Nouvelles recherches sur les fondements de la métamathématique rationelle.

Leon Chwistek, Lwów.

Je montre d'abord comment on peut passer du système de la sémantique élémentaire au système de la métamathématique rationnelle, en construisant une série des systèmes de la sémantique élémentaire, dont chacun peut être l'objet d'étude du système précédant. J'en conclu que l'idée de la métamathématique rationnelle implique une théorie des types logiques bien simple et bien naturelle, qui ne diffère pas beaucoup de la théorie des types dite sémantique.

Je passe ensuite à l'étude du système de la métamathématique rationnelle et je montre, comment on peut reconstruire à l'aide de ce système non seulement les mathématiques classiques, mais encore les alephs de Cantor, et sa théorie des ensembles bien ordonnés.

Enfin je montre comment on retrouve dans le système de la métamathématique rationelle les résultats importants de M. Gödel, en employant tout simplement l'hierarchie des systèmes successifs.

Důkaz bezespornosti funkčního počtu matematické logiky.

Karel Rössler, Praha.

Def. I. Minimálním důkazem nazveme takový důkaz formule, který se skládá jenom z principů funkčního počtu.

Def. II. Výraz $(x)\,\mathrm{A}(x, \ldots, u)$ je ideál řádu r, jestliže výraz $\mathrm{A}(x, \ldots, u)$ se skládá z ideálů řádu nejvýše $r - 1$ a jestliže obsahuje alespoň 1 ideál řádu $r - 1$. Výraz $\mathrm{B}(x, \ldots, u)$ je ideál řádu 0, jestliže se v něm nevyskytuje žádný závorkový znak.

Věta: Budiž předložena formule Φ_0 funkčního počtu o minimálním důkazu Δ_0. Pak platí tvrzení: Formule Φ_0 není tvaru $C_0 \,\&\, \overline{C}_0$.

Důkaz: Předpokládejme, že Φ_0 má tvar $C_0 \,\&\, \overline{C}_0$. Buďtež $I_1, \ldots, I_n$ všechny ideály nejvyššího řádu r, jež se vyskytují v Δ_0. Pišme ideál I_k ve tvaru $(x)\,\mathrm{B}_k(x)$, $k = 1, \ldots, n$. Z Δ_0 vyberme všechny axiomy tvaru $(x)\,\mathrm{B}_k(x) \rightarrow \mathrm{B}_k(y_i)$. Budiž p_k počet těchto axiomů. Za ideál I_k dosadíme do Δ_0 výraz $\mathrm{B}_k(y_1) \,\&\, \ldots \,\&\, \mathrm{B}_k(y_{p_k})$. Tím Δ_0 přejde po úpravě v minimální důkaz Δ_1, jenž obsahuje ideály řádů nejvýše $r - 1$ a jehož výsledná formule je tvaru $C_1 \,\&\, \overline{C}_1$. Opakováním tohoto postupu obdržíme posléze minimální důkaz Δ_r, jenž se skládá jenom z principů výrokového počtu a jehož výsledná formule je tvaru $C_r \,\&\, \overline{C}_r$. Tím je náš předpoklad, že Φ_0 je tvaru $C_0 \,\&\, \overline{C}_0$, přiveden ad absurdum.