

Karel Rössler

Důkaz bezespornosti funkčního počtu matematické logiky

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 5, 132

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121264>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

### Nouvelles recherches sur les fondements de la métamathématique rationnelle.

*Leon Chwistek, Lwów.*

Je montre d'abord comment on peut passer du système de la sémantique élémentaire au système de la métamathématique rationnelle, en construisant une série des systèmes de la sémantique élémentaire, dont chacun peut être l'objet d'étude du système précédant. J'en conclus que l'idée de la métamathématique rationnelle implique une théorie des types logiques bien simple et bien naturelle, qui ne diffère pas beaucoup de la théorie des types dite sémantique.

Je passe ensuite à l'étude du système de la métamathématique rationnelle et je montre, comment on peut reconstruire à l'aide de ce système non seulement les mathématiques classiques, mais encore les alephs de Cantor, et sa théorie des ensembles bien ordonnés.

Enfin je montre comment on retrouve dans le système de la métamathématique rationnelle les résultats importants de M. Gödel, en employant tout simplement l'hierarchie des systèmes successifs.

### Důkaz bezespornosti funkčního počtu matematické logiky.

*Karel Rössler, Praha.*

Def. I. Minimálním důkazem nazveme takový důkaz formule, který se skládá jenom z principů funkčního počtu.

Def. II. Výraz  $(x)A(x, \dots, u)$  je ideál řádu  $r$ , jestliže výraz  $A(x, \dots, u)$  se skládá z ideálů řádu nejvýše  $r - 1$  a jestliže obsahuje alespoň 1 ideál řádu  $r - 1$ . Výraz  $B(x, \dots, u)$  je ideál řádu 0, jestliže se v něm nevyskytuje žádný závorkový znak.

Věta: Budiž předložena formule  $\Phi_0$  funkčního počtu o minimálním důkazu  $\Delta_0$ . Pak platí tvrzení: Formule  $\Phi_0$  není tvaru  $C_0$  &  $\bar{C}_0$ .

Důkaz: Předpokládejme, že  $\Phi_0$  má tvar  $C_0$  &  $\bar{C}_0$ . Buďtež  $I_1, \dots, I_n$  všechny ideály nejvyššího řádu  $r$ , jež se vyskytují v  $\Delta_0$ . Pišme ideál  $I_k$  ve tvaru  $(x)B_k(x)$ ,  $k = 1, \dots, n$ . Z  $\Delta_0$  vyberme všechny axiomy tvaru  $(x)B_k(x) \rightarrow B_k(y_i)$ . Budiž  $p_k$  počet těchto axiomů. Za ideál  $I_k$  dosadíme do  $\Delta_0$  výraz  $B_k(y_1)$  &  $\dots$  &  $B_k(y_{p_k})$ . Tím  $\Delta_0$  přejde po úpravě v minimální důkaz  $\Delta_1$ , jenž obsahuje ideály řádů nejvýše  $r - 1$  a jehož výsledná formule je tvaru  $C_1$  &  $\bar{C}_1$ . Opakováním tohoto postupu obdržíme posléze minimální důkaz  $\Delta_r$ , jenž se skládá jenom z principů výrokového počtu a jehož výsledná formule je tvaru  $C_r$  &  $\bar{C}_r$ . Tím je náš předpoklad, že  $\Phi_0$  je tvaru  $C_0$  &  $\bar{C}_0$ , přiveden ad absurdum.