Čeněk Jarolímek

Příspěvek k řadám arithetickým

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 6 (1877), No. 2, 91--92

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/121327`

A jelikož pak vůbec, jak známo,

$$lim \sum_{k=1}^{k=n} \left[\frac{(k-1)^m}{n^{m+1}}\right] = \frac{1}{m+1},$$

obdržíme konečně

$$\frac{K}{4} = r^2 . \left[1 - \binom{\frac{1}{2}}{1} . \frac{1}{3} + \binom{\frac{1}{2}}{2} . \frac{1}{5} - \ldots\right]$$

a položíme-li za tuto nekonečnou řadu hodnotu příslušnou $\frac{\pi}{4}$, známý vzorec

$$K = r^2 . \pi .$$

Poznámka redakce. Kdybychom neznali této řady pro $\frac{\pi}{4}$, obdrželi bychom naopak ze známého vzorce, podle něhož se vypočítává ploský obsah kruhu, z předposlední rovnice

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{2} . \frac{1}{3} - \frac{1 . 1}{2 . 4} \frac{1}{5} - \frac{1 . 1 . 3}{2 . 4 . 6} . \frac{1}{7} - \ldots,$$

což se obyčejně vyšší analysí odvozuje.

Příspěvek k řadám arithmetickým.

Podává

Č. Jarolímek.

Je-li m stupeň arithmetické řady,

$$u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots \quad (1)$$

a p stupeň arithmetické řady

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots \quad (2)$$

bude řada

$$u_{a_1}, u_{a_2}, u_{a_3}, u_{a_4}, \ldots \quad (3)$$

arithmetickou řadou stupně $(m . p)$*-tého.* Řada (3) jest patrně sestavena z takových členů řady (1), jichž ukazatelé tvoří řadu (2).

Jakož známo, jest n-tý člen řady (1)

$$u_n = A_0 n^m + A_1 n^{m-1} + \ldots\ldots + A_{m-1} . n + A_m \quad (4)$$

a n-tý člen řady (2)

$$a_n = B_0 n^p + B_1 n^{p-1} + \ldots\ldots + B_{p-1} \,.\, n + B_p\,; \quad (5)$$

položíme-li v rovnici (4) a_n za n, obdržíme n-tý člen řady (3)

$$u_{a_n} = A_0(B_0 n^p + B_1 n^{p-1} + \ldots + B_p)^m + A_1(B_0 n^p + \ldots + B_p)^{m-1} + \ldots$$
$$\ldots + A_{m-1}(B_0 n^p + \ldots + B_p) + A_m.$$

Spořádáme-li členy, jednotlivé polynomy umocnivše, dle mocnin čísla n, bude

$$u_{a_n} = C_0 n^{mp} + C_1 n^{mp-1} + \ldots\ldots + C_{mp-1} \,.\, n + C_{mp}\,,$$

z kteréžto rovnice vychází, že řada (3) jest stupně $(m\,.\,p)$-tého, jakož na hoře stvrzeno bylo.

Příklad. Budiž dána arithmetická řada stupně třetího

$$\left.\begin{array}{llllllllllll} \mathbf{1}, & 2, & \mathbf{4}, & 8, & 15, & \mathbf{26}, & 42, & 64, & 93, & \mathbf{130}, & \ldots \\ u_1, & u_2, & u_3, & u_4, & u_5, & u_6, & u_7, & u_8, & u_9, & u_{10}, & \ldots \end{array}\right\} \quad (6)$$

Sestavíme-li členy, jichž ukazatelé tvoří arithmetickou řadu stupně druhého

$$1,\ 3,\ 6,\ 10,\ 15,\ 21,\ 28,\ 36, \ldots\ldots \quad (7)$$

v novou řadu

$$\left.\begin{array}{lllllllll} 1, & 4, & 26, & 130, & 470, & 1351, & 3304, & 7176, & \ldots\ldots \\ u_1, & u_3, & u_6, & u_{10}, & u_{15}, & u_{21}, & u_{28}, & u_{36}, & \ldots\ldots \end{array}\right\} \quad (8)$$

bude řada tato stupně $3\,.\,2 = 6$-tého, a lze přesvědčiti se snadně, že jí náleží rozdílových řad šest. —

O trisekci úhlu.

Sděluje

Prof. **Alois Studnička.**

Duplatio cubi, trisectio anguli, quadratura circuli, toť byly nejslavnější geometrické úkoly, jimiž se mathematikové starého věku zanášeli; a i v středním a v novém věku nepozbyly své zajímavosti, ba ještě nyní vracejí se, zejména k posledně jmenovaným předmětům dosti zhusta milovníci geometrie, ač podstata jejich dávno již jest prozkoumána a nemožnost jistých druhů řešení jasně dokázána.

K těmto geometrům připojil se nedávno p. *W. Thiese*