. PETR totiž našel v rodině ředitele V. POŠUSTY nynější svou ženu Bedřišku a zcela podle evangelia opustil přátele i rodiče a přidržel se jí. A jakým to bylo pro něho štěstím, dovede pochopiti jen ten, kdo ho slyšel mluviti v prvních letech v Praze o beznadějné budoucnosti a o skličujícím vědomí o marnosti všeho žití. Sám říká, že teprve po svatbě v Přerově 1896 začal vážně studovat.

O jeho získání pro Prahu zasadili se hlavně prof. KOLÁČEK a prof. RAYMAN, jenž i do Brna zajel, aby vše s PETREM dobře dojednal. PETR dostal dovolenou na střední škole, habilitace brněnská z vyšší analyse a teorie forem byla přenesena na universitu v Praze a od r. 1903 začal přednášeti.

Dokud jsme ještě byli na astronomickém ústavě, zmínil se mi několikráte s nadšením o kráse jistých vývodů a důkazů v JORDANOVĚ Analyse nebo o KIRCHHOFFOVĚ mechanice, kterou nazval přímo matematickou básní. Vyhledal jsem si tehdá tajně ona místa a četl jednou, dvakrát — ale nebyl jsem nadšen, scházelo mi všechno přípravné studium, jež si PETR přinesl již ze střední školy. Studoval jsem spíše chemii u ŠAFAŘÍKA, BRAUNERA a ŠULCE, fysikální filosofii MACHOVU a SEYDLEROVU a z matematiky jen to málo, čeho bylo třeba ke státní zkoušce u prof. STUDNIČKY. Teprve po patnácti letech, když jako docent astronomie jsem byl vybídnut prof. PELZEM, abych se ucházel o profesuru matematiky na technice v Praze, radil jsem se s PETREM, co by mi doporučil ke studiu. Pročetl jsem APPELLA, studoval CESARA a začal chápati elegantní výklady JORDANOVY a GOURSATOVY. PETRA samého jsem slyšel přednášeti jen jednou, ve vysokoškolských kursech pro učitele středních škol. Vykládal o číslech racionálních, iracionálních a transcendentních s takovou jednoduchou, virtuosní samozřejmostí, že jsem nyní zase já žárlil na všecky nové jeho přátele-posluchače, zvlášť na své bývalé středoškolské žáky, jimž bylo dopřáno slyšeti jej denně. Z každého hovoru jsem vyciťoval, jak jejich matematické vědomosti brzo daleko překračovaly můj nejvzdálenější obzor.

Dnešního dne si všichni, staří přátelé a nová generace žáků, podáváme ruce, abychom PETRA potěšili slavnostním číslem Časopisu, jež začíná stručným přehledem jeho dosavadního velikého díla a končí ukázkou plných klasů, jež vyrůstají z jeho požehnané setby.

Přeji příteli PETROVI mnoho zdraví a mnoho podobných překvapení jako bylo to, o němž se zmínil nedávno v Akademii, když předkládal první práci jednoho z nejmladších svých žáků.

F. Nušl.

Vědecká činnost prof. Dra K. PETRA jest velmi rozsáhlá. Dotýká se celé řady oborů vědy matematické a v mnohých z nich přináší výsledky nové, ceny trvalé.

Analytická teorie číselná jest vedle nauky o algebraických formách hlavním oborem, v němž pracoval od počátku své činnosti téměř bez přestávky. Zabývá se především teorií forem kvadratických záporného diskriminantu.[1]) L. KRONECKER odvodil pomocí kompleksní multiplikace eliptických funkcí osm rekurentních vzorců pro počet tří binárních forem kvadratických záporného diskriminantu (Journ. für Mathem. 57, 1860, str. 248—255). Bezprostředně potom (Copmtes Rendus 1861) podařilo se C. HERMITOVI odvoditi některé z těchto vztahů z rozvojů funkcí theta v řady, tedy způsobem mnohem jednodušším. PETR (8)[2]) zdokonaluje metodu HERMITOVU tak, že se mu podařilo jednak odvoditi všechny výsledky KRONECKEROVY a mimo to dostává formule pro rozklad čísla v součet tří čtverců. Místo GAUSSOVÝCH podmínek pro koeficienty redukované formy používá podmínek SELLINGOVÝCH, čímž dociluje značného zjednodušení. KRONECKEROVY relace mají na levých stranách rovnice součty tvaru

$$\sum_k F\,(n - k^2)$$

[1]) Čtenář najde vysvětlení základních pojmů zde užívaných na př. v knihách: L. DIRICHLET, Vorlesungen über Zahlentheorie. Braunschweig., nebo E. LANDAU: Vorlesungen über Zahlentheorie. Hirzel, Lipsko 1927. Sv. I.

[2]) Čísla v závorce vztahují se k seznamu prací vžadu uveřejněnému.

kdež $F(x)$ značí počet tříd vlastně primitivních forem diskriminantu $-x$ a na pravé straně vystupují dělitelé čísla n po případě $2n$. Při tom k postupuje aritmetickou řadou, jejíž diference jest 1 nebo $2, 2^2, \ldots$ J. GIERSTER a A. HURWITZ ukázali, že lze odvoditi podobné relace, kdež k postupuje aritmetickou řadou, jejíž diferencí jest libovolné prvočíslo. PETR (10, 14) ukazuje, že tento nekonečný počet relací jest jen počátkem řady dalších, obecnějších a odvozuje jedenáct formulí, kde proměnná v součtech levé strany postupuje řadami $n - 2k^2$, $n - 3k^2$, $n - 5k^2$, $n - 6k^2$ a k roste řadou aritmetickou s diferencí 1 nebo 2 nebo 4. Poprvé v literatuře objevují se zde formule odvozené z teorie eliptických funkcí, které na pravé straně obsahují celistvá řešení indefinitní kvadratické formy, jako na př. ve vzorci

$$\Sigma(-1)^{\nu} F(n-2\nu^2) = \Sigma(-1)^{x+y-1} . x; \; x^2-2y^2=n, \; x \geqq 2y, \; y \geqq 0.$$

Sčítání podle ν vztahuje se k číslům $\ldots -2, -1, 0, +1, +2, \ldots$ Z rozvojů užitých k řešení naznačených úloh vyplývají současně výrazy pro počet řešení neurčitých rovnic, jako $x^2+y^2+z^2+ + 3u^2 = n$, $x^2+y^2+z^2+5u^2=n$ a pod., které poprvé jiným způsobem odvodil LIOUVILLE.

V pojednání (15) odvozuje PETR podobné relace pro rovnice

$$x^2+y^2+9z^2+9u^2=n, \quad x^2+y^2+z^2+9u^2=n,$$
$$x^2+9y^2+9z^2+9u^2=n.$$

Vychází ze vztahů mezi funkcemi theta, které jsou bez důkazu uvedeny v GAUSSOVĚ pozůstalosti a které částečně dokázal GÖRING (Math. Ann. 7). PETR provádí úplný důkaz podle poznámky v GAUSSOVĚ rukopisu.

Řadu dalších nových relací pro počet tříd objevuje PETR užívaje své již osvědčené metody v pojednáních (51) a (54). Jsou to na př. relace tvaru

$$F(\mathrm{N}) + 2\sum_k F(\mathrm{N}-9k^2); \quad \sum_k F\left(\frac{\mathrm{N}-(9k \pm a)^2}{9}\right),$$

kdež $a = 1, 2, 4$ podle toho, je-li $\mathrm{N} \equiv 1, 4, 7 \pmod 9$. Na pravé straně vystupují dělitelé čísla N jednak reální, jednak kompleksní.

Práce, o nichž jsme dosud mluvili, vztahují se k rekurentním relacím mezi počtem tříd. Přímý výpočet počtu tříd záporného diskrimantu D provedl DIRICHLET, užívaje řad po něm pojmenovaných

$$\sum_x \sum_y \frac{1}{(ax^2+bxy+cy^2)^s}$$

v okolí singulárního bodu $s = 1$. (Viz n. př. DIRICHLET l. c. Kap. V.) POINCARÉ užil k témuž účelu řad mocninných

$$\sum_x \sum_y q^{ax^2+bxy+cy^2}$$

v okolí singulárního bodu $q = 1$. Těmto obtížným limitním přechodům lze se vyhnouti, jak ukázal PETR (33, 35), když užijeme funkcí theta vhodným způsobem. Pak stačí k odvození počtu tříd h jednoduchá věta z teorie funkční: Funkce $1/\log x$ není rozvinutelna v řadu podle mocnin čísla x pro $|x| < 1$. Tím způsobem získává pro číslo h vzorce

$$h = -\frac{1}{|D|}\Sigma(D,k)\,k;\quad h = \frac{1}{2\sqrt{-D}}\,\Sigma(D,k)\cot\frac{\pi k}{|D|},$$
$$k = 1, 2, \ldots -D-1.$$
$$h = \Sigma(D,\nu) - \frac{2}{|D|}\,\Sigma(D,\nu)\,\nu;\quad h = \frac{1}{\sqrt{-D}}\,\Sigma(D,\nu)\cot\frac{\pi\nu}{|D|},$$
$$\nu = 1, 2, \ldots \left[\frac{-D}{2}\right].$$

kdež (D, k) značí WEBEROVO zobecnění LEGENDREOVA symbolu (H. WEBER, Nachrichten zu Göttingen 1893). Současně odvozeny jsou hodnoty GAUSSOVÝCH součtů a další formule pro počet tříd h, když diskriminant jest rozložitelný na součin $-D = D_1 . D_2$ nebo na součin $-D_1 . D_2 . D_3$.

Velký vědecký význam těchto prací jest všeobecně uznáván. To plyne jednak z té okolnosti, že jsou v podrobných výtazích převzaty do velkého historického kompendia L. E. DICKSONOVA: History of the theory of numbers. Washington (1923), sv. III, str. 92, 160—163, 178—179, 181. 188—190. G. H. CRESSE, který do knihy té napsal kapitolu o kvadratických formách cituje jméno PETROVO mezi předními pracovníky v této nauce. Druhým důkazem jest, že výsledky PETROVY jsou od mnoha autorů citovány, znovu dokazovány a že tvoří východisko k dalším pracím. Uvedeme jen namátkou jména těchto autorů: G. HUMBERT (Jour. de Mathem. (6), 3, 1907, str. 337—449), L. J. MORDELL (Messenger Mathem. 45, 1915, str. 76—80, 177—180; dále 46, 1916, str. 113—128), J. CHAPELON (Thése: Sur les relations entre les nombres des classes de formes quadratiques binaires, Paříž 1914; Jour. de l'Ecole Polyt., Paříž, 19, 1915), J. V. USPENSKY (Copmt. R. of the V. mathem. int. Congres, Toronto, 1924).

Další systemat. užití teorie funkcí theta umožnilo PETROVI provésti důkaz dvou vět LIOUVILLEOVÝCH vyslovených bez důkazu (Jour. de Mathem. (II) 9. sv., 1864, str. 269—298 a 11. sv., 1866, str. 1—8). Běží o rozklad čísla $n = 2^{\lambda+1}$. N, kdež N jest liché, na součet desíti po případě dvanácti čtverců. Vzorec LIOUVILLEŮV pro rozklad na dvanácte čtverců zní

$$P_{12}(n) = \tfrac{24}{31}\,(21 + 10 . 2^{5\lambda+5}) . \Sigma d^5$$

kdež součet vztahuje se ke všem dělitelům čísla N, vzorec pro rozklad na deset čtverců jest složitější. PETR dokazuje první (17, 26) tato tvrzení užívaje pro dvanáct čtverců čtvrté derivace funkce $p(u)$ a pro deset čtverců čtvrté derivace funkce $\Theta_\beta \Theta_\gamma \frac{\Theta_\alpha(v)}{\Theta(v)}$, čímž získává rozvoj pro $(\Sigma q^{k^2})^{10}$.

Další práce PETROVY z teorie číselné zabývají se neurčitou rovnicí $x^3 + y^3 + z^3 = u^3$, (44), důkazem věty WILSONOVY (16) symbolem LEGENDRE-JACOBIOVÝM (45) a rovnicí PELLOVOU (67, 68, 69). V tomto posledním předmětu dospívá PETR k zcela novým výsledkům. Podnětem byl mu článek M. THIELMANNŮV (M. A. 95 (1926), str. 635), který jedná o řešitelnosti rovnice

$$t^2 - D \, . \, u^2 = = 1$$

celými čísly pro $D < 10^4$ na základě tabulek, aniž může svou empiricky získanou větu dokázati. PETR dospěl, užívaje řetězových zlomků k této větě, v níž tvrzení THIELMANNOVO jest dokázáno jako speciální případ: Mimo rovnici PELLOVU

$$\xi^2 - D\eta^2 = 1 \tag{1}$$

při daném D jest vždy řešitelna celými čísly jedna a jenom jedna z rovnic

$$\begin{aligned} D_1 u^2 - D_2 v^2 &= \pm 1, \\ D_1 u^2 - D_2 v^2 &= \pm 2, \end{aligned} \quad D_1 . D_2 = D, \quad D_1 < D_2. \tag{2}$$

Při $D_1 = 1$ nutno vzíti v první rovnici znaménko -1. V druhé rovnici jest u nesoudělno s D_2, v s D_1, D_1 a D_2 mají společnou míru jen 1 nebo 2. Nejmenší řešení rovnice (1) vyplývá pak z nejmenšího řešení příslušné rovnice (2).

Druhým velkým oborem matematiky, jímž prof. PETR se systematicky zabýval, jest teorie algebraických forem. Rovněž zde dospěl k výsledkům novým a vynikajícím. Prvá práce sem spadající (4) jedná o semiinvariantech binárních forem, t. j. takových funkcích koeficientů, které se násobí nejvýše mocninou determinantů, transformujeme-li formu substitucí $x_1 = \lambda x'_1 + \mu x'_2$, $x_2 = \gamma x'_2$. PETR odvozuje zde prostým způsobem jistý vzájemně jednoznačný vztah mezi tak zv. mocninnými členy a semiinvarianty formy, objevený CAYLEYEM, který užil k tomu tak zv. „partitio“ čísel. Dále naznačena jest metoda ku vypočítávání relací mezi semiinvarianty, odvozena věta o symbolickém vyjádření a konečně vypočten počet semiinvariantů dané váhy a stupně buď 3. nebo 4.

Ve čtyřech pracích (30, 31, 37a, b, 43) odvozuje PETR jistý rozvoj pro formy n-ární o m řadách proměnných. Takovými rozvoji zabýval se CAPELLI, který ve svém důkazu nahradil diferenciální operaci CAYLEYOVU Ω operacemi polárními. PETR dostává své výsledky ve formě velmi hotové a jednoduché bez tohoto nahražení. Formule jeho shoduje se v podstatných věcech s formulí odvozenou DERUYTSEM, předčí však tuto v tom směru, že podán jest výpočet numerických koeficientů. Navazuje na tento rozvoj (37a, b), stanoví PETR počet invariantních útvarů na sobě lineárně nezávislých, příslušných k danému systému forem a daných stupňů v koeficientech těch forem i daných váh podle indexů. Sestrojuje tak zv. „surové“ vytvořující funkce a v některých speciálních případech redukované vytvořující funkce, pomocí nichž sestavuje kompletní systém invariantů.

V práci (32) pojednáno jest o rozvoji CLEBSCH-GORDANOVĚ pro formy o více řadách binárních proměnných, který při dvou řadách se osvědčil, jako velmi užitečný při stanovení úplného systému základních invariantních útvarů. Autor zabývá se tímto rozšířeným rozvojem pro případ, že stupeň formy v jedné řadě proměnných jest větší nebo roven součtu stupňů ostatních řad, pro kterýžto případ získává výsledky zvláště jednoduché. Koeficienty rozvoje jsou zde eksplicitně vypočteny. V článku (36) rozšířeny jsou některé výsledky a pojmy z nauky o formách binárních na formy n-ární, hlavně ty, které se týkají rovnic diferenciálních, jimž útvary ty hoví a zobecněn jest pojem semiinvariantu. Nutné a postačující podmínky pro to, aby I bylo invariantním útvarem podali DERUYTS a CAPELLI ve formě difer. rovnic. PETR nahražuje je jinými jednoduššími, obsahujícími operace záměnné, čemuž tak není u jmenovaných autorů.

Zvláště jest třeba promluviti o veliké práci prof. PETRA (65, 66), týkající se simultánních invariantů tří ternárních forem kvadratických. Práce tato z posledních let, vyžadující nejen velkého důvtipu ale i namáhavých a dlouho trvajících výpočtů, svědčí o výborné duševní kondici autorově a jest radostnou zárukou, že prof. PETR jest vzdor těm šedesáti letům v plné síle pracovní. V pojednání tomto sestrojuje nejdříve vytvořující funkci pro počet invariantních útvarů na sobě lineárně nezávislých tří ternárních kvadr. forem, užívaje při tom výsledků své dřívější práce (37a, b). Vytvořující funkce jest v podstatě dána racionální funkcí $P(\xi, \eta)$, jejíž jmenovatel skládá se z 22 činitelů, čitatel jest pak v ξ a η polynom stupně desátého. Autor udává všechny faktory jmenovatele a koeficienty čitatele sestavuje do rozsáhlých tabulek dvojím způsobem. Výpočet čitatele byl velmi pracný přes to, že se podařilo sestrojiti různé zkracující metody, které současně podávají dobrou kontrolu výsledků. Z této vytvořující funkce vyvozuje dále důsledky pro systém invariantních útvarů. Dospívá k výsledku, že ze 127 invariantních útvarů kompletního systému tří kvadratických forem ternárních, který našel CIAMBERLINI (Giorn. di mat. 24, 1886, 141) jest jistě 121 již ireducibilních. Pro zbývajících 6 útvarů, které se však v podstatě redukují jen na dva, nelze rozhodnouti z vytvořující funkce, zda jsou ireducibilní. K tomu by bylo potřebí dalších vyšetřování, které však již nebudou činiti obtíží nepřekonatelných. Autor vyslovuje domněnku, že útvary tyto dají se redukovati.

Další řada prací prof. PETRA vztahuje se ke kořenům dané rovnice algebraické. Mnohé z nich souvisí přirozeně s teorií forem algebraických. Zabývá se teorémy o separaci těchto kořenů, zjišťuje podmínky pro to, aby kořeny byly reálné a nalézá metody pro numerický výpočet kořenů. Jsou to práce čís. 3, 5, 21, 22, 23, 28, 29, 41, 57, 60.

SYLVESTER (Phil. Trans. 154, 1864, str. 57) odvodil geometricky jednoduchá kritéria pro to, aby kořeny rovnice 5. stupně s reálnými koeficienty byly reálné. Pro rovnici 6. stupně pokusil se o to A. BRILL (M. A. 20, str. 330), ale nedospěl k úplnému řešení. Prof. PETR (5, 23) považuje rovnici stupně 5. za algebraickou formu, sestrojuje řadu invariantních útvarů této formy a z jejich znamének určuje počet párů kořenů kompleksních. Metoda tato dá se užíti na každou rovnici lichého stupně avšak pro rovnice stupně vyššího než pátého není k disposici úplný systém útvarů invariantních a kovariantních. Pro rovnice stupně 6. vychází autor (22) ze vztahu mezi lichým invariantem a ostatními čtyřmi sudými invarianty. Rovná-li se lichý invariant nule a zavedeme-li místo sudých tři absolutní invarianty, obdržíme rovnici mezi těmito, jíž jest pak možno interpretovati jako plochu v prostoru trojrozměrném. Pro řešení daného úkolu jest pak nutno vyšetřiti průběh této plochy a souvislost oborů, ve které se celý prostor touto plochou rozpadá. Autor pak stanoví, kolik kompleksních kořenů má rovnice, určují-li její invarianty bod v jednom z oněch oborů.

Již v jedné ze svých prvních prací (3) zabývá se PETR zobecněním řady STURMOVÝCH funkcí. Sestrojuje totiž řetězec determinantů, obsahujících součty mocnin kořenů dané rovnice, který má tu vlastnost, že v něm počet změn znaménkových udává počet párů kořenů kompleksních a kořenů záporných. BROCHARDT předtím (Jour. de Math. 12, 1845) sestrojil podobný řetězec, který udává počet párů kořenů kompleksních. Oba předchozí řetězce jsou obsaženy jako zvláštní případy v řadě determinantů, obsahujících za elementy x a součty mocnin kořenů. Tato řada tvoří STURMŮV řetězec. Autor konečně transformuje determinanty tohoto řetězce tak, aby v nich se vyskytovaly přímo koeficienty rovnice. Tím jest počet reálných kořenů dané rovnice úplně určen.

STURMOVÝMI funkcemi zabývá se PETR ještě v dalších svých pojednáních (21, 29, 60). H. SCHRAMM (Annali di Mat. 2, sv. 1, 1867, str. 259) dokázal, že tu řadu STURMOVÝCH funkcí, jež počtem změn znaménkových udává počet párů kořenů kompleksních lze vyjádřiti pomocí kovariantů dané formy. PETR dokazuje (29), že totéž lze provésti i pro STURMOVY funkce, vztahující se k reálným kořenům. V práci (21) o které bude zmínka ještě později odvozuje funkce S. z řady hlavních subdeterminantů v determinantu symetrickém, utvořeném pomocí koeficientů v rozvoji podílu dvou racionálních celistvých funkcí.

Věty DESCARTESOVU a BUDAN-FOURIEROVU, které mají velký význam pro separaci kořenů v praksi, dokazuje PETR velmi jednoduše (28), opíraje se o větu ROLLEOVU. Jeho důkaz jest jednodušší než LAGUERREŮV (Oeuvres de LAGUERRE, sv. I., str. 1) platný pouze pro větu DESCARTESOVU a má touž přednost, že totiž platí i pro rovnice s lomenými exponenty a i pro konvergentní řady mocninové. Rozšířením věty DESCARTESOVY pomocí transformace $x = \frac{a + by}{1 + y}$ zabývá se PETR v článku (41). Dokazuje novým způsobem větu STEPHANOSOVU kterou poprvé dokázal A. ZOUKIS (Bull. de la soc. math. de France, sv. 30, str. 181). Věta ta týká se počtu změn znaménkových v řadě jistých polárních funkcí. Z toho odvozuje následující výsledek: Má-li rovnice algebraická kompleksní kořeny, udává rozšířená věta DESCARTESOVA pro počet reálných kořenů mezi a a b výsledek přesnější anebo aspoň stejně přesný jako věta BUDAN-FOURIEROVA.

Významná jest práce (60). A. HURWITZ (M. A. sv. 46) pomocí věty CAUCHYOVY a po něm algebraicky L. ORLANDO (M. A. sv. 71) odvodili podmínky pro to, aby rovnice algebraická měla kořeny, jichž reálná část jest kladná. PETR cestou čistě algebraickou odvozuje kritérium, které umožňuje zjistiti počet kořenů, jichž reálná část jest větší než dané číslo reálné a. Užívá při tom rovnice, jejíž kořeny jsou poloviční součty dvou kořenů rovnice dané a sestrojuje zobecněné funkce STURMOVY pomocí algoritmu postupného dělení. Funkce ty řeší daný úkol. Při důkazu opírá se o své pojednání (21). Současně jest podán ryze algebraický důkaz fundamentální věty algebry. Práce tato jest velmi cenným příspěvkem k teorii separace kořenů rovnice algebraické a obsahuje výsledky HURWITZOVY a ORLANDOVY jako speciální případ. Při tom jeho kritéria jsou namnoze jednodušší, jak ukazuje na rovnici 4. stupně.

Geometrické práce prof. PETRA svědčí, že jeho zájem matematický jest velmi široký. Mnohé z nich jsou založeny na teorii alg. forem, avšak užívá také metod jiných. Sem vztahují se články 7, 9, 12, 18, 19, 27, 34, 38, 61. Při mnohoúhelnících PONCELETOVÝCH běží o to, vyšetřiti kdy jest možno sestrojiti mnohoúhelník jedné z daných kuželoseček vepsaný a současně druhé kuželosečce opsaný. Podmínky pro to ve formě racionálných celistvých funkcí invariantů byly stanoveny v obecném případě jen užitím funkcí eliptických. PETR (7, 9, 34) podává algebraické řešení tohoto problému a užívá vztahů odvozených k důkazu některých geometrických vět o mnohoúhelnících PONCELETOVÝCH.

Teorii racionálních křivek čtvrtého stupně (12) převádí na teorii tří kvadratických forem a odvozuje různé věty pro tyto křivky. Pomocí průmětu jisté konstrukce vyskytující se při konstrukci rovnoběžníka, provádí konstrukci racionálních křivek (18). Odvozuje věty z projektivní geometrie křivek racionálních třetího stupně (27). Velmi zajímavá jest následující věta PETROVA pro mnohoúhelníky rovinné (19, 38): Sestrojíme-li nad stranami obecného n-úhelníka rovnoramenné trojúhelníky s úhlem $\frac{2k\pi}{n}$ při vrcholech, určují vrcholy těchto trojúhelníků nový n-úhelník, který ovšem již není obecný. Provedeme-li postupně $(n-1)$ takových operací vesměs s různými úhly, přijdeme konečně k mnohoúhelníku, jehož všechny vrcholy splývají v jediný bod.

Prof. PETR užívá v mnohých svých pracích determinantů s oblibou a s velkým úspěchem. To týká se zejména teorie forem, teorie funkcí STURMOVÝCH a interpolace (11). Mimo to věnoval determinantům samostatné články, z nichž jeden byl přeložen do maďarštiny (13, 24, 25, 42). Tak odvozuje na př. nové vztahy mezi determinanty utvořenými z elementů matice hodnosti μ, za druhé zobecňuje jistou větu od G. RADOSE (M. A. 48, str. 417) a zjednodušuje i zobecňuje její důkaz. V článku (13) sestrojuje formuli pro výpočet determinantů z čísel BERNOULLIOVÝCH, což má praktický význam pro teorii interpolace ekvidistantní pomocí polynomů ČEBYŠEVOVÝCH (11). Signatura kvadratické formy $\sum_{i,k} a_{ik}\, x_i\, x_k$, $(a_{ik} = a_{ki})$ určuje se známým způsobem z počtu změn znaménkových v řadě hlavních subdeterminantů u determinantů $|a_{ik}|$. Vymizí-li několik sousedních členů v této řadě, selhává pravidlo. PETR v pojednání (21) dokazuje, že každá řada taková udává přesně signaturu, když každému členu, který vymizí, přidělíme znaménko jednoho z hlavních jeho subdeterminantů co nejvyššího stupně a od nuly různého, vymizí-li všechny jeho elementy, jest mu přisouditi znaménko kladné. Pravidlo PETROVO jest mnohem jednodušší a praktičtější než návod, který podal GULDENFINGER (Jour. für Math. sv. 91, str. 235).

Značnou pozornost věnoval PETR také numerickým výpočtům a metodám, které se k nim hodí. Hned jako student na fakultě se prakticky osvědčil výpočtem efemeridy planety ALINY (2). Dále ukazuje výhodné metody pro sčítání řad numerických (49). Objevuje novou metodu pro výpočet eliptických integrálů druhého druhu (52) pomocí substituce LANDENOVY a algoritmu aritmeticko-geometrického středu vedeného oběma směry. Pro numerický výpočet integrálů nalézá novou formuli (53).

Zmiňovati se obšírně o matematických učebnicích prof. PETRA (71, 72, 73) bylo by pro čtenáře tohoto Časopisu zbytečné. Každý je zná a každý se přesvědčil, že jsou vzorně přesné, originálně pojaté, že se vyrovnají nejlepším učebnicím národů jiných a v mnohém je předčí. Doufáme všichni, že prof. PETR doplní jejich řadu k radosti všech, kdo na ně čekají.

Rektorska řeč prof. PETRA (B. BOLZANO, 63) svědčí o jeho hlubokém zájmu filosofickém a o jeho snaze poznati a hájiti pravdu. Tato snaha jest jedním ze základních prvků jeho povahy a hlavním motivem jeho vědecké činnosti. Ve styku s lidmi způsobila, že ti, kdož mu porozuměli jsou jeho oddanými přáteli a ti, kdož mu neporozuměli, nemohou mu odepříti úctu.

V předcházejícím krátkém přehledu vědecké práce prof. PETRA nebylo zdaleka vyčerpáno vše, čím se zabýval a co vytvořil. Pokoušeti se o to bylo by předčasné a také velmi obtížné pro jednotlivce. Jméno jeho bude vždy uváděno mezi předními pracovníky matematickými naší doby a mezi předními Čechoslováky, kteří dávají malému národu se stanoviska kulturního právo k samostatnosti.

Seznam prací prof. Dr. KARLA PETRA.

Jest užito následujících zkratek: Čas. značí Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Roz. značí Rozpravy České Akademie pro vědy, slovesnost a umění. (Třída II.) R. znamená ročník. Letopočet v závorce uvedený vztahuje se k roku, v němž práce byla uveřejněna.

1. *Poznámka o součtu* $\Sigma E\sqrt[r]{u}$. Čas. R. XVI. (1887), str. 169—170.
2. *Ephemeride des Planeten (266) Aline.* Astronom. Nachrichten sv. 127 (1891), č. 3025, str. 15.
3. *O počtu reálných kořenů rovnice algebraické v mezích daných.* Roz. VI. (1897), č. 8, stran 11.
4. *O semiinvariantech.* Roz. R. VI. (1897), č. 38, stran 22.
5. *O vyjádření podmínek reality kořenů rovnice 5. stupně pomocí invariantů.* Roz. VIII. (1899), č. 23, stran 12.
6. *Poznámka k číslům Bernoulliho.* Čas. XXVIII. (1899), str. 24—27.
7. *O mnohoúhelnících Ponceletových.* Roz. IX. (1900), č. 2, stran 23.
8. *O užití nauky o funkcích elliptických na theorii forem kvadratických záporného diskriminantu.* Roz. IX. (1900), č. 38, stran 17.
9. *Über die Poncelet'schen Polygone.* Bulletin International. Prague. (Sciences Mathém. et Natur.) R. VI. (1901), str. 110—115.
10. *O počtu tříd forem kvadratických záporného diskriminantu.* Roz. X. (1902), č. 40, str. 22.
11. *O interpolaci.* Druhá výroční zpráva druhého čes. gymnysia státního v Brně. (1903).
12. *O racionálných křivkách čtvrtého stupně.* Čas. XXXII. (1903), str. 9—21.
13. *O determinantech z Bernoulli-ských čísel.* Čas. XXXIII (1904), str. 9—12.
14. *Über die Klassenzahl der quadratischen Formen mit negativer Diskriminante.* Bulletin International. Prague. (1904), R. VII. str. 180—187.
15. *Bemerkung zu einer Gausschen Formel über die Thetafunktionen.* Věstník Král. Čes. Spol. Nauk. Třída matem.-přírod. R. 1904 (1905).
16. *Geometrický důkaz poučky Wilsonovy.* Čas. XXXIV. (1905), str. 164—166.
17. *O rozkladu čísel v součet desíti a dvanácti čtverců.* Čas. XXXIV. (1905), str. 224—229.
18. *Poznámka o konstrukci racionálních křivek.* Čas. XXXIV. (1905), str. 43—47.
19. *O jedné větě pro mnohoúhelníky rovinné.* Čas. XXXIV. (1905), str. 166—172.
20. *O životě a činnosti Eduarda Weyra.* Čas. XXXIV. (1905), str. 457—490, 509—516.

21. *O symmetrických soustavách a větě Sturmově.* Roz. XV. (1906), č. 2, stran 10.
22. *O vyjádření podmínek pro realitu kořenů rovnice stupně šestého pomocí invariantů.* Roz. XV. (1906), č. 4, stran 24.
23. *Poznámka o vyjádření počtu komplexních kořenů rovnice algebraické pomocí invariantů.* Roz. XV. (1906), č. 38, stran 6.
24. *Několik poznámek o determinantech.* Čas. XXXV. (1906), str. 311—321.
25. *Několik poznámek o determinantech.* Math. és Phys. Lapok. R. 15. (1906), str. 353—365 (maďarsky).
26. *Über die Anzahl der Darstellungen einer Zahl als Summe von 10 und 12 Quadraten.* Archiv der Mathematik und Physik (3). R. 11, str. 83—85.
27. *O jedné větě pro racionální křivky třetího stupně.* Čas. XXXV. (1906), str. 36—40.
28. *Poznámka o větě Descartesově a větě Budanově.* Čas. XXXVI. (1907), str. 49—54.
29. *Poznámka o Sturmových funkcích.* Čas. XXXVI. (1907), str. 136—141.
30. *O jednom rozvoji pro algebraické formy.* Roz. XVI. (1907), č. 7, stran 27.
31. *Über eine Reihenentwicklung für algebraischen Formen.* Bullet. Intern. R. XII. (1907), str. 163—191.
32. *O jednom rozšíření rozvoje Clebsch-Gordanova.* Čas. XXXVI. (1907), str. 243—251.
33. *Über eine Anwendung der elliptischen Funktionen auf die Zahlentheorie.* Věstník Král. Čes. Spol. Nauk. Třída matem.-přír. R. 1907 (1907), č. 18, stran 8.
34. *Über die Poncelet'schen Polygone.* Monatshefte für Mathematik und Physik. R. 18 (1907), str. 108—131.
35. *O užití nauky o funkcích elliptických na odvození Dirichletových výsledků pro počet tříd. forem kvadratických záporného diskriminantu.* Čas. XXXVII. (1908), str. 24—41.
36. *O rovnicích differenciálních pro invariantní útvary.* Čas. XXXVII. (1908), str. 261—276.
37. *O počtu invariantních útvarů na sobě lineárně nezávislých.* Roz. XVII. (1908), č. 17, stran 21 a č. 37, stran 20.
38. *Ein Satz über Vielecke.* Archiv der Mathem. u. Phys. (3). R. 13 (1908), str. 29—31.
39. *Poznámka o integrálech hypergeometrické differenciální rovnice.* Čas. XXXVIII. (1909), str. 294—306.
40. *Poznámka k předcházejícímu článku.* (Dr. A. Pleskot: O jistém integrálu omezeném.) Čas. XXXVIII. (1909), str. 434—438.
41. *O separaci kořenů rovnic algebraických.* Čas. XXXVIII. (1909), str. 554—569.
42. *Einige Bemerkungen über die Determinanten.* Berichte aus Ungarn. R. 25 (1909), str. 95—105.
43. *Über die Anzahl der von einander linear unabhängigen Invariantengebilde.* Bulletin International. R. XV. (1910), str. 6—34.
44. *Řešení rovnice $x^3 + y^3 + z^3 = u^3$ celými čísly.* (Poznámka k článku stejného nadpisu od J. Jandáska z 39. roč. Čas.) Čas. XL. (1911), str. 99—102.
45. *Poznámka o Legendre-Jacobiově symbolu* (P/Q). Čas. XL. (1911), str. 162—165.
46. *O minimu forem kvadratických.* Čas. XL. (1911), str. 485—487.
47. *Augustin Pánek.* Čas. XLI. (1912), str. 1—8.
48. *O jedné větě pro substituce automorfní kvadratických forem s reálnými součiniteli.* Čas. XLI. (1912), str. 448—458.
49. *O sčítání řad numerických.* Čas. XLII. (1913), str. 353—369 a 465—493.
50. *Integrál Poissonův jako přímý důsledek integrálu Cauchyova.* Čas. XLII. (1913), str. 556—558.
51. *O relacích pro počet tříd forem kvadratických záporného diskriminantu.* Vrbův památník (1915), čís. 22, stran 10.

52. *O výpočtu elliptických integrálů 1. a 2. druhu pomocí středů aritmeticko-geometrického.* Čas. XLIII. (1914), str. 332—350.
53. *O jedné formuli pro numerický výpočet určitých integrálů.* Čas. XLIV. (1915), str. 454—455.
54. *O relacích pro počet tříd forem kvadratických záporného diskriminantu.* Roz. XXV. (1916), č. 23, stran 7.
55. *Poznámka k předcházejícímu článku.* (List: Technická matematika.) Čas. XLVI. (1917), str. 211—214.
56. *Dvě poznámky ku specielnímu případu problému tří těles.* (Od K. Petra a V. Nechvíle.) Čas. 47. (1918), str. 268—273.
57. *O jedné metodě pro řešení numerických rovnic algebraických.* Čas. XVLIII. (1919), str. 241—252.
58. *Poznámka k předcházejícímu článku.* (W. Heinrich: O metodě instantánních oscillací v asteroidickém problému tří těles.) Čas. XLVIII. (1919), str. 336.
59. *Příklad funkce spojité nemající v žádném bodě derivace.* Čas. XLIX. (1920), str. 25—31.
60. *O separaci kořenů rovnice algebraické dle reálných částí kořenů a o důkaze fundamentální věty algebry.* Čas. L. (1921), str. 23—33, 93—102.
61. *O jedné metodě pro vyšetřování geometrického významu kombinant.* Čas. LII. (1923), str. 114—124.
62. *Důkaz Jordanovy věty o spojitých čarách.* Čas. LIII. (1924), str. 149—163.
63. *Une démonstration du théorème de Jordan sur les courbes continues.* Spisy vydávané přírod. fakultou Karlovy university. R. 1924, č. 11, stran 23.
64. *Bernard Bolzano a jeho význam v matematice.* Přednáška, kterou proslovil nastupující rektor Karlovy university Ph. Dr Karel Petr. Státní tiskárna v Praze. 1925.
65. *Systém invariantních útvarů tří ternárních forem kvadratických.* Roz. XXXIII. (1924), č. 28, stran 36.
66. *La fonction génératrice pour le nombre d'invariants de trois formes quadratiques ternaires et le système complet de ces invariants.* Bullet. intern. XXV. (1925), str. 164—199.
67. *O rovnici Pellově.* Roz. XXXV. (1926), č. 6, stran 7.
68. *Sur l'équation de Pell.* Bullet. intern. XXVI. (1926), stran 7.
69. *O rovnici Pellově.* Čas. LVI. (1927), str. 57.
70. *Lineární transformace thetafunkcí.* Roz. XXXVI. (1927), č. 1, stran 10.

Mimo to napsal prof. Petr tyto učebnice:

71. *O rovnicích differenciálních.* Dle přednášek prof. Dra Karla Petra sestavil Dr Vilém Rychlík. (Litografované přednášky.) Praha 1911. Nákladem Jednoty Čes. Matematiků. Stran XII, 430.
72. *Počet integrální.* Praha 1915. Nákladem Jed. Čes. Matem. a Fys. Stran XXIV, 638.
73. *Počet differenciální.* (Část analytická.) Praha 1923. Nákladem Jed. Čes. Matem. a Fys. Stran XVI, 466.

M. Kössler.